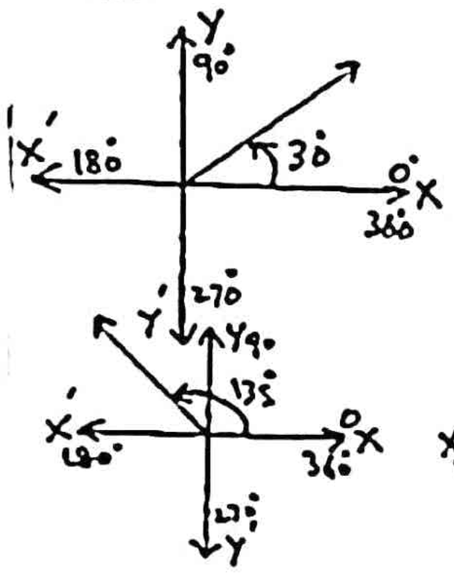
Maths 10th Unit #7

pakcity.org

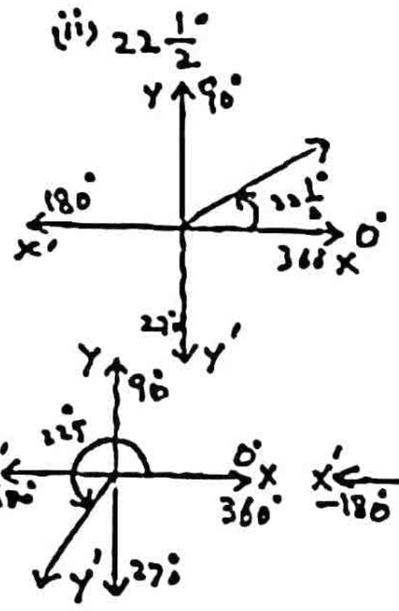
Exercise 7.1

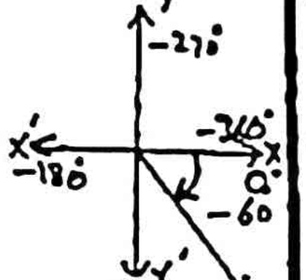
Q#1 زاویوں کو XY-سطح میں ظاہر کریں۔

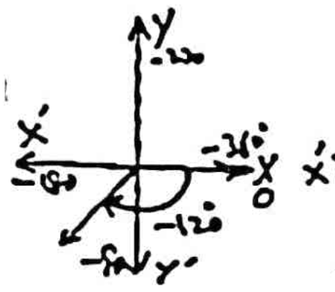
(i) 30°

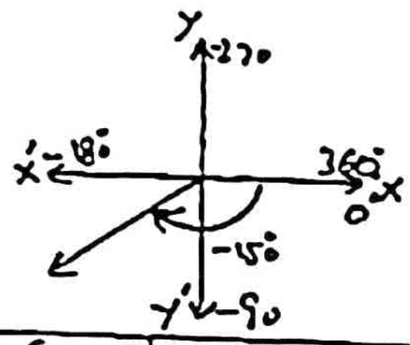


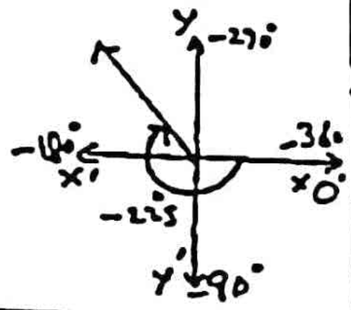
(ii) $22\frac{1}{2}^\circ$











Q#2 60 کے اساس میں دیے گئے زاویوں کو اعشاری شکل میں لکھیں۔

(i) $45^\circ 30'$

$= 45^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ$

$= 45^\circ + \frac{1}{2}^\circ$

$= 45^\circ + 0.5^\circ$

$= 45.5^\circ$

(ii) $60^\circ 30' 30''$

$= 60^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ + \left(\frac{30}{60\times60}\right)^\circ$

$= 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^\circ + \left(\frac{1}{120}\right)^\circ$

$= 60^\circ + 0.5^\circ + (0.00833)^\circ$

$= 60.50833^\circ$

(iii) $125^\circ 22' 50''$

$= 125^\circ + \left(\frac{22}{60}\right)^\circ + \left(\frac{50}{60\times60}\right)^\circ = 125^\circ + 0.3666 + 0.01388$

$= 125.3805^\circ$

Q#3 مندرجہ ذیل کو D°، m′ اور S″ میں لکھیں۔

(i) $47.36^\circ = 47^\circ + 0.36^\circ$

$= 47^\circ + (.36\times60)'$

$= 47^\circ + (21.6)' = 47^\circ + 21' + (0.6)'$

$= 47^\circ + 21' + (0.6\times60)''$

$= 47^\circ + 21' + 36'' = 47^\circ 21' 36''$

(ii) $125.45^\circ = 125^\circ + (.45)^\circ$

$= 125^\circ + (.45\times60)' = 125^\circ + 27' = 125^\circ 27'$

(iii) $225.75^\circ = 225^\circ + 0.75^\circ$

$= 225^\circ + (0.75\times60)' = 225^\circ + 45' = 225^\circ 45'$

(iv) $-22.5^\circ = -(22^\circ + 0.5^\circ)$

$= -[22^\circ + (0.5\times60)'] = -[22^\circ + 30'] = -22^\circ 30'$

(v) $-67.58^\circ = -(67^\circ + 0.58^\circ)$

$= -[67^\circ + (0.58\times60)'] = -[67^\circ + 34.8']$

$= -[67^\circ + 34' + 0.8'] = -[67^\circ + 34' + (0.8\times60)'']$

$= -[67^\circ + 34' + 48''] = -67^\circ 34' 48''$

(vi) 315.18°

$= 315^\circ + 0.18^\circ = 315^\circ + (0.18\times60)'$

$= 315^\circ + 10.8' = 315^\circ + 10' + 0.8'$

$= 315^\circ + 10' + (0.8\times60)''$

$= 315^\circ + 10' + 48'' = 315^\circ 10' 48''$

Q#4 ریڈین میں لکھیے

(i) $30^\circ = 30\times\frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$

(ii) $60^\circ = 60\times\frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$

(iii) $135^\circ = 135\times\frac{\pi}{180} = \frac{3}{4}\pi$

(iv) $225^\circ = 225\times\frac{\pi}{180} = \frac{5}{4}\pi$

(v) $-150^\circ = -150\times\frac{\pi}{180} = -\frac{5}{6}\pi$

(vi) $-225^\circ = -225\times\frac{\pi}{180} = -\frac{5}{4}\pi$

(vii) $300^\circ = 300\times\frac{\pi}{180} = \frac{5}{3}\pi$

(viii) $315^\circ = 315\times\frac{\pi}{180} = \frac{7}{4}\pi$

Q#5 ڈگری میں تبدیل کریں۔

(i) $\frac{3\pi}{4}$

$= \frac{3\times180^\circ}{4}$ (45)

$= 3\times45^\circ$

$= 135^\circ$

(ii) $\frac{5\pi}{6}$

$= \frac{5\times180^\circ}{6}$ (30)

$= 5\times30^\circ$

$= 150^\circ$

(iii) $\frac{7\pi}{8}$

$= \frac{7\times180^\circ}{8}$ (45)

$= 7\times\frac{45}{2}$

$= 157.5^\circ$

(iv) $\frac{13\pi}{16}$

$= \frac{13\times180}{16}$ (45)

