Maths 10th Unit #3

pakcity.org

Exercise 3.1

Q#1 نسبت کو a:b اور کسر کی آسان (لنفری) شکل میں ظاہر کریں

(i) 750 روپے : 1250 روپے

$750 : 1250$

$\frac{750}{1250}$ کسر کی شکل میں $\frac{a}{b}$

$= \frac{75}{125} = \frac{3}{5}$

$= 3:5$

(ii) 450 سم : 3 میٹر

∵ 1 میٹر = 100 سم ، 3 میٹر = 300 سم

450 سم : 300 سم

کسر کی شکل میں $\frac{a}{b}$

$\frac{450}{300} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$

$3:2$

(iii) 4 کلوگرام : 2 کلوگرام 750 گرام

∵ 1 کلوگرام = 1000 گرام

4 = 4000

2 = 2000

4000 گرام : 2750 گرام

$4000 : 2750$

$400 : 275$

$80 : 55$

$16 : 11$

$= \frac{16}{11}$

(iv) 27 منٹ 30 سیکنڈ : 1 گھنٹہ

1 منٹ = 60 سیکنڈ

27 = 60×27 = 1620

27 منٹ 30 سیکنڈ = 1620+30 = 1650 سیکنڈ

1 گھنٹہ = 60 منٹ = 60×60 سیکنڈ = 3600

1650 سیکنڈ : 3600 سیکنڈ

$1650 : 3600$

$165 : 360$

$33 : 72$

$11 : 24$

$= \frac{11}{24}$

(v) $75^\circ : 225^\circ$

$15 : 45$

$3 : 9$

$1 : 3 = \frac{1}{3}$

Q#2 کل طلبا = 60 لڑکیاں = 25

لڑکے = 60 − 25 = 35

(i) لڑکے : تمام طلبا

$35 : 60$

$7 : 12$

(ii) لڑکے : لڑکیاں

$35 : 25$

$7 : 5$

Q#3 اگر $3(4x-5y) = 2x-7y$ ہو تو $x:y$ معلوم کریں۔

$3(4x-5y) = 2x-7y$

$12x - 15y = 2x - 7y$

$12x - 2x = -7y + 15y$

$10x = 8y$

$\frac{x}{y} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$x : y = 4 : 5$

Q#4 p کی قیمت معلوم کریں

$2p+5 : 3p+4 = 3 : 4$

$\frac{2p+5}{3p+4} = \frac{3}{4}$

$4(2p+5) = 3(3p+4)$

$8p + 20 = 9p + 12$

$20 - 12 = 9p - 8p$

$8 = p$

$\boxed{p = 8}$

Q#5 x کی قیمت معلوم کریں

$3x+1 : 6+4x = 2 : 5$

$\frac{3x+1}{6x+4} = \frac{2}{5}$

$5(3x+1) = 2(6x+4)$

$15x + 5 = 12x + 8$

$15x - 12x = 8 - 5$

$3x = 3$

$x = \frac{3}{3} = 1$ $\boxed{x = 1}$

Q#6 چونکہ دو اعداد میں نسبت 5:8 ہے نسبت کے ہر عدد کو x سے ضرب دینے سے اعداد 5x اور 8x بن جاتے ہیں۔

∴ بشرط سوال

$5x+9 : 8x+9 = 8 : 11$

$\frac{5x+9}{8x+9} = \frac{8}{11}$

$11(5x+9) = 8(8x+9)$

$55x + 99 = 64x + 72$

$55x - 64x = 72 - 99$

$-9x = -27$

$x = \frac{-27}{-9} = 3$

پس مطلوبہ اعداد

$5x = 5(3) = 15$

$8x = 8(3) = 24$

15, 24

Q#7 چونکہ دو اعداد میں نسبت 4:13 ہے۔ نسبت کے ہر عدد کو x سے ضرب دینے سے اعداد 4x اور 13x بن جاتے ہیں

