Maths 10th Unit # 4

pakcity.org

Exercise 4.1

Q#1 جزوی کسروں میں تبدیل کریں۔ $\frac{7x-9}{(x+1)(x-3)}$

فرض کیا

$$\frac{7x-9}{(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-3)$ سے ضرب دینے سے

$$7x-9 = A(x-3) + B(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک اتفاقیہ مساوات ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یعنی $x=-1$ درج کرنے سے

$$7(-1)-9 = A(-1-3) + B(-1+1)$$
$$-7-9 = A(-4) + B(0)$$
$$-16 = -4A + 0 \Rightarrow A = \frac{-16}{-4} = 4 \quad \boxed{A=4}$$

مساوات (ii) میں $x-3=0$ یعنی $x=3$ درج کرنے سے

$$7(3)-9 = A(3-3) + B(3+1)$$
$$21-9 = A(0) + B(4)$$
$$12 = 4B \Rightarrow B = \frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{B=3}$$

مساوات (i) میں A اور B کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{7x-9}{(x+1)(x-3)} = \frac{4}{x+1} + \frac{3}{x-3}$$

Q#2 $\frac{x-11}{(x-4)(x+3)}$

فرض کیا

$$\frac{x-11}{(x-4)(x+3)} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-4)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$x-11 = A(x+3) + B(x-4) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ اتفاقیہ ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$-3-11 = A(-3+3) + B(-3-4)$$
$$-14 = A(0) + B(-7)$$
$$-14 = -7B \Rightarrow B = \frac{-14}{-7} = 2 \Rightarrow \boxed{B=2}$$

مساوات (ii) میں $x-4=0$ یا $x=4$ درج کرنے سے

$$4-11 = A(4+3) + B(4-4)$$
$$-7 = A(7) + B(0)$$
$$-7 = 7A \Rightarrow A = \frac{-7}{7} = -1 \Rightarrow \boxed{A=-1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x-11}{(x-4)(x+3)} = \frac{-1}{x-4} + \frac{2}{x+3}$$

Q#3 $\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{3x-1}{(x+1)(x-1)}$

فرض کیا

$$\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{3x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$3x-1 = A(x-1) + B(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک اتفاقیہ ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$3(-1)-1 = A(-1-1) + B(-1+1)$$
$$-3-1 = A(-2) + B(0)$$
$$-4 = -2A \Rightarrow A = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$3(1)-1 = A(1-1) + B(1+1)$$
$$3-1 = A(0) + B(2)$$
$$2 = 2B \Rightarrow B = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{B=1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

Q#4 $\frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{x-5}{x^2+3x-x-3} = \frac{x-5}{x(x+3)-1(x+3)}$

$$= \frac{x-5}{(x+3)(x-1)}$$

فرض کیا

$$\frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{x-5}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+3)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$x-5 = A(x-1) + B(x+3) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک اتفاقیہ ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$-3-5 = A(-3-1) + B(-3+3)$$
$$-8 = A(-4) + B(0)$$
$$-8 = -4A \Rightarrow A = \frac{-8}{-4} = 2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1-5 = A(1-1) + B(1+3)$$
$$-4 = A(0) + B(4)$$
$$-4 = 4B \Rightarrow B = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow \boxed{B=-1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{2}{x+3} + \frac{-1}{x-1} = \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x-1}$$

Q#5 $\frac{3x+3}{(x-1)(x+2)}$

فرض کیا

$$\frac{3x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-1)(x+2)$ سے ضرب دینے سے

$$3x+3 = A(x+2) + B(x-1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ اتفاقیہ ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$3(1)+3 = A(1+2) + B(1-1)$$
$$3+3 = A(3) + B(0)$$
$$6 = 3A \Rightarrow A = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$3(-2)+3 = A(-2+2) + B(-2-1)$$
$$-6+3 = A(0) + B(-3)$$
$$-3 = -3B \Rightarrow B = \frac{-3}{-3} = 1 \Rightarrow \boxed{B=1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+2}$$

Q#6 $\frac{7x-25}{(x-4)(x-3)}$

فرض کیا

$$\frac{7x-25}{(x-4)(x-3)} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x-3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-4)(x-3)$ سے ضرب دینے سے

$7x-25 = A(x-3)+B(x-4) \longrightarrow (ii)$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-4=0$ یا $x=4$ درج کرنے سے

$7(4)-25 = A(4-3)+B(4-4)$

$28-25 = A(1)+B(0)$

$3 = A \Rightarrow \boxed{A=3}$

مساوات (ii) میں $x-3=0$ یا $x=3$ درج کرنے سے

$7(3)-25 = A(3-3)+B(3-4)$

$21-25 = A(0)+B(-1)$

$-4 = -B \Rightarrow \boxed{B=4}$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{7x-25}{(x-4)(x-3)} = \frac{3}{x-4}+\frac{4}{x-3}$$

Q#7

$$\frac{x^2+2x+1}{(x-2)(x+3)} = \frac{x^2+2x+1}{x^2+x-6}$$

دی ہوئی کسر چونکہ غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$x^2+x-6 \overline{)\,x^2+2x+1\,}\;1$$
$$\underline{\pm x^2 \pm x \mp 6}$$
$$x+7$$

$$\frac{x^2+2x+1}{(x-2)(x+3)} = 1+\frac{x+7}{x^2+x-6} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا

$$\frac{x+7}{(x^2+x-6)} = \frac{x+7}{(x-2)(x+3)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+3} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $(x-2)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$x+7 = A(x+3)+B(x-2) \longrightarrow (iii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x-2=0$ یا $x=2$ درج کرنے سے