$= 13\times\frac{45}{4}$

$= 146.25^\circ$

(vi) 3

$= 3\times\frac{180}{\pi}$

$= 3\times\frac{180}{3.1428}$

$= 3\times57.27$

$= 171.8$

(vii) 4.5

$= 4.5\times\frac{180}{\pi}$

$= 4.5\times\frac{180}{3.1428}$

$= 4.5\times57.27$

$= 257.72$

(viii) $-\frac{7\pi}{8}$

$= -\frac{7\times180}{8}$ (45)

$= -7\times\frac{45}{2}$

$= -157.5^\circ$

(ix) $-\frac{13}{16}\pi$

$= -\frac{13\times180}{16}$ (45)

$= -13\times\frac{45}{4}$

$= -146.25^\circ$

Exercise 7.2

Q#1 θ معلوم کیجیے جبکہ

(ii) $l = 2$ سم, $r = 3.5$ سم, $\theta = ?$

$l = r\theta$

$\theta = \frac{l}{r}$

$= \frac{2}{3.5}$

$= 0.57$ ریڈین

(ii) $l = 4.5$ میٹر, $r = 2.5$ میٹر, $\theta = ?$

$l = r\theta$

$\theta = \frac{l}{r}$

$= \frac{4.5}{2.5}$

$= 1.8$ ریڈین

Q#2 l معلوم کیجیے جبکہ

(i) $l = ?$, $r = 4.9$ سم, $\theta = 180^\circ$

$l = r\theta$

$= 4.9(180^\circ)$

$= 4.9(\pi)$

$= 4.9(3.14)$

$= 15.39$ سم

(ii) $l = ?$, $r = 15$ mm, $\theta = 60^\circ 30'$

$= 60^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ$

$= 60^\circ + 0.5^\circ$

$= 60.5^\circ \times \frac{\pi}{180}$

$l = r\theta$

$= 15\times60.5\frac{\pi}{180}$

$= \frac{15\times60.5\times3.14}{180}$

$= 15.83$ mm

Q#3 r معلوم کیجیے جبکہ

(i) $l = 4$ سم, $\theta = \frac{1}{4}$ ریڈین

$l = r\theta$

$r = \frac{l}{\theta}$

$= \frac{4}{1/4}$

$r = 4\times\frac{4}{1}$

$= 16$ سم

(ii) $l = 52$ سم, $\theta = 45^\circ$

$\theta = 45^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$ ریڈین

$l = r\theta$

$r = \frac{l}{\theta} = \frac{52}{\pi/4} = \frac{52\times4}{3.1428}$

$r = \frac{208}{3.1428} = 66.21$ سم

Q#4 قوس کی لمبائی معلوم کریں جو دائرے کے مرکز پر 1.5 ریڈین کا زاویہ بناتی ہے جبکہ دائرہ کا رداس 12 میٹر ہے۔

$\theta = 1.5$ ریڈین $r = 12m$ $l = ?$

$l = r\theta = 12m \times 1.5 = 18\ m$

Q#5 ایک چکر میں فاصلہ $= 2\pi r$; $r = 10m$

3.5 چکروں میں فاصلہ $= l = 3.5 \times 2\pi r = 7\pi r$

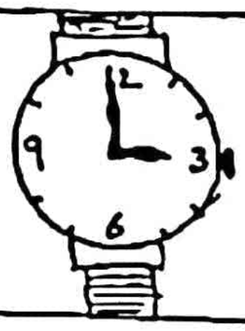
$= 7 \times 3.1428 \times 10$

$= 220\ m$

Q#6 3 بجے گھڑی کی سوئیوں کے درمیان زاویہ $= \frac{1}{4}(360)$

$= \frac{1}{4}(2\pi)$ ریڈین

$= \frac{\pi}{2}$ ریڈین

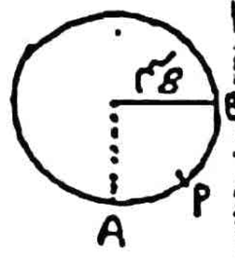


Q#7 قوس APB کی لمبائی کتنی ہوگی؟

$r = 8$ سم $\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$ ریڈین

$l = r\theta = 8 \times \frac{\pi}{2} = 4\pi$

$= 4 \times 3.1428 = 12.57$ سم



Q#8 رداس $= r = 12$ سم $\theta = 84^\circ$

لمبائی $= l = ?$ $= 84 \times \frac{\pi}{180} = \frac{21}{45}\pi$

$l = r\theta = 12 \times \frac{21}{45}\pi$

$= \frac{28}{5}\pi \approx \frac{28}{5} \times 3.1428 = 17.6$ سم

Q#9 (a) OPR کا رقبہ معلوم کریں

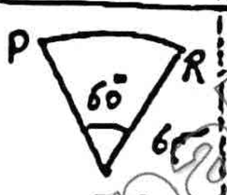
$\theta = 60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$

$r = 6$ سم

OPR کا رقبہ (قطاع دائرہ) $= \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(6)^2(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}(36)(\frac{\pi}{3})$

$= 6\pi = 6(3.1428) = 18.85$ مربع سم



(b) OPR کا رقبہ معلوم کریں

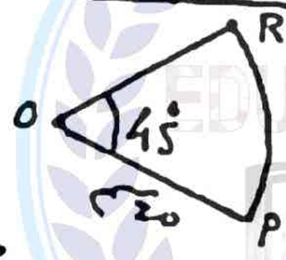
$\theta = 45^\circ = 45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$

$r = 20$ سم

OPR کا رقبہ = قطاع دائرہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(20)^2(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}(400)(\frac{\pi}{4})$

$= 50\pi = 50(3.1428) = 157.14$ مربع سم



Q#10 قطاع دائرے کا رداس = $r = 7$ میٹر

زاویہ $= \theta = 20^\circ = 20 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{9}$

قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(7)^2(\frac{\pi}{9}) = \frac{1}{2}(49)(\frac{\pi}{9})$

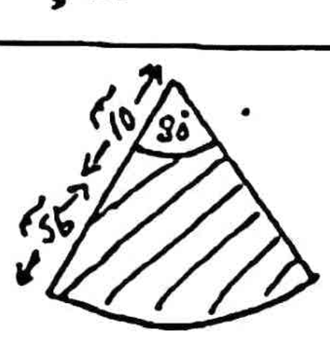
$= \frac{49(3.1428)}{18} = 8.56$ مربع میٹر

Q#11 $r = 56 + 10 = 66$ سم

$\theta = 80^\circ = 80 \times \frac{\pi}{180} = \frac{4}{9}\pi$

جنا کیڑا در کار ہوگا = قطاع دائرہ کا رقبہ

$= \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}(66)^2(\frac{4}{9}\pi)$



$= \frac{1}{2}(11)^2(22)^2(\frac{4}{7})\pi$

$= 11 \times 22 \times 4\pi = 11 \times 22 \times 4 \times 3.1428$

$= 3041.45$ مربع سم

Q#12 قطاع دائرہ کا رقبہ $= ?$

رداس $= r = 10$ سم زاویہ $= \theta = \frac{\pi}{5}$ ریڈین

قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(10)^2(\frac{\pi}{5}) = \frac{1}{2}(100)(\frac{\pi}{5}) = 10\pi$