بشرط سوال

$4x+10 : 13x+10 = 1 : 2$

$\frac{4x+10}{13x+10} = \frac{1}{2}$

$2(4x+10) = 1(13x+10)$

$8x + 20 = 13x + 10$

$8x - 13x = 10 - 20$

$-5x = -10$

$x = \frac{-10}{-5} = 2$

پس مطلوبہ اعداد

$4x = 4(2) = 8$

$13x = 13(2) = 26$

8, 26

Q#8 اگر 5 کلوگرام آموں کی قیمت 250 روپے ہو تو 8 کلوگرام کی قیمت معلوم کریں۔

حل: فرض کیا 8 کلوگرام آموں کی قیمت = x روپے

تناسب کی شکل میں

آم : آم :: قیمت : قیمت

$5 : 8 :: 250 : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$5x = 8 \times 250$

$x = \frac{8 \times 250}{5} = 400$

پس 8 کلوگرام آموں کی قیمت 400 روپے ہے۔

Q#9 اگر $a:b = 7:6$ ہو تو $3a+5b : 7b-5a$ کی قیمت معلوم کریں۔

$a : b = 7 : 6$

$\frac{a}{b} = \frac{7}{6}$

$3a+5b : 7b-5a = \frac{3a+5b}{7b-5a}$

Please visit for more data at: www.pakcity.org

شمار کنندہ اور مخرج کو 'b' پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{3a+5b}{7b-5a} = \frac{3\frac{a}{b}+5\frac{b}{b}}{7\frac{b}{b}-5\frac{a}{b}}$$

$$= \frac{3\left(\frac{a}{b}\right)+5}{7-5\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{3\left(\frac{7}{6}\right)+5}{7-5\left(\frac{7}{6}\right)} = \frac{\frac{21}{6}+\frac{5}{1}}{\frac{7}{1}-\frac{35}{6}}$$

$$= \frac{\frac{21+30}{6}}{\frac{42-35}{6}} = \frac{51/6}{7/6} = \frac{51}{6}\times\frac{6}{7} = \frac{51}{7}$$

$$= 51 : 7$$

Q#10

مکمل کریں۔

(i) اگر $\frac{24}{7} = \frac{6}{x}$ تو $4x = ___$

$$24x = 42$$

$$\frac{24x}{6} = \frac{42}{6}$$

$$\boxed{4x = 7}$$

(ii) اگر $\frac{5a}{3x} = \frac{15b}{y}$ تو $ay = ?$

$$5ay = (15b)(3x)$$

$$ay = \frac{45xb}{5}$$

$$\boxed{ay = 9bx}$$

(iii) اگر $\frac{9pq}{2lm} = \frac{18p}{5m}$ تو $5q = ?$

$$\frac{5q}{2lm} = \frac{18p}{9pm} \Rightarrow \frac{5q}{2lm} = \frac{2}{m}$$

$$5q = \frac{2(2lm)}{m}$$

$$\boxed{5q = 4l}$$

(v) $8-x : 11-x :: 16-x : 25-x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$(8-x)(25-x) = (11-x)(16-x)$$

$$200-8x-25x+x^2 = 176-11x-16x+x^2$$

$$200-33x+x^2 = 176-27x+x^2$$

$$200-33x+x^2-176+27x-x^2 = 0$$

$$-6x+24 = 0$$

$$-6x = -24 \Rightarrow 6x = 24$$

$$x = \frac{24}{6} \qquad \boxed{x = 4}$$

Q#11

x کی قیمت معلوم کریں

(i) $\frac{3x-1}{7} : \frac{3}{5} :: \frac{2x}{3} : \frac{7}{5}$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$\left(\frac{3x-1}{7}\right)\left(\frac{7}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2x}{3}\right)$$