$2+7 = A(2+3)+B(2-2)$

$9 = A(5)+B(0)$

$9 = 5A \Rightarrow \boxed{A=\frac{9}{5}}$

مساوات (iii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$-3+7 = A(-3+3)+B(-3-2)$

$4 = A(0)+B(-5)$

$4 = -5B \Rightarrow \boxed{B=-\frac{4}{5}}$

A اور B کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{x+7}{x^2+x-6} = \frac{x+7}{(x-2)(x+3)} = \frac{9/5}{x-2}+\frac{-4/5}{x+3}$$

$$= \frac{9}{5(x-2)} - \frac{4}{5(x+3)}$$

اب مساوات (i) سے

$$\frac{x^2+2x+1}{(x-2)(x+3)} = 1+\frac{9}{5(x-2)}-\frac{4}{5(x+3)}$$

Q#8

$$\frac{6x^3+5x^2-7}{3x^2-2x-1}$$

دی ہوئی کسر غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$3x^2-2x-1 \overline{)\,6x^3+5x^2-7\,}\;2x+3$$
$$\underline{\pm 6x^3 \mp 4x^2 \mp 2x}$$
$$9x^2+2x-7$$
$$\underline{\pm 9x^2 \mp 6x \mp 3}$$
$$8x-4$$

$$\frac{6x^3+5x^2-7}{3x^2-2x-1} = 2x+3+\frac{8x-4}{3x^2-2x-1} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا

$$\frac{8x-4}{3x^2-2x-1} = \frac{8x-4}{3x^2-3x+1x-1} = \frac{8x-4}{3x(x-1)+1(x-1)}$$

$$= \frac{8x-4}{(x-1)(3x+1)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{3x+1} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $(x-1)(3x+1)$ سے ضرب دینے سے

$8x-4 = A(3x+1)+B(x-1) \longrightarrow (iii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x-1=0$ یا $x=+1$ درج کرنے سے

$8(+1)-4 = A(3(+1)+1)+B(+1-1)$

$+8-4 = A(+3+1)+B(0)$

$+4 = +4A \Rightarrow 4 = \frac{4A}{4} \Rightarrow \boxed{A=1}$

مساوات (iii) میں $3x+1=0$ یا $3x=-1$ یا $x=-\frac{1}{3}$ درج کرنے سے

$8(-\frac{1}{3})-4 = A[3(-\frac{1}{3})+1]+B(-\frac{1}{3}-1)$

$-\frac{8}{3}-\frac{4}{1} = A(-1+1)+B(\frac{-1-3}{3})$

$\frac{-8-12}{3} = A(0)+B(-\frac{4}{3})$

$-\frac{20}{3} = -\frac{4}{3}B \Rightarrow B = -\frac{20}{3}\times-\frac{3}{4} = 5 \Rightarrow \boxed{B=5}$

A اور B کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{8x-4}{(x-1)(3x+1)} = \frac{1}{x-1}+\frac{5}{3x+1}$$

اب مساوات (i) سے

$$\frac{6x^3+5x^2-7}{3x^2-2x-1} = (2x+3)+\frac{1}{x-1}+\frac{5}{3x+1}$$

Exercise 4.2

جزوی کسور میں تحلیل کریں۔

Q#1

$$\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)}$$

فرض کیا

$$\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{x-2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-1)^2(x-2)$ سے ضرب دینے سے

$x^2-3x+1 = A(x-1)(x-2)+B(x-2)+C(x-1)^2 \longrightarrow (ii)$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$(1)^2-3(1)+1 = A(1-1)(1-2)+B(1-2)+C(1-1)^2$

$1-3+1 = A(0)(-1)+B(-1)+C(0)^2$

$-1 = 0-B+0 \Rightarrow \boxed{B=1}$

مساوات (ii) میں $x-2=0$ یا $x=2$ درج کرنے سے

$(2)^2-3(2)+1 = A(2-1)(2-2)+B(2-2)+C(2-1)^2$

$4-6+1 = A(1)(0)+B(0)+C(1)^2$

$-1 = 0+0+C \Rightarrow \boxed{C=-1}$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$A+C=1$

$A-1=1 \Rightarrow A=1+1=2 \Rightarrow \boxed{A=2}$

مساوات (i) میں A، B، C کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{-1}{(x-2)}$$

$$= \frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{(x-2)}$$

Q#2 $\frac{x^2+7x+11}{(x+2)^2(x+3)}$

فرض کیا

$$\frac{x^2+7x+11}{(x+2)^2(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{(x+2)^2}+\frac{C}{x+3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+2)^2(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+7x+11 = A(x+2)(x+3)+B(x+3)+C(x+2)^2 \longrightarrow (ii)$$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$(-2)^2+7(-2)+11 = A(-2+2)(-2+3)+B(-2+3)+C(-2+2)^2$$

$$4-14+11 = A(0)(1)+B(1)+C(0)^2$$

$$1 = 0+B+0 \Rightarrow \boxed{B=1}$$

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$(-3)^2+7(-3)+11 = A(-3+2)(-3+3)+B(-3+3)+C(-3+2)^2$$

$$9-21+11 = A(-1)(0)+B(0)+C(-1)^2$$

$$-1 = 0+0+C(1) \Rightarrow \boxed{C=-1}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

$$A+C=1$$

$$A-1=1 \Rightarrow A=1+1=2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+7x+11}{(x+2)^2(x+3)} = \frac{2}{x+2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{-1}{x+3}$$

$$= \frac{2}{x+2}+\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{1}{x+3}$$

