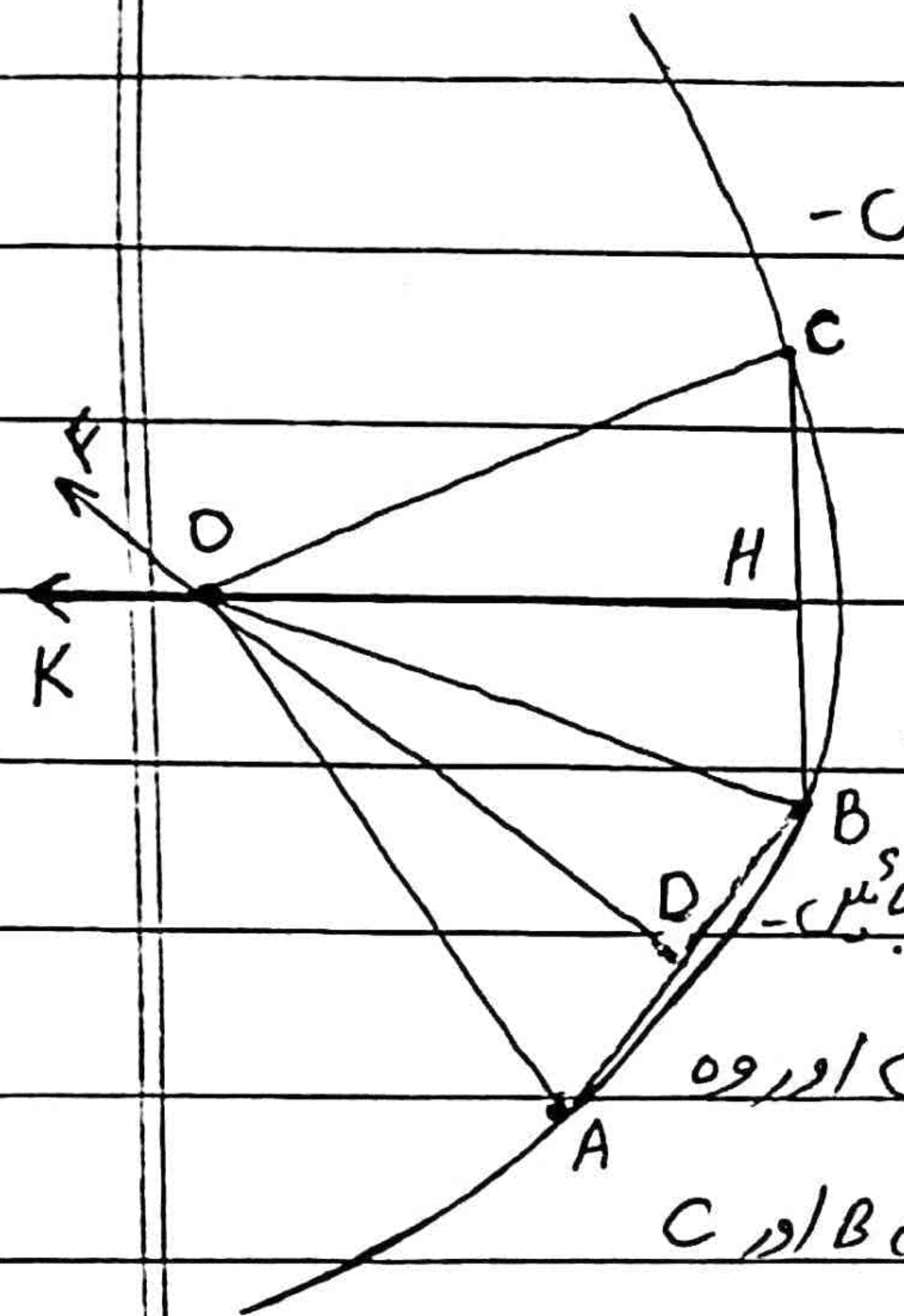
Date Nasir Day M T W T F S

مسئلہ 1

تین غیر خطی نقاط سے ایک اور صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے۔