$= 10(3.1428) = 31.428$ مربع سم

Q#13 قطاع دائرہ کا رقبہ $= 10$ مربع میٹر

رداس $= r = 2$ میٹر زاویہ $= \theta = ?$

قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

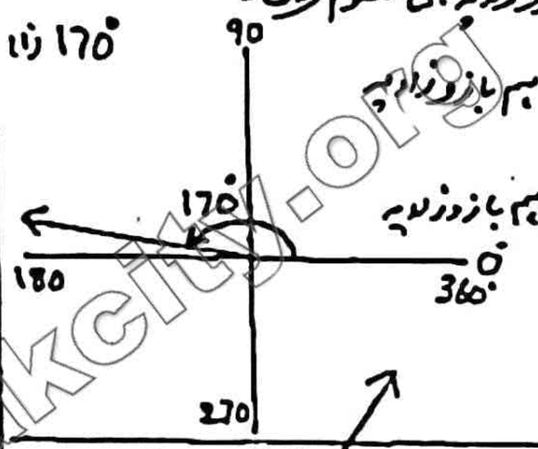
$2 \times$ قطاع دائرہ کا رقبہ $= r^2\theta \Rightarrow \theta = \frac{2 \times \text{قطاع دائرہ کا رقبہ}}{r^2}$

$\theta = \frac{2 \times 10}{(2)^2} = \frac{1}{4} \times \frac{5}{10} = 5$ ریڈین

Exercise 7.3

Q#1 پروٹریکٹر یا فری ہینڈ طریقہ کی مدد سے معیاری حالت میں ظاہر کریں ہر زاویے کا مثبت اور منفی ہم بازو زاویہ بھی معلوم کریں۔

(i) 170°



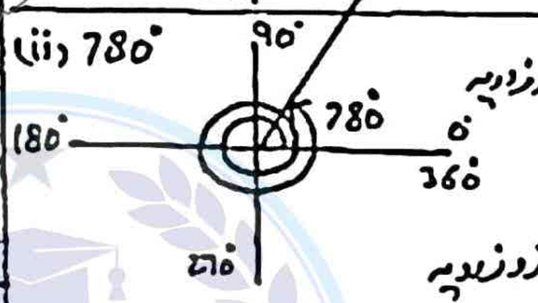
مثبت ہم بازو زاویہ $= 170^\circ + 360^\circ$

$= 530^\circ$

منفی ہم بازو زاویہ $= 170^\circ - 360^\circ$

$= -190^\circ$

(ii) 780°



مثبت ہم بازو زاویہ $= 60^\circ$

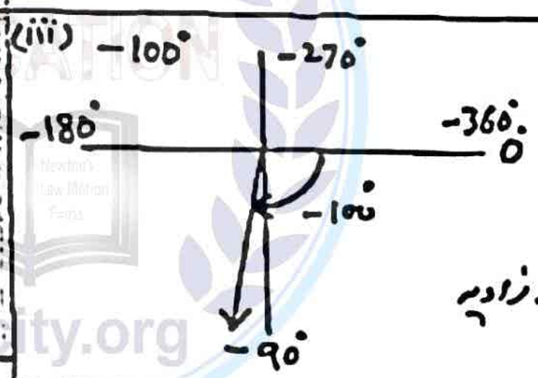
$\because 780^\circ = 2 \times 360^\circ + 60^\circ$

$= 720^\circ + 60^\circ$

منفی ہم بازو زاویہ $= 60^\circ - 360^\circ$

$= -300^\circ$

(iii) -100°



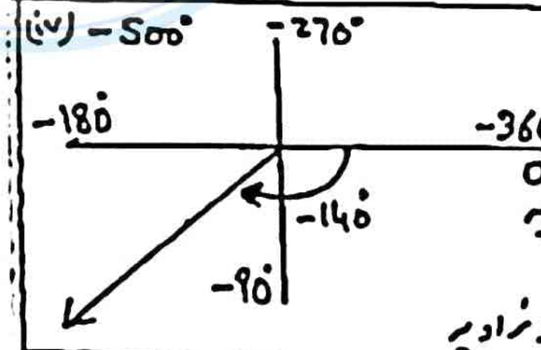
مثبت ہم بازو زاویہ $= -100^\circ + 360^\circ$

$= 260^\circ$

منفی ہم بازو زاویہ $= -100^\circ - 360^\circ$

$= -460^\circ$

(iv) -500°



$-500^\circ = -360^\circ + (-140^\circ)$

مثبت ہم بازو زاویہ $= -140^\circ + 360^\circ$

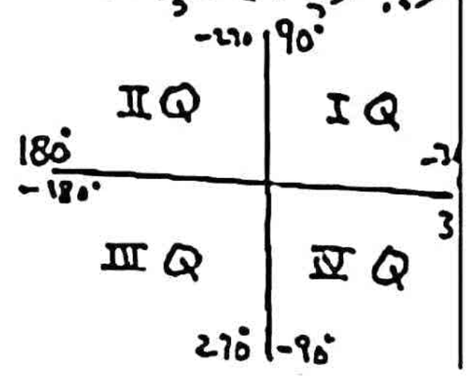
$= 220^\circ$

منفی ہم بازو زاویہ $= -140^\circ$

Q#2 قریب ترین ربع زاویوں کی شناخت کریں جن کے درمیان زاویہ ہے

(i) 156°

زاویہ 156° دوسرے ربع میں واقع ہے قریب ترین ربع زاویے 90° اور 180° ہیں۔



(ii) 318°

چونکہ زاویہ 318° چوتھے ربع میں واقع ہے لہذا قریب ترین ربع زاویے 270° اور 360° ہیں۔

(iii) 572°

چونکہ زاویہ 572° تیسرے ربع میں واقع ہوگا لہذا قریب ترین ربع زاویے 540° اور 630° ہیں۔

(iv) -330°

-330° کے قریب ترین ربع زاویے 0 اور 90 کے درمیان یا -270 سے -360 تک ہیں

Q#3

(i) $\frac{\pi}{3}$ $\left[\because \pi = 180^\circ \quad \frac{\pi}{3} = \frac{180}{3} = 60^\circ\right]$

قریب ترین ربع زاویے لکھیں۔

$\frac{\pi}{3}$ کے قریب ترین ربع زاویے $= 0, \frac{\pi}{2}$

(ii) $\frac{3\pi}{4}$ $\left[\frac{3(180)}{4} = 135^\circ\right]$

$\frac{3\pi}{4}$ کے قریب ترین ربع زاویے $= \frac{\pi}{2}, \pi$

(iii) $-\frac{\pi}{4}$ $\left(-\frac{180}{4} = -45^\circ\right)$

$-\frac{\pi}{4}$ کے قریب ترین ربع زاویے $= 0, -\frac{\pi}{2}$

(iv) $-\frac{3\pi}{4}$

$-\frac{3\pi}{4}$ کے قریب ترین ربع زاویے $= -\frac{\pi}{2}, -\pi$

Q#4

زاویہ کس ربع میں ہوگا۔

(i) $\sin\theta > 0, \tan\theta < 0$ II ربع

(ii) $\cos\theta < 0, \sin\theta < 0$ III ربع

(iii) $\sec\theta > 0, \sin\theta < 0$ IV ربع

(iv) $\cos\theta < 0, \tan\theta < 0$ II ربع

(v) $\operatorname{cosec}\theta > 0, \cos\theta > 0$ I ربع

(vi) $\sin\theta < 0, \sec\theta < 0$ III ربع

Q#5

(i) $\cos(-150^\circ) = \ldots + \ldots \cos 150^\circ$

(ii) $\sin(-310^\circ) = \ldots - \ldots \sin 310^\circ$

(iii) $\tan(-210^\circ) = \ldots - \ldots \tan 210^\circ$

(iv) $\cot(-45^\circ) = \ldots - \ldots \cot 45^\circ$

(v) $\sec(-60^\circ) = \ldots + \ldots \sec 60^\circ$

(vi) $\operatorname{cosec}(-137^\circ) = \ldots - \ldots \operatorname{cosec} 137^\circ$