Q#3 $\frac{9}{(x-1)(x+2)^2}$

فرض کیا

$$\frac{9}{(x-1)(x+2)^2} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2}+\frac{C}{(x+2)^2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-1)(x+2)^2$ سے ضرب دینے سے

$$9 = A(x+2)^2+B(x-1)(x+2)+C(x-1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$9 = A(1+2)^2+B(1-1)(1+2)+C(1-1)$$

$$9 = A(3)^2+B(0)(3)+C(0)$$

$$9 = 9A+0+0 \Rightarrow 9A=9 \Rightarrow A=\frac{9}{9}=1 \Rightarrow \boxed{A=1}$$

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$9 = A(-2+2)^2+B(-2-1)(-2+2)+C(-2-1)$$

$$9 = A(0)^2+B(-3)(0)+C(-3)$$

$$9 = 0+0-3C \Rightarrow C=\frac{9}{-3}=-3 \Rightarrow \boxed{C=-3}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

$$A+B=0$$

$$1+B=0 \Rightarrow \boxed{B=-1}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{9}{(x-1)(x+2)^2} = \frac{1}{x-1}+\frac{-1}{(x+2)}+\frac{-3}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}$$

Q#4 $\frac{x^4+1}{x^2(x-1)}$

یہ دی گئی کسر غیر واجب کسر ہے

بذریعہ تقسیم

$$= \frac{x^4+1}{x^3-x^2}$$

$x^3-x^2 \,)\, x^4+1 \,(\, x+1$

$\mp x^4 \pm x^3$

x^3+1

$\mp x^3 \pm x^2$

x^2+1

$$= (x+1)+\frac{x^2+1}{x^3-x^2} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا

$$\frac{x^2+1}{x^3-x^2} = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$$

$$= \frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x-1} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $x^2(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+1 = A(x)(x-1)+B(x-1)+C(x^2) \longrightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x=0$ درج کرنے سے

$$(0)^2+1 = A(0)(0-1)+B(0-1)+C(0)^2$$

$$0+1 = 0+B(-1)+0 \Rightarrow 1=-B \Rightarrow \boxed{B=-1}$$

مساوات (iii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$(1)^2+1 = A(1)(1-1)+B(1-1)+C(1)^2$$

$$1+1 = A(1)(0)+B(0)+C(1)$$

$$2 = 0+0+C \Rightarrow \boxed{C=2}$$

مساوات (iii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

$$A+C=1$$

$$A+2=1 \Rightarrow A=1-2=-1 \Rightarrow \boxed{A=-1}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+1}{x^3-x^2} = \frac{-1}{x}+\frac{-1}{x^2}+\frac{2}{x-1}$$

اب مساوات (i) سے

$$\frac{x^4+1}{x^2(x-1)} = (x+1)+\frac{-1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x-1}$$

Q#5 $\frac{7x+4}{(3x+2)(x+1)^2}$

فرض کیا

$$\frac{7x+4}{(3x+2)(x+1)^2} = \frac{A}{(3x+2)}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(3x+2)(x+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$7x+4 = A(x+1)^2+B(x+1)(3x+2)+C(3x+2) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $3x+2=0$ یا $3x=-2$ یا $x=-\frac{2}{3}$ درج کرنے سے

$$7\left(-\frac{2}{3}\right)+4 = A\left(-\frac{2}{3}+1\right)^2+B\left(-\frac{2}{3}+1\right)\left(3\left(-\frac{2}{3}\right)+2\right)+C\left(3\left(-\frac{2}{3}\right)+2\right)$$

$$-\frac{14}{3}+\frac{4}{1} = A\left(\frac{-2+3}{3}\right)^2+B\left(\frac{-2+3}{3}\right)(-2+2)+C(-2+2)$$

$$\frac{-14+12}{3} = A\left(\frac{1}{3}\right)^2+B\left(\frac{1}{3}\right)(0)+C(0)$$

$$-\frac{2}{3} = A\left(\frac{1}{9}\right)+0+0 \Rightarrow A=-\frac{2}{3}\times 9=-6 \Rightarrow \boxed{A=-6}$$

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$7(-1)+4 = A(-1+1)^2+B(-1+1)(3(-1)+2)+C(3(-1)+2)$$

$$-7+4 = A(0)^2+B(0)(-3+2)+C(-3+2)$$

$$-3 = 0+0+C(-1) \Rightarrow \boxed{C=3}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

$$A+3B=0$$

$$-6+3B=0 \Rightarrow 3B=6 \Rightarrow B=\frac{6}{3}=2 \Rightarrow \boxed{B=2}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{7x+4}{(3x+2)(x+1)^2} = \frac{-6}{3x+2}+\frac{2}{x+1}+\frac{3}{(x+1)^2}$$

Q#6 $\frac{1}{(x-1)^2(x+1)}$

فرض کیا
$$\frac{1}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-1)^2(x+1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x-1)(x+1) + B(x+1) + C(x-1)^2 \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1 = A(1-1)(1+1) + B(1+1) + C(1-1)^2$$
$$1 = A(0)(2) + B(2) + C(0)^2$$
$$1 = 0 + 2B + 0 \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow \boxed{B = \tfrac{1}{2}}$$