معلوم: مستوی میں تین غیر ہم خط نقاط A، B اور C ہیں۔

مطلوب: تین غیر ہم خط نقاط A، B اور C میں سے ایک اور صرف ایک ہی دائرہ گزر سکتا ہے۔

عمل: نقطہ A کو B سے اور نقطہ B کو C سے ملایا۔ $\overline{AB}$ پر عمودی ناصف $\overrightarrow{DF}$ اور $\overline{BC}$ پر عمودی ناصف $\overrightarrow{HK}$ بنائیں۔ اس طرح $\overrightarrow{DF}$ اور $\overrightarrow{HK}$ دو غیر متوازی قطعات خط ہیں اور وہ ایک دوسرے کو نقطہ O پر قطع کرتے ہیں۔ نیز نقطہ A، B اور C کو نقطہ O سے ملائیں۔

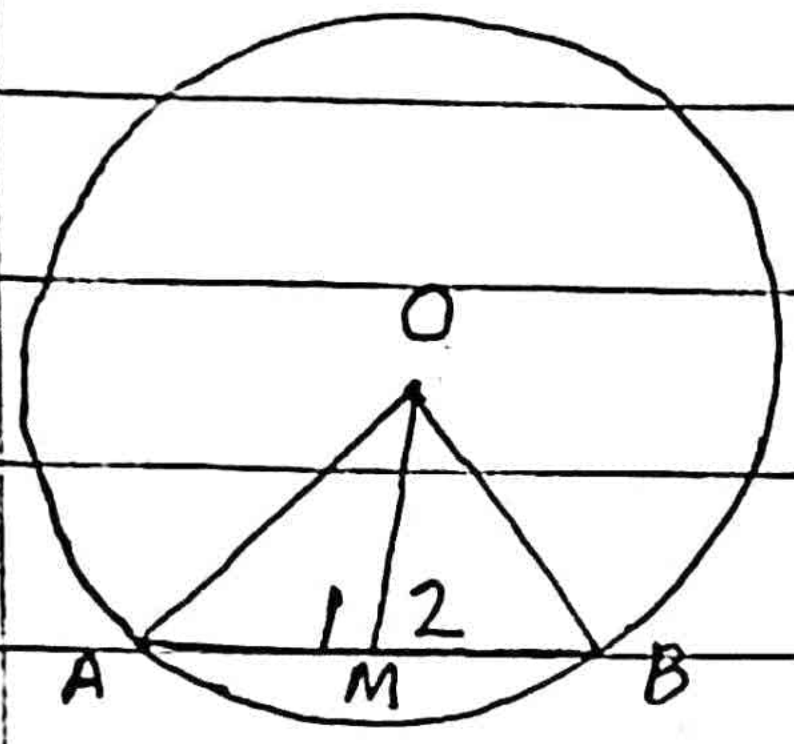
ثبوت:

بیانات	دلائل
عمودی ناصف $\overrightarrow{DF}$ پر ہر نقطہ A اور B سے یکساں فاصلے پر واقع ہے۔	$\overrightarrow{DF}$، $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف ہے۔
خصوصاً $m\overline{OA} = m\overline{OB}$ (i)	
اسی طرح عمودی ناصف $\overrightarrow{HK}$ پر ہر نقطہ B اور C سے یکساں فاصلے پر واقع ہے۔	$\overrightarrow{HK}$، $\overline{BC}$ کا عمودی ناصف ہے۔
خصوصاً $m\overline{OB} = m\overline{OC}$ (ii)	
لہٰذا $m\overline{OA} = m\overline{OB} = m\overline{OC}$	(i) اور (ii) کی رو سے
یہاں O ایک مرکز ہے اس لیے مرکز O اور رداس $\overline{OA}$ والا دائرہ نقاط A، B اور C میں سے گزر سکتا ہے۔	

Date Nasir Day M T W T F S

مسئلہ 2

دائرے کے مرکز سے کسی وتر (جو قطر نہ ہو) کی تنصیف کرنے والا قطعہ خط وتر پر عمود ہوتا ہے۔