Q#6

زاویہ θ کا ربع معلوم کرکے 6 مکونیاتی نسبتیں معلوم کریں

(i) $(-2, 3)$

نقطہ $(-2, 3)$ ربع II میں واقع ہے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (3)^2 + (2)^2$

$= 9 + 4 = 13$

وتر $= \sqrt{13}$

دوسرے ربع میں $\sin\theta$ اور $\operatorname{cosec}\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوتی ہیں۔

(3) عمود $= 3$، قاعدہ $= 2$، وتر $= \sqrt{13}$

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{-2}{\sqrt{13}}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{-3}{2}$; $\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{-\sqrt{13}}{2}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{-2}{3}$

(ii) $(-3, -4)$

نقطہ $(-3, -4)$ ربع III میں واقع ہے

قاعدہ $= 3$ وتر $= ?$

عمود $= 4$

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (4)^2 + (3)^2$

$= 16 + 9 = 25$

وتر $= \sqrt{25} = 5$

تیسرے ربع میں $\tan\theta$ اور $\cot\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوتی ہیں۔

عمود $= 4$، قاعدہ $= 3$، وتر $= 5$

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{-4}{5}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{-3}{5}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{4}{3}$; $\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{-5}{4}$

$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{-5}{3}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{3}{4}$

(iii) $(\sqrt{2}, 1)$

نقطہ $(\sqrt{2}, 1)$ ربع I میں واقع ہے

قاعدہ $= \sqrt{2}$، عمود $= 1$، وتر $= ?$

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (1)^2 + (\sqrt{2})^2$

$= 1 + 2 = 3$

وتر $= \sqrt{3}$

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

Q#7

$\cos\theta = -\frac{2}{3}$ θ دوسرے ربع میں ہو

$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{-2}{3}$ قاعدہ $= -2$، وتر $= 3$

مسئلہ فیثا غورث کی مدد سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

$= (3)^2 - (2)^2$

$= 9 - 4 = 5$

چونکہ θ دوسرے ربع میں ہے لہذا $\operatorname{cosec}\theta$ اور $\sin\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوں گی۔

عمود $= \sqrt{5}$

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{5}}{-2}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{-2}{\sqrt{5}}$

$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{3}{-2}$

Q#8

$\tan\theta = \frac{4}{3}$ تو باقی قیمتیں معلوم کریں $\sin\theta < 0$ دی گئی شرط کے مطابق θ تیسرے ربع میں واقع ہے۔

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{4}{3}$ عمود $= 4$، قاعدہ $= 3$

مسئلہ فیثا غورث کی رُو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (4)^2 + (3)^2$

$= 16 + 9 = 25$

$\text{وتر} = \sqrt{25} = 5$

چونکہ θ تیسرے ربع میں واقع ہے لہٰذا $\tan\theta$ اور $\cot\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوں گی۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = -\frac{4}{5}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = -\frac{3}{5}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = -\frac{5}{4}$; $\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = -\frac{5}{3}$

$\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{3}{4}$

Q#9 $\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، θ تیسرے ربع میں نہیں ہے

$\sin\theta$ تیسرے اور چوتھے ربع میں منفی ہوتا ہے لہٰذا ابتدائی سوال

S	A
T	C

θ چوتھے ربع میں واقع ہے۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، $\text{عمود} = 1$, $\text{وتر} = \sqrt{2}$

مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{قاعدہ})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{عمود})^2$

$= (\sqrt{2})^2 - (1)^2$

$= 2 - 1 = 1$

$\text{قاعدہ} = \sqrt{1} = 1$

چونکہ θ چوتھے ربع میں ہے لہٰذا $\cos\theta$ اور $\sec\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوں گی۔

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = -\frac{1}{1} = -1$; $\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{-\sqrt{2}}{1} = -\sqrt{2}$

Q#10 $\operatorname{cosec}\theta = \frac{13}{12}$ ہو تو باقی قیمتیں معلوم کریں، $\sec\theta > 0$

$\sec\theta$ اور $\operatorname{cosec}\theta$ کی قیمتیں صرف پہلے ربع میں مثبت ہوتی ہیں

لہٰذا θ پہلے ربع میں واقع ہے۔

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{13}{12}$

$\text{وتر} = 13$, $\text{عمود} = 12$

مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{قاعدہ})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{عمود})^2$

$= (13)^2 - (12)^2 = 169 - 144$

$= 25$

$\text{قاعدہ} = \sqrt{25} = 5$

چونکہ θ پہلے ربع میں واقع ہے لہٰذا تمام قیمتیں مثبت ہوں گی۔

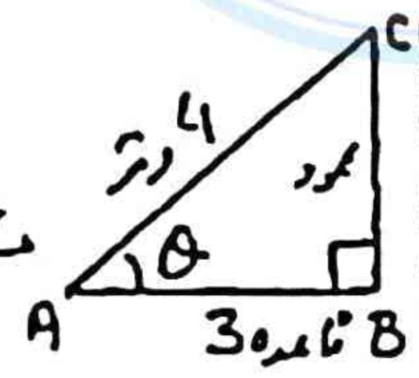
$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{12}{13}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{5}{13}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{12}{5}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{5}{12}$

$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{13}{5}$

Q#11 (i) ΔABC میں

$\text{وتر} = 4$, $\text{قاعدہ} = 3$



مسئلہ فیثا غورث

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

$= (4)^2 - (3)^2 = 16 - 9 = 7$

$\text{عمود} = \sqrt{7}$

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{3}{4}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{4}{3}$

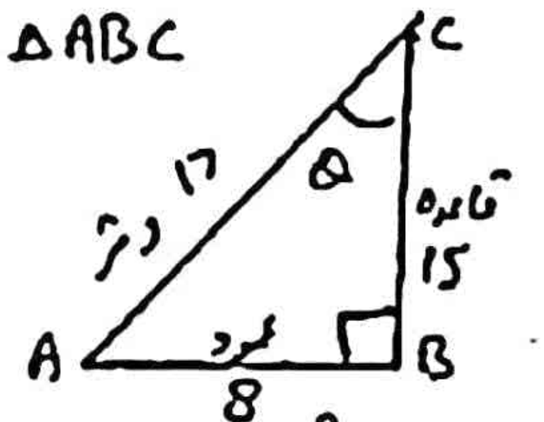
$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{4}{\sqrt{7}}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$

(ii) ΔABC میں

$\text{وتر} = 17$

$\text{عمود} = 8$

$\text{قاعدہ} = 15$



$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{8}{17}$

$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{15}{17}$

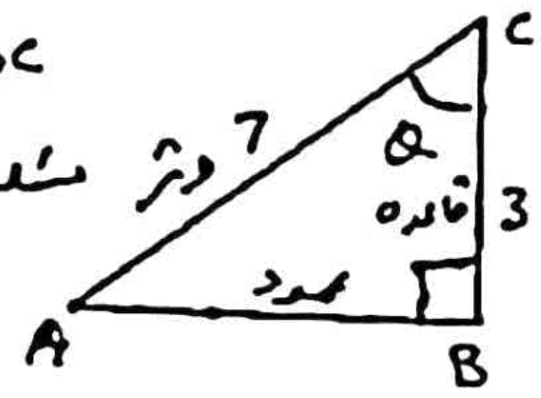
$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{8}{15}$

$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{17}{15}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{17}{8}$