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A(-1-1)(-1+1) + B(-1+1) + C(-1-1)^2$$
$$1 = A(-2)(0) + B(0) + C(-2)^2$$
$$1 = 0 + 0 + 4C \Rightarrow 4C = 1 \Rightarrow \boxed{C = \tfrac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$$A + C = 0$$
$$A + \tfrac{1}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{A = -\tfrac{1}{4}}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{-1/4}{x-1} + \frac{1/2}{(x-1)^2} + \frac{1/4}{x+1}$$
$$= \frac{-1}{4(x-1)} + \frac{1}{2(x-1)^2} + \frac{1}{4(x+1)}$$

Q#7 $\frac{3x^2+15x+16}{(x+2)^2}$

چونکہ دی گئی کسر غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$= \frac{3x^2+15x+16}{x^2+4x+4}$$

$$x^2+4x+4 \overline{)\,3x^2+15x+16\,}(3$$
$$\pm 3x^2 \pm 12x \pm 12$$
$$3x+4$$

$$= 3 + \frac{3x+4}{x^2+4x+4} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا
$$\frac{3x+4}{x^2+4x+4} = \frac{3x+4}{(x+2)^2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $(x+2)^2$ سے ضرب دینے سے

$$3x+4 = A(x+2) + B \longrightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$3(-2)+4 = A(-2+2) + B$$
$$-6+4 = A(0) + B$$
$$-2 = 0 + B \Rightarrow \boxed{B = -2}$$

مساوات (iii) میں x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$$\boxed{A = 3}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x+4}{x^2+4x+4} = \frac{3}{x+2} + \frac{-2}{(x+2)^2}$$

مساوات (i) سے

$$\frac{3x^2+15x+16}{(x+2)^2} = 3 + \frac{3}{x+2} - \frac{2}{(x+2)^2}$$

Q#8 $\frac{1}{(x^2-1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)(x-1)(x+1)}$

$$= \frac{1}{(x+1)^2(x-1)}$$

(4)

فرض کیا
$$\frac{1}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x-1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)^2(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x+1)(x-1) + B(x-1) + C(x+1)^2 \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A(-1+1)(-1-1) + B(-1-1) + C(-1+1)^2$$
$$1 = A(0)(-2) + B(-2) + C(0)^2$$
$$1 = 0 - 2B + 0 \Rightarrow -2B = 1 \Rightarrow \boxed{B = -\tfrac{1}{2}}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1 = A(1+1)(1-1) + B(1-1) + C(1+1)^2$$
$$1 = A(2)(0) + B(0) + C(2)^2$$
$$1 = 0 + 0 + 4C \Rightarrow 1 = 4C \Rightarrow \boxed{C = \tfrac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$$A + C = 0$$
$$A + \tfrac{1}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{A = -\tfrac{1}{4}}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{-1/4}{x+1} + \frac{-1/2}{(x+1)^2} + \frac{1/4}{x-1}$$
$$= \frac{-1}{4(x+1)} - \frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{4(x-1)}$$

Exercise 4.3

جزوی کسروں میں تحلیل کریں۔

Q#1

فرض کیا
$$\frac{3x-11}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+3)(x^2+1)$ سے ضرب دینے سے

$$3x-11 = A(x^2+1) + (Bx+C)(x+3)$$
$$= A(x^2+1) + B(x^2+3x) + C(x+3) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$3(-3)-11 = A((-3)^2+1) + B((-3)^2+3(-3)) + C(-3+3)$$
$$-9-11 = A(9+1) + B(9-9) + C(0)$$
$$-20 = A(10) + B(0) + 0$$
$$-20 = 10A \Rightarrow A = \frac{-20}{10} = -2 \Rightarrow \boxed{A = -2}$$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$$A + B = 0 \quad \& \quad 3B + C = 3$$
$$-2 + B = 0 \qquad 3(2) + C = 3$$
$$\boxed{B = 2} \qquad 6 + C = 3 \Rightarrow C = 3-6 = -3$$
$$\boxed{C = -3}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x-11}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{-2}{x+3} + \frac{2x-3}{x^2+1}$$

Q#2

فرض کیا
$$\frac{3x+7}{(x^2+1)(x+3)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x^2+1)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$3x+7 = (Ax+B)(x+3) + C(x^2+1)$$
$$= A(x^2+3x) + B(x+3) + C(x^2+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$3(-3)+7 = A[(-3)^2+3(-3)] + B[-3+3] + C((-3)^2+1)$

$-9+7 = A(9-9)+B(0)+C(9+1)$

$-2 = A(0)+0+C(10)$

$10C = -2 \Rightarrow C = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{C=-\frac{1}{5}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$A+C=0 \quad \& \quad 3A+B=3$

$A-\frac{1}{5}=0 \qquad 3(\frac{1}{5})+B=3 \Rightarrow \frac{3}{5}+B=3$

$\boxed{A=\frac{1}{5}} \qquad B=\frac{3}{1}-\frac{3}{5}=\frac{15-3}{5}=\frac{12}{5}$

$\boxed{B=\frac{12}{5}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$\frac{3x+7}{(x^2+1)(x+3)} = \frac{\frac{1}{5}x+\frac{12}{5}}{x^2+1} + \frac{-\frac{1}{5}}{x+3}$

$= \frac{x+12}{5(x^2+1)} - \frac{1}{5(x+3)}$

Q#3

$\frac{1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \rightarrow (i)$ فرض کیا

طرفین کو $(x+1)(x^2+1)$ سے ضرب دینے سے

$1 = A(x^2+1)+(Bx+C)(x+1)$

$= A(x^2+1)+B(x^2+x)+C(x+1) \rightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$1 = A[(-1)^2+1] + B[(-1)^2+(-1)] + C(-1+1)$