$$\frac{3x-1}{5} = \frac{2x}{5}$$

5 سے ضرب دینے سے

$$3x-1 = 2x$$

$$3x-2x = 1$$

$$\boxed{x = 1}$$

(ii) $3x-2 : 4 :: 2x+3 : 7$

وسطین = طرفین

$$(3x-2)(7) = (4)(2x+3)$$

$$21x-14 = 8x+12$$

$$21x-8x = 12+14$$

$$13x = 26$$

$$x = \frac{26}{13}$$

$$\boxed{x = 2}$$

(iii) $\frac{x-3}{2} : \frac{5}{x-1} :: \frac{x-1}{3} : \frac{4}{x+4}$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$\left(\frac{x-3}{2}\right)\left(\frac{4}{x+4}\right) = \left(\frac{5}{x-1}\right)\left(\frac{x-1}{3}\right)$$

$$\frac{2x-6}{x+4} = \frac{5}{3}$$

$$3(2x-6) = 5(x+4)$$

$$6x-18 = 5x+20$$

$$6x-5x = 20+18$$

$$\boxed{x = 38}$$

(iv) $p^2+pq+q^2 : x :: \frac{p^3-q^3}{p+q} : (p-q)^2$

وسطین = طرفین

$$(p^2+pq+q^2)(p-q)^2 = \left(\frac{p^3-q^3}{p+q}\right)(x)$$

$$x = \frac{(p^2+pq+q^2)(p-q)^2(p+q)}{p^3-q^3}$$

$$= \frac{(p^2+pq+q^2)(p-q)^2(p+q)}{(p-q)(p^2+pq+q^2)}$$

$$= \frac{(p-q)(p-q)(p+q)}{(p-q)}$$

$$= (p-q)(p+q)$$

$$\boxed{x = p^2-q^2}$$

Exercise 3.2

Q#1

اگر x اور y تغیر راست میں ہوں اور y=8 جبکہ x=2 ہو تو معلوم کریں۔

(i)
$$y \propto x$$
$$y = kx$$
$$8 = k(2)$$
$$\frac{8}{2} = k$$
$$\boxed{k = 4}$$
$$y = kx$$
$$\boxed{y = 4x}$$

(ii) $x = 5$
$$y \propto x$$
$$y = kx$$
$$8 = k(2)$$
$$\frac{8}{2} = k$$
$$\boxed{k = 4}$$
$$y = kx$$
$$y = (4)(5)$$
$$\boxed{y = 20}$$

(iii) $y \propto x$, $y = 28$
$$y = kx$$
$$8 = k(2)$$
$$8/2 = k$$
$$\boxed{k = 4}$$
$$y = kx$$
$$28 = 4x$$
$$\frac{28}{4} = x$$
$$\boxed{x = 7}$$

Q#2 $y \propto x$ $y = 7,\ x = 3$

(i) y کی قیمت معلوم کریں
$$y \propto x$$
$$y = kx$$
$$7 = k(3)$$
$$\frac{7}{3} = k$$
$$y = kx$$
$$\boxed{y = \frac{7}{3}x}$$

(ii) $x = ?$, $y = 35$
$$y = \frac{7}{3}x$$
$$35 = \frac{7}{3}x$$
$$\frac{3}{7}\times 35 = x$$
$$\boxed{x = 15}$$

$y = ?$, $x = 18$
$$y = \frac{7}{3}x$$
$$y = \frac{7}{3}(18)$$
$$\boxed{y = 42}$$

Q#3 $R \propto T$ $R = 5, T = 8$

R اور T میں مساوات معلوم کریں
$T = ?, R = 20$ اور $R = ?, T = 64$

$$R \propto T$$
$$R = kT$$
$$5 = k(8)$$
$$k = \frac{5}{8}$$
$$R = kT$$
$$\boxed{R = \frac{5}{8}T}$$

$$R = \frac{5}{8}T$$
$$R = \frac{5}{8}(64)$$
$$\boxed{R = 40}$$

$$R = \frac{5}{8}T$$
$$20 = \frac{5}{8}T$$
$$\frac{8}{5}\times 20 = T$$
$$\boxed{T = 32}$$