$\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{15}{8}$

(iii) $\text{وتر} = 7$, $\text{قاعدہ} = 3$ ، ΔABC میں



مسئلہ فیثا غورث

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

$= (7)^2 - (3)^2$

$= 49 - 9 = 40$

$\text{عمود} = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$

$\sin\theta = \text{عمود}/\text{وتر} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$; $\operatorname{cosec}\theta = \text{وتر}/\text{عمود} = 7/2\sqrt{10}$

$\cos\theta = \text{قاعدہ}/\text{وتر} = \frac{3}{7}$; $\sec\theta = \text{وتر}/\text{قاعدہ} = 7/3$

$\tan\theta = \text{عمود}/\text{قاعدہ} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$; $\cot\theta = \text{قاعدہ}/\text{عمود} = 3/2\sqrt{10}$

Q#12 جدول اور کیلکولیٹر کے بغیر تکونیاتی تفاعل کی قیمت معلوم کریں

(i) $\tan 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(ii) $\tan 330^\circ = \frac{\sin 330^\circ}{\cos 330^\circ} = \frac{\sin(360^\circ - 30^\circ)}{\cos(360^\circ - 30^\circ)}$

$= \frac{-\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{-1/2}{\sqrt{3}/2}$

$= -\frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

(iii) $\sec 330^\circ = \frac{1}{\cos 330^\circ} = \frac{1}{\cos(360^\circ - 30^\circ)}$

$= \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

(iv) $\cot \frac{\pi}{4} = \frac{\cos \pi/4}{\sin \pi/4} = \frac{1/\sqrt{2}}{1/\sqrt{2}}$ $(\because \frac{\pi}{4} = 45^\circ)$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 1$

(v) $\cos 2\frac{\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

(vi) $\operatorname{cosec} \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{\sin \frac{2\pi}{3}} = \frac{1}{\sin(\pi - \frac{\pi}{3})}$

$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

(vii) $\cos(-450^\circ) = \cos(-720^\circ + 270^\circ)$

$= \cos(2(-1)360^\circ + 270^\circ)$

$= \cos 270^\circ$ $(\because k2\pi + \theta = \theta, k \in Z)$

$= \cos(360^\circ - 90^\circ)$

$= \cos 90^\circ$

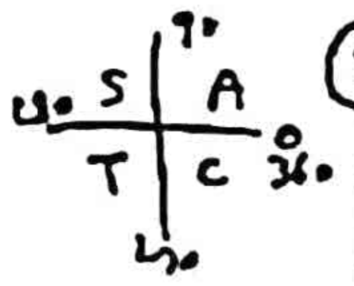
$= 0$

(viii) $\tan(-9\pi)$

$= \tan(-10\pi + \pi)$

$= \tan[2(-5)\pi + \pi]$ $\quad \because (2k\pi + \theta = \theta,\ k \in Z)$

$= \tan \pi = \dfrac{\sin \pi}{\cos \pi} = \dfrac{0}{-1} = 0$



(ix) $\cos\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right) = \cos\left[-\pi + \dfrac{\pi}{6}\right]$

$= -\cos\dfrac{\pi}{6} = -\sqrt{3}/2$

(x) $\sin\dfrac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \dfrac{\pi}{6}\right)$

$= -\sin\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{1}{2}$

(xi) $\cot\dfrac{7\pi}{6} = \dfrac{\cos 7\pi/6}{\sin 7\pi/6} = \dfrac{\cos(\pi + \pi/6)}{\sin(\pi + \pi/6)}$

$= \dfrac{-\cos \pi/6}{-\sin \pi/6} = \dfrac{-\sqrt{3}/2}{-1/2} = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} \times -\dfrac{2}{1}$

$= \sqrt{3}$

(xii) $\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ)$

$= -\cos 45^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

تاریخ 20/1/13

Exercise 7.4

Q#1 مختصر کر کے ایک تکونیاتی تفاعل میں لکھیے۔

$\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)^2 = \tan^2 x \quad \because \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$

Q#2 $\tan x \sin x \sec x$

$= \dfrac{\sin x}{\cos x} \cdot \sin x \cdot \dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)^2 = \tan^2 x$

Q#3 $\dfrac{\tan x}{\sec x} = \tan x \cdot \dfrac{1}{\sec x}$

$= \dfrac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos x = \sin x \quad \because \cos x = \dfrac{1}{\sec x}$

Q#4 $1 - \cos^2 x$

ہم جانتے ہیں کہ

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2 x$

$= 1 - (1 - \sin^2 x)$

$= 1 - 1 + \sin^2 x = \sin^2 x$

Q#5 $\sec^2 x - 1$

$= 1 + \tan^2 x - 1 \quad \because \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$

$= \tan^2 x$

Q#6 $\sin^2 x \cdot \cot^2 x$

$= \sin^2 x \cdot \dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cos^2 x \quad \because \cot^2 x = \dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$

Q#7 $(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta) = \cos^2\theta$

LHS $= (1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)$

$= (1)^2 - \sin^2\theta$

$= 1 - \sin^2\theta$

$= \cos^2\theta$

$=$ RHS

ہم جانتے ہیں کہ

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

Q#8 $\dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta} = 1 + \tan\theta$

LHS $= \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta}$

$= \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\cos\theta}$

$= \tan\theta + 1 = 1 + \tan\theta$

$=$ RHS.

Q#9 $(\tan\theta + \cot\theta)\tan\theta = \sec^2\theta$

LHS $= (\tan\theta + \cot\theta)\tan\theta$

$= \left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \left(\dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)$

$= \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta} \cdot \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \dfrac{1}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta$

$=$ RHS

متبادل طریقہ

Alternate

$= \tan^2\theta + \cot\theta\tan\theta$

$= \tan^2\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} \cdot \tan\theta$

$= \tan^2\theta + 1$

$= \sec^2\theta$

$=$ RHS.

Q#10 $(\cot\theta + \csc\theta)(\tan\theta - \sin\theta) = \sec\theta - \cos\theta$

LHS $= (\cot\theta + \csc\theta)(\tan\theta - \sin\theta)$

$= \left(\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} + \dfrac{1}{\sin\theta}\right)\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} - \dfrac{\sin\theta}{1}\right)$

$= \left(\dfrac{\cos\theta + 1}{\sin\theta}\right)\left(\dfrac{\sin\theta - \sin\theta\cos\theta}{\cos\theta}\right)$

$= \dfrac{(1 + \cos\theta)\sin\theta(1 - \cos\theta)}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \dfrac{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{\cos\theta} = \dfrac{(1)^2 - (\cos\theta)^2}{\cos\theta}$

$= \dfrac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\cos^2\theta}{\cos\theta}$

$= \sec\theta - \cos\theta \quad \because \dfrac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$=$ RHS

Q#11 $\dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\tan^2\theta - 1} = \dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$

LHS $= \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\tan^2\theta - 1} = \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - 1}$

$= \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\dfrac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{\cos^2\theta}} = \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta} \times \dfrac{\cos^2\theta}{1}$

$= \dfrac{\sin\theta + \cos\theta}{(\sin\theta)^2 - (\cos\theta)^2} \times \cos^2\theta$

$= \dfrac{\cos^2\theta(\sin\theta + \cos\theta)}{(\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \cos\theta)} = \dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$

$=$ RHS.

Q#12 $\dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta} + \sin\theta = \csc\theta$

LHS $= \dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta} + \dfrac{\sin\theta}{1} = \dfrac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\sin\theta}$

$= \dfrac{1}{\sin\theta} = \csc\theta$

$=$ RHS.