$1 = A(1+1)+B(1-1)+C(0)$

$1 = A(2)+B(0)+0$

$2A = 1 \Rightarrow \boxed{A=\frac{1}{2}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$A+B=0 \Rightarrow \frac{1}{2}+B=0 \Rightarrow \boxed{B=-\frac{1}{2}}$

$B+C=0 \Rightarrow -\frac{1}{2}+C=0 \Rightarrow \boxed{C=\frac{1}{2}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$\frac{1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{1/2}{x+1} + \frac{-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}}{x^2+1}$

$= \frac{1}{2(x+1)} + \frac{-(\frac{x-1}{2})}{x^2+1} = \frac{1}{2(x+1)} - \frac{x-1}{2(x^2+1)}$

Q#4

$\frac{9x-7}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \rightarrow (i)$ فرض کیا

طرفین کو $(x+3)(x^2+1)$ سے ضرب دینے سے

$9x-7 = A(x^2+1)+(Bx+C)(x+3)$

$= A(x^2+1)+B(x^2+3x)+C(x+3) \rightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$9(-3)+7 = A[(-3)^2+1] + B[(-3)^2+3(-3)] + C(-3+3)$

$-27-7 = A(9+1)+B(9-9)+C(0)$

$-34 = 10A+B(0)+0$

$10A = -34 \Rightarrow A = -\frac{34}{10} = -\frac{17}{5} \Rightarrow \boxed{A=-\frac{17}{5}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$A+B=0 \Rightarrow -\frac{17}{5}+B=0 \Rightarrow \boxed{B=\frac{17}{5}}$

$3B+C=9 \Rightarrow 3(\frac{17}{5})+C=9 \Rightarrow \frac{51}{5}+C=9$

$C = \frac{9}{1}-\frac{51}{5} = \frac{45-51}{5} = -\frac{6}{5} \Rightarrow \boxed{C=-\frac{6}{5}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$\frac{9x-7}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{-17/5}{x+3} + \frac{\frac{17}{5}x-\frac{6}{5}}{x^2+1}$

$= \frac{-17}{5(x+3)} + \frac{17x-6}{5(x^2+1)}$

Q#5

$\frac{3x+7}{(x+3)(x^2+4)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2+4} \rightarrow (i)$ فرض کیا

طرفین کو $(x+3)(x^2+4)$ سے ضرب دینے سے

$3x+7 = A(x^2+4)+(Bx+C)(x+3)$

$= A(x^2+4)+B(x^2+3x)+C(x+3) \rightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$3(-3)+7 = A[(-3)^2+4] + B[(-3)^2+3(-3)] + C(-3+3)$

$-9+7 = A(9+4)+B(9-9)+C(0)$

$-2 = 13A+B(0)+0$

$13A = -2 \Rightarrow \boxed{A=-\frac{2}{13}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$A+B=0 \Rightarrow -\frac{2}{13}+B=0 \Rightarrow \boxed{B=\frac{2}{13}}$

$3B+C=3 \Rightarrow 3(\frac{2}{13})+C=3 \Rightarrow \frac{6}{13}+C=3$

$C = \frac{3}{1}-\frac{6}{13} = \frac{39-6}{13} = \frac{33}{13} \Rightarrow \boxed{C=\frac{33}{13}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$\frac{3x+7}{(x+3)(x^2+4)} = \frac{-2/13}{x+3} + \frac{\frac{2}{13}x+\frac{33}{13}}{x^2+4}$

$= \frac{-2}{13(x+3)} + \frac{2x+33}{13(x^2+4)}$

Q#6

$\frac{x^2}{(x+2)(x^2+4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2+4} \rightarrow (i)$ فرض کیا

طرفین کو $(x+2)(x^2+4)$ سے ضرب دینے سے

$x^2 = A(x^2+4)+(Bx+C)(x+2)$

$= A(x^2+4)+B(x^2+2x)+C(x+2) \rightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$(-2)^2 = A[(-2)^2+4] + B[(-2)^2+2(-2)] + C(-2+2)$

$4 = A(4+4)+B(4-4)+C(0)$

$4 = 8A+B(0)+0$

$8A = 4 \Rightarrow A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{A=\frac{1}{2}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$A+B=1 \Rightarrow \frac{1}{2}+B=1 \Rightarrow B=1-\frac{1}{2}=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{B=\frac{1}{2}}$

$2B+C=0 \Rightarrow 2(\frac{1}{2})+C=0$

$1+C=0 \Rightarrow \boxed{C=-1}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2}{(x+2)(x^2+4)} = \frac{1/2}{x+2} + \frac{\frac{1}{2}x-1}{(x^2+4)}$$

$$= \frac{1}{2(x+2)} + \frac{\frac{x-2}{2}}{x^2+4} = \frac{1}{2(x+2)} + \frac{x-2}{2(x^2+4)}$$

12/8/13

Q#7

$$\frac{1}{x^3+1} = \frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

فرض کیا

$$\frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{(x^2-x+1)} \rightarrow (i)$$

دونوں طرف کو $(x+1)(x^2-x+1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)$$

$$1 = A(x^2-x+1) + B(x^2+x) + C(x+1) \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A[(-1)^2-(-1)+1] + B[(-1)^2-1] + C(-1+1)$$

$$1 = A(1+1+1) + B(1-1) + C(0)$$

$$1 = 3A + B(0) + 0$$

$$3A = 1 \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{3}}$$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

$$A + B = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} + B = 0 \Rightarrow \boxed{B = -\frac{1}{3}}$$

$$-AB + C = 0 \Rightarrow -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + C = 0 \Rightarrow \boxed{C = \frac{2}{3}}$$

$$C = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{(x^3+1)} = \frac{1/3}{(x+1)} + \frac{-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}{(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{1}{3(x+1)} + \frac{-\left(\frac{x-2}{3}\right)}{(x^2-x+1)} = \frac{1}{3(x+1)} - \frac{x-2}{3(x^2-x+1)}$$