معلوم: ایک دائرہ جس کا مرکز O ہے۔ M وتر $\overline{AB}$ کا نقطہ تنصیف ہے۔ جبکہ وتر $\overline{AB}$ دائرہ کا قطر نہیں ہے۔

مطلوب: $\overline{OM} \perp \overline{AB}$

عمل: نقاط A اور B مرکز O سے ملائیں۔

ثبوت:

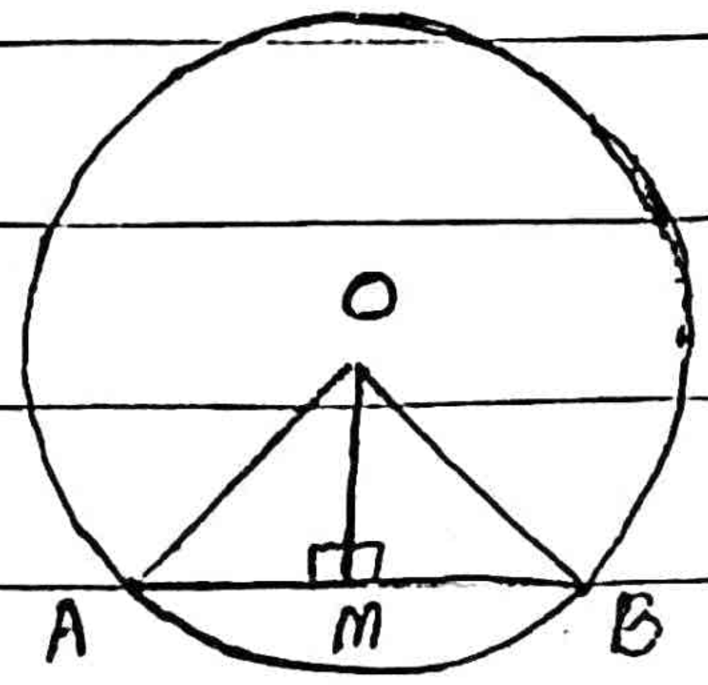
بیانات	دلائل
$\Delta OAM \leftrightarrow \Delta OBM$ میں	
$m\overline{OA} = m\overline{OB}$	ایک ہی دائرے کے رداس
$m\overline{AM} = m\overline{BM}$	معلوم
$m\overline{OM} = m\overline{OM}$	مشترک
$\therefore \Delta OAM \cong \Delta OBM$	$S.S.S. \cong S.S.S.$
$\Rightarrow m\angle 1 = m\angle 2$ (i)	
$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle AMB = 180^\circ$ (ii)	متصلہ سپلیمنٹری زاویے
$\therefore m\angle 1 = m\angle 2 = 90^\circ$	(i) اور (ii) کی رو سے
وتر $\overline{OM} \perp \overline{AB}$	