Q#13 $\sec\theta - \cos\theta = \tan\theta\sin\theta$

LHS $= \sec\theta - \cos\theta$

$= \dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\cos\theta}{1} = \dfrac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta}$

$= \dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \sin\theta$

$= \tan\theta\sin\theta$

$=$ RHS

Q#14 $\dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \cos\theta = \sec\theta$

LHS $= \dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{1} = \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$=$ RHS

Q#15 $\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta \operatorname{cosec}\theta$

$LHS = \tan\theta + \cot\theta$

$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{\cos\theta}$

$= \operatorname{cosec}\theta \cdot \sec\theta = \sec\theta \operatorname{cosec}\theta$

$= RHS$

Q#16 $(\tan\theta + \cot\theta)(\cos\theta + \sin\theta) = \sec\theta + \operatorname{cosec}\theta$

$LHS = (\tan\theta + \cot\theta)(\cos\theta + \sin\theta)$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)(\cos\theta + \sin\theta)$

$= \left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)(\cos\theta + \sin\theta)$

$= \left(\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}\right)(\cos\theta + \sin\theta) = \frac{\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta} + \frac{1}{\cos\theta} = \operatorname{cosec}\theta + \sec\theta$

$= RHS$

Q#17 $\sin\theta(\tan\theta + \cot\theta) = \sec\theta$

$LHS = \sin\theta(\tan\theta + \cot\theta)$

$= \sin\theta\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$= \sin\theta\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)$

$= \sin\theta\left(\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}\right) = \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$= RHS$

Q#18 $\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$

$LHS = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

$= \frac{(1+\cos\theta)^2 + \sin^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \frac{1+\cos^2\theta+2\cos\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta + 1 + 2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$= \frac{1+1+2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \frac{2+2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$= \frac{2(1+\cos\theta)}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \frac{2}{\sin\theta} = 2\operatorname{cosec}\theta$

$= RHS.$

Q#19 $\frac{1}{1-\cos\theta} + \frac{1}{1+\cos\theta} = 2\operatorname{cosec}^2\theta$

$LHS = \frac{1}{1-\cos\theta} + \frac{1}{1+\cos\theta}$

$= \frac{1+\cos\theta + 1-\cos\theta}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)} = \frac{2}{(1)^2 - (\cos\theta)^2}$

$= \frac{2}{1-\cos^2\theta} = \frac{2}{\sin^2\theta}$ $\because 1-\cos^2\theta = \sin^2\theta$

$= 2\operatorname{cosec}^2\theta = RHS$

Q#20 $\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} - \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = 4\tan\theta\sec\theta$

$LHS = \frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} - \frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$

$= \frac{(1+\sin\theta)^2 - (1-\sin\theta)^2}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}$

(6)

$= \frac{1+\sin^2\theta+2\sin\theta - (1+\sin^2\theta-2\sin\theta)}{(1)^2 - (\sin\theta)^2}$

$= \frac{1+\sin^2\theta+2\sin\theta - 1 - \sin^2\theta + 2\sin\theta}{1-\sin^2\theta}$

$= \frac{4\sin\theta}{1-\sin^2\theta} = \frac{4\sin\theta}{\cos^2\theta}$ $\because 1-\sin^2\theta = \cos^2\theta$

$= \frac{4\sin\theta}{\cos\theta \cdot \cos\theta} = 4\frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\cos\theta}$

$= 4\tan\theta\sec\theta$ $\because \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$ & $\frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$= RHS$

Q#21 $\sin^3\theta = \sin\theta - \sin\theta\cos^2\theta$

$LHS = \sin^3\theta$

$= \sin\theta \cdot \sin^2\theta$

$= \sin\theta(1-\cos^2\theta)$ $\because \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta$

$= \sin\theta - \sin\theta\cos^2\theta$

$= RHS$

Q#22 $\cos^4\theta - \sin^4\theta = (\cos^2\theta - \sin^2\theta)$

$LHS = \cos^4\theta - \sin^4\theta$

$= (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2$

$= (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$

$= (1)(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$

$= \cos^2\theta - \sin^2\theta = RHS$

Q#23 $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$

$LHS = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$

$= \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} \times \frac{1-\cos\theta}{1-\cos\theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1)^2 - (\cos\theta)^2}{(1-\cos\theta)^2}} = \sqrt{\frac{1-\cos^2\theta}{(1-\cos\theta)^2}}$

$= \sqrt{\frac{\sin^2\theta}{(1-\cos\theta)^2}} = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$ $\because 1-\cos^2\theta = \sin^2\theta$

$= RHS$

Q#24 $\sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}} = \frac{\sec\theta+1}{\tan\theta}$

$LHS = \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}}$

$= \sqrt{\frac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1} \times \frac{\sec\theta+1}{\sec\theta+1}}$

$= \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)^2}{(\sec\theta)^2 - (1)^2}} = \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)^2}{\sec^2\theta - 1}}$

$= \sqrt{\frac{(\sec\theta+1)^2}{\tan^2\theta}}$ $\because \sec^2\theta = 1+\tan^2\theta$ & $\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$

$= \frac{\sec\theta+1}{\tan\theta}$

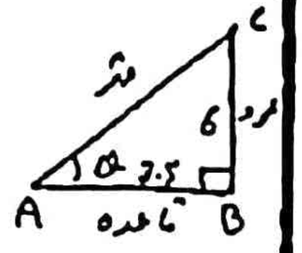
$= RHS.$

Exercise 7.5

Q#1 سورج کا زاویہ صعود = θ = ؟

آدمی کا قد = $m\overline{BC}$ = عمود = 6 فٹ

آدمی کا سایہ = $m\overline{AB}$ = قاعدہ = 3.5 فٹ



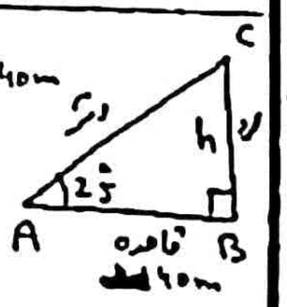
$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{6}{3.5} \approx 1.7142$ میں ΔABC

$\theta = \tan^{-1}(1.7142) \approx 59.74°$ پس زاویہ صعود $\approx 59.74°$

Q#2 درخت کا سایہ = $m\overline{AB}$ = قاعدہ = 40m

زاویہ صعود = $\theta = 25°$

درخت کی اونچائی = $m\overline{BC}$ = عمود = h = ؟



میں ΔABC

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 25° = \frac{h}{40m} \Rightarrow h = \tan 25° \times 40m$

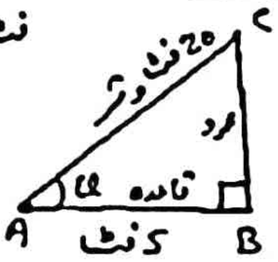
$h \approx 0.4663 \times 40 \approx 18.65m$

پس درخت کی اونچائی $\approx 18.65m$

Q#3 سیڑھی کی لمبائی = $m\overline{AC}$ = وتر = 20 فٹ

سیڑھی اور دیوار کا درمیانی فاصلہ = $m\overline{AB}$ = قاعدہ = 5 فٹ

سیڑھی کا زاویہ صعود = θ = ؟



$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{\text{5 فٹ}}{\text{20 فٹ}} = \frac{1}{4}$ میں ΔABC

$\cos\theta = 0.25 \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(0.25) \approx 75.52°$