Q#8

$$\frac{x^2+1}{x^3+1} = \frac{x^2+1}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{(x^2-x+1)} \rightarrow (i)$$ فرض کیا

دونوں طرف کو $(x+1)(x^2-x+1)$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+1 = A(x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)$$

$$= A(x^2-x+1) + B(x^2+x) + C(x+1) \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$(-1)^2+1 = A[(-1)^2-(-1)+1] + B[(-1)^2-1] + C(-1+1)$$

$$1+1 = A(1+1+1) + B(1-1) + C(0)$$

$$2 = 3A + B(0) + 0 \Rightarrow 3A = 2 \Rightarrow \boxed{A = \frac{2}{3}}$$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

$$A + B = 1 \Rightarrow \frac{2}{3} + B = 1 \Rightarrow B = 1 - \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{B = \frac{1}{3}}$$

$$-A + B + C = 0$$

$$-\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + C = 0 \Rightarrow C = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{C = \frac{1}{3}}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+1}{x^3+1} = \frac{2/3}{x+1} + \frac{\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}{(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{2}{3(x+1)} + \frac{x+1}{3(x^2-x+1)}$$

Exercise 4.4

جزوی کسروں میں تحلیل کریں۔

Q#1

$$\frac{x^3}{(x^2+4)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+4} + \frac{Cx+D}{(x^2+4)^2} \rightarrow (i)$$ فرض کیا

دونوں طرف کو $(x^2+4)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^3 = (Ax+B)(x^2+4) + Cx + D$$

$$= A(x^3+4x) + B(x^2+4) + Cx + D \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں x^3، x^2، x کے عددی سروں اور مستقل مقداروں کو برابر رکھتے ہیں

x^3 کے عددی سر: $\boxed{A=1}$

x^2 کے عددی سر: $\boxed{B=0}$

x کے عددی سر:

$$4A + C = 0 \Rightarrow 4(1) + C = 0 \Rightarrow \boxed{C=-4}$$

مستقل مقداروں کے عددی سر:

$$4B + D = 0 \Rightarrow 4(0) + D = 0 \Rightarrow 0 + D = 0 \Rightarrow \boxed{D=0}$$

A، B، C اور D کی قیمتوں کو مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^3}{(x^2+4)^2} = \frac{1x+0}{x^2+4} + \frac{-4x+0}{(x^2+4)^2}$$

$$= \frac{x}{x^2+4} - \frac{4x}{(x^2+4)^2}$$

Q#2

$$\frac{x^4+3x^2+x+1}{(x+1)(x^2+1)^2}$$ فرض کیا

$$= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} \rightarrow (i)$$

دونوں طرف کو $(x+1)(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^4+3x^2+x+1 = A(x^2+1)^2 + (Bx+C)(x^2+1)(x+1) + (Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1) + (Bx+C)(x^3+x^2+x+1) + (Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1) + B(x^4+x^3+x^2+x) + C(x^3+x^2+x+1) + D(x^2+x) + E(x+1) \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$(-1)^4+3(-1)^2-1+1 = A[(-1)^4+2(-1)^2+1] + B[(-1)^4+(-1)^3+(-1)^2-1] + C[(-1)^3+(-1)^2-1+1] + D[(-1)^2-1] + E(-1+1)$$

$$1+3(1) = A(1+2+1) + B(1-1+1-1) + C(-1+1) + D(1-1) + E(0)$$

$$4 = A(4) + B(0) + C(0) + D(0) + 0$$

$$4 = 4A \Rightarrow A = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \boxed{A=1}$$

مساوات (ii) میں x^4، x^3، x^2، x اور مستقل مقداروں کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

x^4 کے عددی سر:

$$A+B = 1 \Rightarrow 1 + B = 1 \Rightarrow B = 1-1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{B=0}$$

x^3 کے عددی سر:

$$B + C = 0 \Rightarrow 0 + C = 0 \Rightarrow \boxed{C=0}$$

x^2 کے عددی سر:

$$2A+B+C+D = 3 \Rightarrow 2(1)+0+0+D = 3$$

$$2 + D = 3 \Rightarrow D = 3-2 = 1 \Rightarrow \boxed{D=1}$$

x کے عددی سر:

$$B+C+D+E = 1 \Rightarrow 0+0+1+E = 1$$

$$1 + E = 1 \Rightarrow E = 1-1 = 0 \Rightarrow \boxed{E=0}$$

A، B، C، D اور E کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^3+3x^2+x+1}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{1}{x+1}+\frac{(0)x+0}{x^2+1}+\frac{1x+0}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1}{x+1}+\frac{0}{x^2+1}+\frac{x}{(x^2+1)^2} = \frac{1}{x+1}+\frac{x}{(x^2+1)^2}$$