Date Nasir

Day M T W T F S

مسئلہ 3

دائرے کے مرکز سے کسی وتر پر عمود اس کی تنصیف کرتا ہے۔



معلوم: مرکز O والے دائرے کا وتر $\overline{AB}$ ہے۔

اس طرح کہ وتر $\overline{OM} \perp \overline{AB}$

مطلوب: نقطہ M، وتر $\overline{AB}$ کا وسطی نقطہ ہے۔

یعنی $m\overline{AM} = m\overline{BM}$

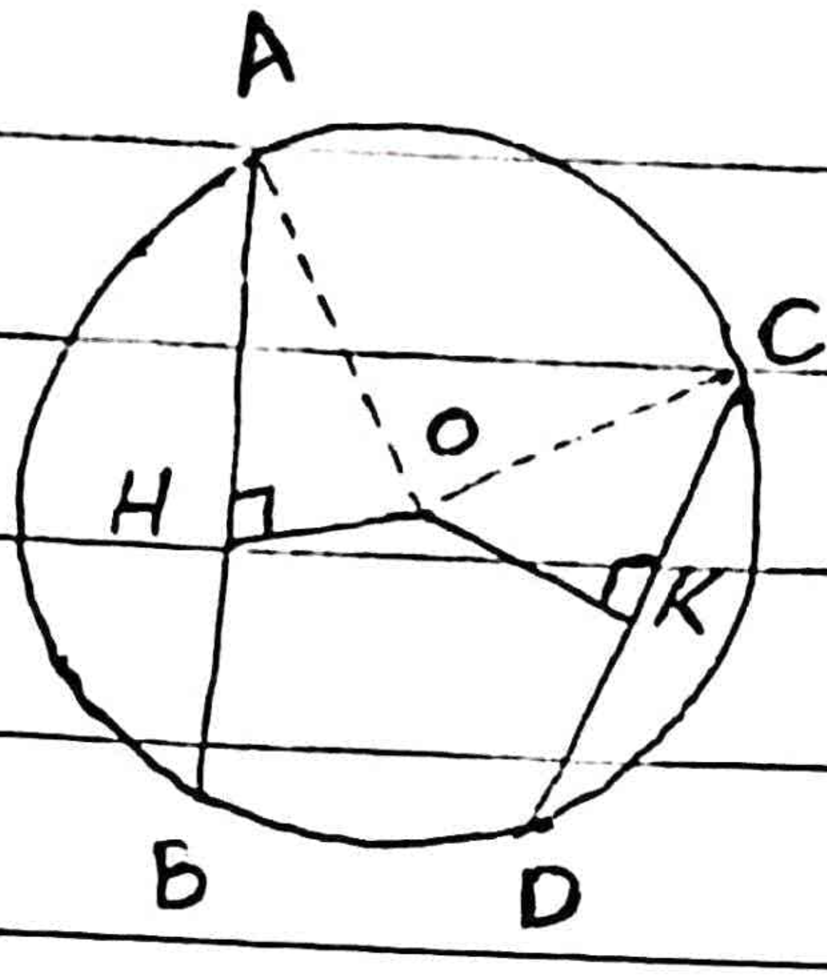
عمل: نقاط A اور B کو مرکز O سے ملائیں۔

ثبوت:

بیانات	دلائل
$\Delta OAM \leftrightarrow \Delta OBM$ میں	
$m\angle OMA = m\angle OMB = 90^\circ$	معلوم
$m\overline{OA} = m\overline{OB}$	ایک ہی دائرے کا رداس
$m\overline{OM} = m\overline{OM}$	مشترک
$\therefore \Delta OAM \cong \Delta OBM$	$H.S \cong H.S$
$m\overline{AM} = m\overline{BM}$	
پس $\overline{OM}$ وتر $\overline{AB}$ کی تنصیف کرتا ہے۔	

مسئلہ 4

اگر دائرے کے دو وتر متماثل ہوں تو وہ مرکز سے مساوی الفاصلہ ہوں گے۔



معلوم: ایک دائرے کا مرکز O ہے۔ اس کے دو وتر $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ برابر ہیں۔ اس طرح $\overline{OH} \perp \overline{AB}$ اور $\overline{OK} \perp \overline{CD}$

مطلوب: $m\overline{OH} = m\overline{OK}$

عمل: نقطہ O کو A سے اور O کو C سے ملائیں۔
اس طرح OAH اور OCK دو قائمۃ الزاویہ مثلثات ہیں۔