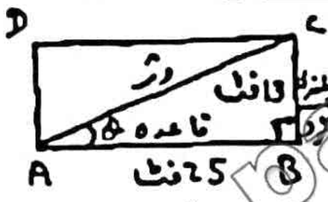
پس زاویہ صعود $\approx 75.52°$

Q#4 مستطیل کا قاعدہ = $m\overline{AB}$ = 25 فٹ

مستطیل کی بلندی = h = $m\overline{BC}$ = 13 فٹ

مستطیل کا وتر = $m\overline{AC}$

زاویہ صعود = θ = ؟



میں ΔABC

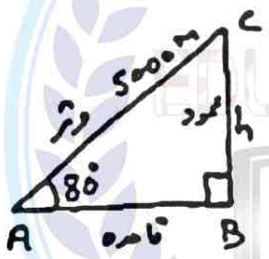
$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\text{13 فٹ}}{\text{25 فٹ}} = 0.52$

$\theta = \tan^{-1} 0.52 \approx 27.47°$ پس زاویہ صعود $\approx 27.47°$

Q#5 زاویہ = $\theta = 80°$

راکٹ کا طے کردہ فاصلہ = $m\overline{AC}$ = وتر = 5000m

راکٹ کی زمین سے بلندی = h = $m\overline{BC}$ = عمود = ؟



میں ΔABC

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$

$\sin 80° = \frac{h}{5000m} \Rightarrow h = \sin 80° \times 5000$

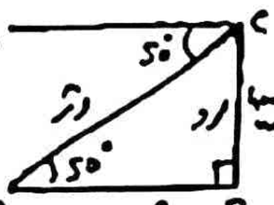
$h \approx 0.9848 \times 5000 \approx 4924m$

پس راکٹ کی زمین سے بلندی $\approx 4924m$

Q#6 جہاز کی بلندی = $m\overline{BC}$ = عمود = 4000m

زاویہ نزول = 50°

جہاز سے ائیرپورٹ کا فاصلہ = $m\overline{AB}$ = قاعدہ = ؟



میں ΔABC

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 50° = \frac{4000m}{m\overline{AB}} \Rightarrow m\overline{AB} = \frac{4000m}{\tan 50°}$

$m\overline{AB} \approx \frac{4000}{1.19175} \approx 3356.4m$

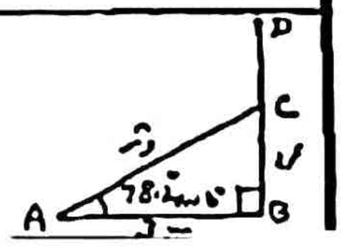
پس ائیرپورٹ سے جہاز کا فاصلہ $\approx 3356.4m$

Q#7 پول کی بلندی = $m\overline{BD}$

پول کا نصف = $m\overline{BC}$ = عمود = ؟

زاویہ = $\theta = 78.2°$

تار کا پول سے فاصلہ = $m\overline{AB}$ = قاعدہ = 3m



(7) $\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$ میں ΔABC

$\tan 78.2° = \frac{m\overline{BC}}{3m} \Rightarrow m\overline{BC} = \tan 78.2° \times 3$

$m\overline{BC} \approx 4.7867 \times 3 \approx 14.36$

چونکہ $m\overline{BC} = m\overline{CD}$

لہٰذا $m\overline{CD} \approx 14.36$

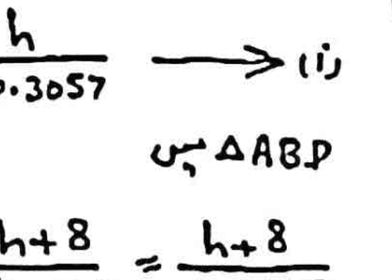
پول کی بلندی = $m\overline{BD} = m\overline{BC} + m\overline{CD}$

$= 14.36 + 14.36 = 28.72m$

Q#8 زاویہ = $\theta = 5.7°$

اونچائی کی جانب فاصلہ = $m\overline{AC}$ = وتر = 2 میل

سطح سمندر سے بلندی = $m\overline{BC}$ = عمود = h = ؟



$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$ میں ΔABC

$\sin 5.7° = \frac{h}{2 \text{ میل}} \Rightarrow h = \sin 5.7° \times 2 \text{ میل}$

$h \approx 0.0993 \times 2 \approx 0.199$ میل

پس سطح سمندر سے بلندی ≈ 0.199 میل

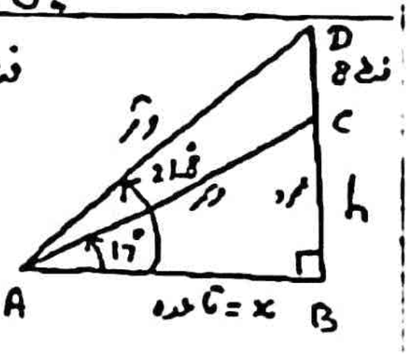
Q#9 انٹینا کی بلندی = $m\overline{DC}$ = 8 فٹ

زمین سے چھت کا زاویہ صعود = $m\angle BAC = 17°$

انٹینا کا زاویہ صعود = $m\angle BAD = 21.8°$

مکان کی بلندی = $m\overline{BC}$ = عمود = h = ؟

فرض کیا $m\overline{AB}$ = قاعدہ = x



$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$ میں ΔABC

$\tan 17° = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\tan 17°} \approx \frac{h}{0.3057} \longrightarrow$ (i)

$\tan\alpha = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$ میں ΔABD

$\tan 21.8° = \frac{h+8}{x} \Rightarrow x = \frac{h+8}{\tan 21.8} \approx \frac{h+8}{0.3999} \longrightarrow$ (ii)

(i) اور (ii) کی رو سے

$\frac{h}{0.3057} \approx \frac{h+8}{0.3999}$

$h(0.3999) \approx (h+8)(0.3057)$

$0.3999h \approx 0.3057h + 2.4456$

$0.3999h - 0.3057h \approx 2.4456$

$0.0942h \approx 2.4456 \Rightarrow h \approx \frac{2.4456}{0.0942} \approx 25.96$

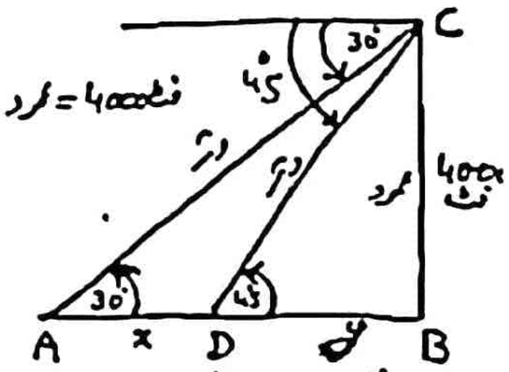
پس مکان کی بلندی = $h \approx 25.96$ فٹ

Q#10 مشاہداتی مقام کی بلندی = $m\overline{BC}$ = عمود = 4000 فٹ

پہلی کشتی کا زاویہ نزول = 30°

دوسری کشتی کا زاویہ نزول = 45°

دونوں کشتیوں کے درمیان فاصلہ = $m\overline{AD}$ = ؟



میں $\Delta ABCD$

$\alpha = 45°$

عمود = 4000 فٹ، قاعدہ = $m\overline{BD} = y$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 45° = \frac{4000}{y} \Rightarrow y = \frac{4000}{\tan 45°}$

$y = \frac{4000}{1} = 4000$ فٹ

میں ΔABC

$\theta = 30°$

عمود = 4000 فٹ، قاعدہ = $m\overline{AB} = x + y$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 30° = \frac{4000}{x+y}$