Q#4 $R \propto T^2$ $R = 8, T = 3$

$R = ?, T = 6$

$$R \propto T^2$$
$$R = kT^2$$
$$8 = k(3)^2$$
$$8 = k(9)$$
$$\frac{8}{9} = k$$

$$R = kT^2$$
$$= \frac{8}{9}(6)^2$$
$$= \frac{8}{9}(36)$$
$$\boxed{R = 32}$$

Q#5 $V \propto R^3$

$V = 5,\ R = 3$

$V = 625,\ R = ?$

$V \propto R^3$

$V = KR^3$

$5 = K(3)^3$

$5 = K(27)$

$\boxed{\frac{5}{27} = K}$

$V = KR^3$

$625 = \frac{5}{27} R^3$

$R^3 = \frac{125}{625} \times \frac{27}{5}$

$R^3 = 125 \times 27$

$R = (125 \times 27)^{1/3}$

$= (5^3 \times 3^3)^{1/3}$

$= 5^{3 \times \frac{1}{3}} \times 3^{3 \times \frac{1}{3}}$

$= 5 \times 3$

$\boxed{R = 15}$

Q#7 $y \propto \frac{1}{x}$ تغیر معکوس

$y = 7,\ x = 2$

$y = ?,\ x = 126$

$y \propto \frac{1}{x}$

$y = \frac{K}{x}$

$7 = \frac{K}{2}$

$\boxed{K = 14}$

$y = \frac{K}{x}$

$y = \frac{14}{126}$

$\boxed{y = \frac{1}{9}}$

Q#9 $w \propto \frac{1}{z}$

$\begin{cases} w = 5 \\ z = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} w = ? \\ z = \frac{175}{4} \end{cases}$

$w \propto \frac{1}{z}$

$w = \frac{K}{z}$

$5 = \frac{K}{7}$

$\boxed{K = 35}$

$w = \frac{K}{z}$

$w = \frac{35}{175/4} = \frac{35 \times 4}{175}$

$\boxed{w = \frac{4}{5}}$

Q#6 $w \propto u^3$

$w = 81,\ u = 3$

$w = ?,\ u = 5$

$w \propto u^3$

$w = Ku^3$

$81 = K(3)^3$

$81 = K(27)$

$\frac{81}{27} = K$

$\boxed{K = 3}$

$w = Ku^3$

$w = 3(5)^3$

$= 3(125)$

$\boxed{w = 375}$

Q#8 $y \propto \frac{1}{x}$

$y = 4,\ x = 3$

$x = ?\ \ y = 24$

$y \propto \frac{1}{x}$

$y = \frac{K}{x}$

$4 = \frac{K}{3}$

$\boxed{K = 12}$

$y = \frac{K}{x}$

$24 = \frac{12}{x}$

$x = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

$\boxed{x = \frac{1}{2}}$

Q#10 $A \propto \frac{1}{r^2}$

$\begin{cases} A = 2 \\ r = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} A = 72 \\ r = ? \end{cases}$

$A = \frac{K}{r^2}$

$2 = \frac{K}{(3)^2}$

$2 = \frac{K}{9}$

$\boxed{K = 18}$

$A = \frac{K}{r^2}$

$72 = \frac{18}{r^2}$

$r^2 = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$

$r = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$

$\boxed{r = \pm\frac{1}{2}}$

Q#11 $a \propto \frac{1}{b^2}$

$\begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} a = ? \\ b = 8 \end{cases}$

$a = \frac{K}{b^2}$

$3 = \frac{K}{(4)^2} = \frac{K}{16}$

$\boxed{K = 48}$

$a = \frac{K}{b^2} = \frac{48}{(8)^2}$

$= \frac{48}{64} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$

$\boxed{a = \frac{3}{4}}$

Q#12 $V \propto \frac{1}{r^3}$

$\begin{cases} V = 5 \\ r = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} V = ? \\ r = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} r = ? \\ V = 320 \end{cases}$