Q#3

$$\frac{x^2}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2+1}+\frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} \rightarrow (i)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x+1)(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^2 = A(x^2+1)^2+(Bx+C)(x+1)(x^2+1)+(Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1)+(Bx+C)(x^3+x^2+x+1)+(Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1)+B(x^4+x^3+x^2+x)+C(x^3+x^2+x+1)+D(x^2+x)+E(x+1) \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$(-1)^2 = A[(-1)^4+2(-1)^2+1]+B[(-1)^4+(-1)^3+(-1)^2+(-1)]+C[(-1)^3+(-1)^2+(-1)+1]+D[(-1)^2+(-1)]+E(-1+1)$$

$$1 = A(1+2+1)+B(1-1+1-1)+C(-1+1-1+1)+D(1-1)+E(0)$$

$$1 = 4A+0+0+0$$

$$4A=1 \Rightarrow \boxed{A=\frac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^4, x^3, x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

x^4 کے عددی سر: $A+B=0 \Rightarrow \frac{1}{4}+B=0 \Rightarrow \boxed{B=-\frac{1}{4}}$

x^3 کے عددی سر: $B+C=0 \Rightarrow -\frac{1}{4}+C=0 \Rightarrow \boxed{C=\frac{1}{4}}$

x^2 کے عددی سر: $2A+B+C+D=1$

$2(\frac{1}{4})-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+D=1 \Rightarrow \frac{1}{2}+D=1$

$D=1-\frac{1}{2}=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{D=\frac{1}{2}}$

x کے عددی سر: $B+C+D+E=0$

$-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+E=0 \Rightarrow \boxed{E=-\frac{1}{2}}$

A، B، C، D اور E کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{1/4}{x+1}+\frac{-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}}{(x^2+1)}+\frac{\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1}{4(x+1)}-\frac{x-1}{4(x^2+1)}+\frac{x-1}{2(x^2+1)^2}$$

Q#4

$$\frac{x^2}{(x-1)(x^2+1)^2} = \frac{A}{x-1}+\frac{Bx+C}{x^2+1}+\frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} \rightarrow (i)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x-1)(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^2 = A(x^2+1)^2+(Bx+C)(x^2+1)(x-1)+(Dx+E)(x-1)$$

$$= A[x^4+2x^2+1]+(Bx+C)(x^3-x^2+x-1)+(Dx+E)(x-1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1)+B(x^4-x^3+x^2-x)+C(x^3-x^2+x-1)+D(x^2-x)+E(x-1) \rightarrow (ii)$$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$(1)^2 = A[(1)^4+2(1)^2+1]+B[(1)^4-(1)^3+(1)^2-1]+C[(1)^3-(1)^2+1-1]+D[(1)^2-1]+E(1-1)$$

$$1 = A(1+2+1)+B(1-1+1-1)+C(1-1+1-1)+D(1-1)+E(1-1)$$

$$1 = A(4)+0+0+0+0 \Rightarrow 1=4A \Rightarrow \boxed{A=\frac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^4, x^3, x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

x^4 کے عددی سر: $A+B=0 \Rightarrow \frac{1}{4}+B=0 \Rightarrow \boxed{B=-\frac{1}{4}}$

x^3 کے عددی سر: $-B+C=0 \Rightarrow -(-\frac{1}{4})+C=0 \Rightarrow \boxed{C=-\frac{1}{4}}$

x^2 کے عددی سر: $2A+B-C+D=1 \Rightarrow 2(\frac{1}{4})-\frac{1}{4}-(-\frac{1}{4})+D=1$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+D=1 \Rightarrow D=1-\frac{1}{2}=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{D=\frac{1}{2}}$

x کے عددی سر: $-B+C-D+E=0$

$-(-\frac{1}{4})-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+E=0 \Rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+E=0$

$\Rightarrow \boxed{E=\frac{1}{2}}$

A، B، C، D اور E کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2}{(x-1)(x^2+1)^2} = \frac{1/4}{x-1}+\frac{-\frac{1}{4}x+(-\frac{1}{4})}{(x^2+1)}+\frac{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1}{4(x-1)}-\frac{x+1}{4(x^2+1)}+\frac{x+1}{2(x^2+1)^2}$$

Q#5

$$\frac{x^4}{(x^2+2)^2} = \frac{x^4}{x^4+4x^2+4}$$

چونکہ کسر ایک غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$\begin{array}{r|l} x^4+4x^2+4 & x^4 \quad (1 \\ & -(x^4+4x^2+4) \\ & -4x^2-4 \end{array}$$

$$\frac{x^4}{(x^2+2)^2} = 1+\frac{-4x^2-4}{(x^2+2)^2} = 1-4\frac{x^2+1}{(x^2+2)^2} \rightarrow (i)$$

$$\frac{x^2+1}{(x^2+2)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+2}+\frac{Cx+D}{(x^2+2)^2} \rightarrow (ii)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x^2+2)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+1 = (Ax+B)(x^2+2)+Cx+D$$

$$x^2+1 = A(x^3+2x)+B(x^2+2)+Cx+D \rightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) سے x, x^2, x^3 اور مستقل مقداروں کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

x^3 کے عددی سر: $\boxed{A=0}$

x^2 کے عددی سر: $\boxed{B=1}$

x کے عددی سر: $2A+C=0 \Rightarrow 2(0)+C=0 \Rightarrow \boxed{C=0}$

مستقل مقدار: $2B+D=0 \Rightarrow 1+D=0 \Rightarrow \boxed{D=-1}$

A، B، C اور D کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+1}{(x^2+2)^2} = \frac{0x+1}{(x^2+2)}+\frac{+0x-1}{(x^2+2)^2}$$

$$= \frac{1}{(x^2+2)}-\frac{1}{(x^2+2)^2}$$

مساوات (i) سے

$$\frac{x^4}{(x^2+2)^2} = 1-4\left(\frac{1}{x^2+2}-\frac{1}{(x^2+2)^2}\right)$$

$$= 1-\frac{4}{x^2+2}+\frac{4}{(x^2+2)^2}$$

www.pakcity.org

Q#6 $\frac{x^5}{(x^2+1)^2} = \frac{x^5}{x^4+2x^2+1}$ چونکہ یہ کسر ایک غیر واجب کسر ہے لہٰذا ابتدائی تقسیم

$$\begin{array}{r|l} x^4+2x^2+1 & x^5 \quad (x \\ & \pm x^5 \pm 2x^3 \pm x \\ \hline & -2x^3-x \end{array}$$

$$\frac{x^5}{(x^2+1)^2} = x + \frac{-2x^3-x}{x^4+2x^2+1} = x - \frac{2x^3+x}{(x^2+1)^2} \rightarrow (i)$$