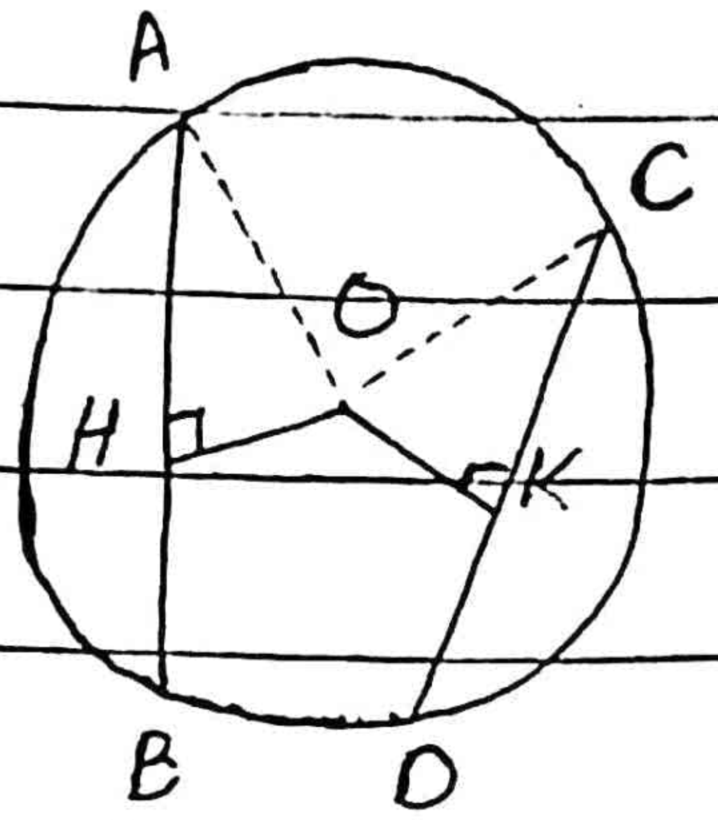
ثبوت:

بیانات	دلائل
$\overline{OH}$ وتر $\overline{AB}$ کی تنصیف کرتا ہے۔	$\overline{OH} \perp \overline{AB}$
یعنی $m\overline{AH} = \frac{1}{2} m\overline{AB}$ (i)	
اسی طرح $\overline{OK}$ وتر $\overline{CD}$ کی تنصیف کرتا ہے۔	$\overline{OK} \perp \overline{CD}$
یعنی $m\overline{CK} = \frac{1}{2} m\overline{CD}$ (ii)	
لیکن $m\overline{AB} = m\overline{CD}$ (iii)	معلوم
اس لیے $m\overline{AH} = m\overline{CK}$ (iv)	(i) اور (ii)، (iii) کی رو سے
اب قائمۃ الزاویہ مثلثات کی مطابقت	
$\Delta OAH \leftrightarrow \Delta OCK$	
$m\overline{OA} = m\overline{OC}$	ایک ہی دائرے کے رداس
$m\overline{AH} = m\overline{CK}$	(iv) کی رو سے
$\therefore \Delta OAH \cong \Delta OCK$	H.S کے اصول کا موضوعہ
$\Rightarrow m\overline{OH} = m\overline{OK}$	

Date Nasir Day M T W T F S

مسئلہ 5

دائرے کے دو وتر جو مرکز سے مساوی الفاصلہ ہوں باہم متماثل ہوتے ہیں۔



معلوم: ایک دائرے کا مرکز O اور دو وتر $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ ہیں۔ جبکہ $\overline{OH} \perp \overline{AB}$ اور $\overline{OK} \perp \overline{CD}$

تو $m\overline{OH} = m\overline{OK}$

مطلوب: $m\overline{AB} = m\overline{CD}$

عمل: نقطہ A اور C کو نقطہ O سے ملائیں اس طرح دو قائمۃ الزاویہ مثلثان OAH اور OCK ہیں۔

ثبوت:

بیانات	دلائل
قائمۃ الزاویہ مثلثان میں $OAH \leftrightarrow OCK$	
$\because m\overline{OA} = m\overline{OC}$	ایک ہی دائرے کے رداس
$m\overline{OH} = m\overline{OK}$	معلوم
$\therefore \triangle OAH \cong \triangle OCK$	H.S کے اصول کا موضوعہ
پس (i) $m\overline{AH} = m\overline{CK}$	
لیکن (ii) $m\overline{AH} = \frac{1}{2} m\overline{AB}$	معلوم
(iii) $m\overline{CK} = \frac{1}{2} m\overline{CD}$	معلوم
نیز $m\overline{AH} = m\overline{CK}$	(i) میں ثابت شدہ
لہٰذا $\frac{1}{2} m\overline{AB} = \frac{1}{2} m\overline{CD}$	(ii) اور (iii) کی رو سے
یا $m\overline{AB} = m\overline{CD}$	