$x + y = \frac{4000}{\tan 30°} = \frac{4000}{0.57735} = 6928.2$

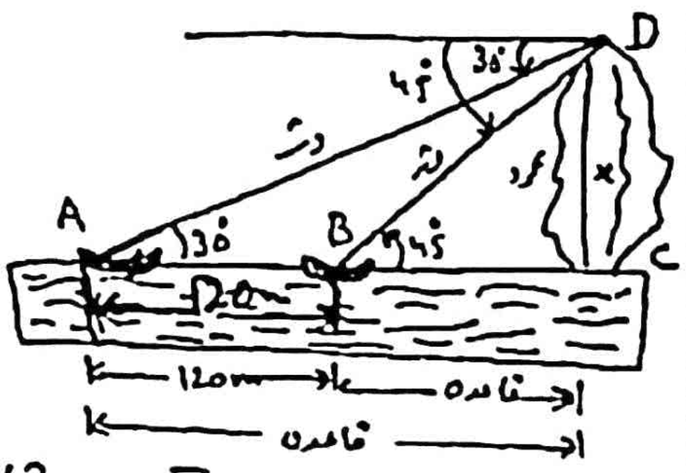
$x+y = 6928.2$ فٹ

$x + 4000 = 6928.2$

$x = 6928.2 - 4000 = 2928.2$ فٹ

تقریباً فٹ $= 2928.2$ پس کشتیوں کے درمیان فاصلہ

Q # 11



جہازوں کے درمیان فاصلہ $= m\overline{AB} = 120\,m$

چٹان کی بلندی $= m\overline{CD} =$ عمود $= ?$

فرض کیا $m\overline{BC} = y = ?$

$\theta = 45°$ میں $\triangle BCD$

عمود $= x = ?$ فاصلہ $= y = ?$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{فاصلہ}} \Rightarrow \tan 45° = \frac{x}{y}$

$1 = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y$ ⟶ (i)

$\theta = 30°$ میں $\triangle ACD$

فاصلہ $= m\overline{AC} = 120 + y$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{فاصلہ}} \Rightarrow \tan 30° = \frac{x}{120+y}$

$0.57735 = \frac{x}{120+y} \Rightarrow x = (0.57735)(120+y)$ ⟶ (ii)

جزنا اور زن کی ترکیب سے

$y = (0.57735)(120+y)$

$y = 69.282 + 0.57735\,y$

$y - 0.57735\,y = 69.282$

$0.42265\,y = 69.282$

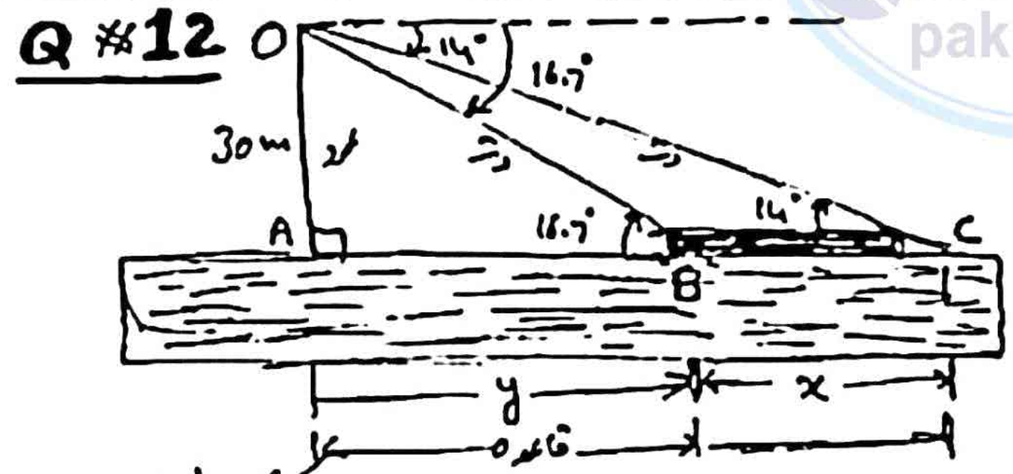
$y = \frac{69.282}{0.42265} = 163.92\,m$

چونکہ $x = y$ لہٰذا $x = 163.92\,m$

پس $m\overline{BC} = y = 163.92\,m$

چٹان کی بلندی $m\overline{CD} = x = 163.92\,m$

Q # 12



دریا کی سطح سے بلندی $= m\overline{AO} =$ عمود $= 30\,m$

لکڑی کے ٹکڑے کی لمبائی $= m\overline{BC} = x = ?$

فرض کیا $m\overline{AB} = y$

$\alpha = 16.7°$ میں $\triangle AOB$

$m\overline{AO}$ عمود $= 30\,m$

فاصلہ $= m\overline{AB} = y$

(8)

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{فاصلہ}}$

$\tan 16.7° = \frac{30m}{y} \Rightarrow 0.3 = \frac{30}{y}$

$y = \frac{30}{0.3} = 100$ ⟶ (i)

$\theta = 14°$ میں $\triangle AOC$

عمود $= m\overline{AO} = 30\,m$

فاصلہ $= m\overline{AC} = x + y$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{فاصلہ}} \Rightarrow \tan 14° = \frac{30m}{x+y}$

$0.2493 = \frac{30}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{30}{0.2493}$

$x+y = 120.3369$ ⟶ (ii)

مساوات (i) سے y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$x + 100 = 120.3369$

$x = 120.3369 - 100 = 20.3369\,m$

تقریباً پس لکڑی کے ٹکڑے کی لمبائی $= 20.3369\,m$

متفرق مشق 7

Q # 1

دو قائمہ الزاویوں میں کل کتنے منٹس ہوتے ہیں؟ (iii)

ایک قائمہ زاویہ $= 90°$

دو قائمہ زاویے $= 2 \times 90° = 180°$

ایک ڈگری $1° = 60$ منٹ

$180°$ ڈگری $= 180 \times 60 = 10800$ منٹ

(ii) $\frac{\pi}{5} = \frac{36°}{5} = 36°$ ریڈین $\because \pi = 180°$

(iii) $15° = 15 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{12}$ ریڈین

(vii) قوس کی لمبائی $= l = 50\,m$ ، $r = 25\,m$ ، $\theta = ?$

$l = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{l}{r} = \frac{50m}{25m} = 2$ ریڈین

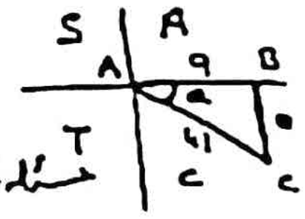
(viii) $l = 56\frac{1}{2}\,m$ ، $\theta = 45° = 45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$ ریڈین

$r = ?$

$l = r\theta \Rightarrow r = \frac{l}{\theta} = \frac{56}{\pi/4} = \frac{56 \times 4}{\pi}$

$l = \frac{56 \times 4}{3.1428} = 71.27\,m$

(ix) $\cos\theta = \frac{9}{41}$ $\tan\theta = ?$ θ چوتھے ربع میں واقع ہے



$\cos\theta = \frac{\text{فاصلہ}}{\text{وتر}} = \frac{9}{41}$

فاصلہ $= 9$ ، وتر $= 41$

مسئلہ فیثا غورث کی رُو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{فاصلہ})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{فاصلہ})^2$

$= (41)^2 - (9)^2 = 1681 - 81 = 1600$

عمود $= \sqrt{1600} = \pm 40$

چونکہ θ چوتھے ربع میں واقع ہے $\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{فاصلہ}} = -\frac{40}{9}$

(x) $(1 - \sin^2\theta)(1 + \tan^2\theta) = 1$ ثابت کریں۔

$(\cos^2\theta)(\sec^2\theta) = 1$ $\because 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta$

$\cos\theta \times \frac{1}{\cos\theta} = 1$ & $1 + \tan^2\theta = \sec^2$

$1 = 1$ $\because \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$