فرض کیا

$$\frac{2x^3+x}{(x^2+1)^2} = \frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)^2} \rightarrow (ii)$$

طرفین کو $(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$2x^3+x = (Ax+B)(x^2+1) + Cx+D$$
$$= A(x^3+x) + B(x^2+1) + Cx + D \rightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں x^3، x^2، x اور مستقل مقداروں کے عددی سر برابر رکھنے سے

$A = 2$ — x^3 کے عددی سر

$B = 0$ — x^2 کے عددی سر

$A + C = 1 \Rightarrow 2 + C = 1$ — x کے عددی سر

$\Rightarrow C = 1 - 2 = -1 \Rightarrow C = -1$

$B + D = 0 \Rightarrow 0 + D = 0 \Rightarrow D = 0$ — مستقل مقدار

A، B، C اور D کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{2x^3+x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x+0}{x^2+1} + \frac{-1x+0}{(x^2+1)^2}$$
$$= \frac{2x}{x^2+1} - \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

مساوات (i) سے

$$\frac{x^5}{(x^2+1)^2} = x - \left(\frac{2x}{x^2+1} - \frac{x}{(x^2+1)^2}\right)$$
$$= x - \frac{2x}{x^2+1} + \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

متفرق مشق 4

Q#2

(v) فرض کیا

$$\frac{x-2}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} \rightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+2)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$x-2 = A(x+3) + B(x+2) \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$-2-2 = A(-2+3) + B(-2+2)$$
$$-4 = A(1) + B(0) \Rightarrow A = -4$$

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$-3-2 = A(-3+3) + B(-3+2)$$
$$-5 = A(0) + B(-1) \Rightarrow -B = -5 \Rightarrow B = 5$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x-2}{(x+2)(x+3)} = \frac{-4}{x+2} + \frac{5}{x+3}$$

(vi) فرض کیا

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} \rightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x-1) + B(x+1) \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A(-1-1) + B(-1+1)$$
$$1 = A(-2) + 0 \Rightarrow -2A = 1 \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1 = A(1-1) + B(1+1)$$
$$1 = A(0) + 2B \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{-1/2}{x+1} + \frac{1/2}{x-1} = \frac{-1}{2(x+1)} + \frac{1}{2(x-1)}$$

(vii) فرض کیا

$$\frac{3}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-1)} \rightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$3 = A(x-1) + B(x+1) \rightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$3 = A(-1-1) + B(-1+1)$$
$$3 = A(-2) + B(0) \Rightarrow -2A = 3 \Rightarrow A = \frac{-3}{2}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$3 = A(1-1) + B(1+1)$$
$$3 = A(0) + B(2) \Rightarrow 2B = 3 \Rightarrow B = \frac{3}{2}$$

A اور B کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{3}{(x+1)(x-1)} = \frac{-3/2}{x+1} + \frac{3/2}{x-1}$$
$$= \frac{-3}{2(x+1)} + \frac{3}{2(x-1)}$$

(viii) فرض کیا

$$\frac{x}{(x-3)^2} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{(x-3)^2} \rightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-3)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x = A(x-3) + B \rightarrow (ii)$$

مساوات (ii) میں $x-3=0$ یا $x=3$ درج کرنے سے

$$3 = A(3-3) + B$$
$$3 = A(0) + B \Rightarrow 3 = 0 + B \Rightarrow B = 3$$

مساوات (ii) میں x کے عددی سر برابر رکھنے سے

$A = 1$

A اور B کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{x}{(x-3)^2} = \frac{1}{x-3} + \frac{3}{(x-3)^2}$$

(ix) فرض کیا

$$\frac{x}{(x+a)(x-a)} = \frac{A}{x+a} + \frac{B}{x-a} \rightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+a)(x-a)$ سے ضرب دینے سے

$$x = A(x-a) + B(x+a) \rightarrow (ii)$$

مساوات (ii) میں $x+a=0$ یا $x=-a$ درج کرنے سے

$$-a = A(-a-a) + B(-a+a)$$
$$-a = A(-2a) + B(0) \Rightarrow -a = -2aA \Rightarrow A = \frac{-a}{-2a}$$

$A = \frac{1}{2}$

مساوات (ii) میں $x-a=0$ یا $x=a$ درج کرنے سے

$$a = A(a-a) + B(a+a)$$
$$a = A(0) + B(2a) \Rightarrow 2aB = a \Rightarrow B = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$B = \frac{1}{2}$

$$\frac{x}{(x+a)(x-a)} = \frac{1}{2(x+a)} + \frac{1}{2(x-a)}$$

کیا $(x+3)^2 = x^2+6x+9$ ایک مماثلت ہے؟

حل: مماثلت ایک ایسی مساوات ہے جو متغیر کی ہر قیمت کے لیے درست ہوتی ہے لہٰذا یہ مساوات ایک مماثلت ہے۔