$V = \frac{K}{r^3}$

$5 = \frac{K}{(3)^3}$

$5 = \frac{K}{27}$

$\boxed{K = 135}$

$V = \frac{K}{r^3}$

$V = \frac{135}{(6)^3}$

$V = \frac{135}{216}$

$\boxed{V = \frac{5}{8}}$

$V = \frac{K}{r^3}$

$320 = \frac{135}{r^3}$

$r^3 = \frac{135}{320}$

$r^3 = \frac{27}{64}$

$r = \left(\frac{27}{64}\right)^{1/3}$

$r = \frac{3^{3 \times \frac{1}{3}}}{4^{3 \times \frac{1}{3}}}$

$\boxed{r = \frac{3}{4}}$

Q#13 $m \propto \frac{1}{n^3}$

$\begin{cases} m = 2 \\ n = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} m = ? \\ n = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} m = 432 \\ n = ? \end{cases}$

$m = \frac{K}{n^3}$

$2 = \frac{K}{(4)^3}$

$2 = \frac{K}{64}$

$\boxed{K = 128}$

$m = \frac{K}{n^3}$

$m = \frac{128}{(6)^3}$

$m = \frac{128}{6 \times 6 \times 6}$

$\boxed{m = \frac{16}{27}}$

$m = \frac{K}{n^3}$

$432 = \frac{128}{n^3}$

$n^3 = \frac{128}{432} = \frac{64}{216} = \frac{4^3}{6^3}$

$n = \left(\frac{4^3}{6^3}\right)^{1/3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\boxed{n = \frac{2}{3}}$

06/8/13

Exercise 3.3

تیسرا متناسب معلوم کریں۔

Q#1

(i) 6, 12

فرض کیا تیسرا متناسب ہے x

$6 : 12 :: 12 : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$6x = 12 \times 12$

$x = \frac{12 \times 12}{6}$

$x = 24$

پس تیسرا متناسب $= 24$

(ii) $a^3,\ 3a^2$

فرض کیا تیسرا متناسب $= x$

$a^3 : 3a^2 :: 3a^2 : x$

وسطین کا = طرفین کا

$a^3 x = (3a^2)(3a^2)$

$x = \frac{9a^4}{a^3} = 9a^4 a^{-3}$

$= 9a^{4-3} = 9a$

پس تیسرا متناسب $= 9a$

(iii) $a^2 - b^2,\ a - b$

فرض کیا تیسرا متناسب $= x$

$a^2 - b^2 : a - b :: a - b : x$

طرفین کا = وسطین کا

$(a^2 - b^2)(x) = (a - b)(a - b)$

$x = \frac{(a-b)(a-b)}{a^2 - b^2} = \frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a+b}$

پس تیسرا متناسب $= \frac{a-b}{a+b}$

(iv) $(x-y)^2, \; x^3-y^3$

فرض کیا تیسرا تناسب = a

$(x-y)^2 : x^3-y^3 :: x^3-y^3 : a$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x-y)^2(a) = (x^3-y^3)(x^3-y^3)$

$$a = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x-y)^2}$$

$a = (x^2+xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = (x^2+xy+y^2)^2$

پس تیسرا تناسب = $(x^2+xy+y^2)^2$

(v) $(x+y)^2, \; x^2-xy-2y^2$

فرض کیا تیسرا تناسب = a

$(x+y)^2 : x^2-xy-2y^2 :: x^2-xy-2y^2 : a$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x+y)^2(a) = (x^2-xy-2y^2)(x^2-xy-2y^2)$

$$a = \frac{(x^2-xy-2y^2)^2}{(x+y)^2} = \frac{(x^2-2xy+xy-2y^2)^2}{(x+y)^2}$$

$$= \frac{[x(x-2y)+y(x-2y)]^2}{(x+y)^2}$$

$$= \frac{[(x-2y)(x+y)]^2}{(x+y)^2} = \frac{(x-2y)^2(x+y)^2}{(x+y)^2}$$

$= (x-2y)^2$

پس تیسرا تناسب = $(x-2y)^2$

(vi) $\frac{p^2-q^2}{p^3+q^3}, \; \frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$

فرض کیا تیسرا تناسب = x

$\frac{p^2-q^2}{p^3+q^3} : \frac{p-q}{p^2-pq+q^2} :: \frac{p-q}{p^2-pq+q^2} : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$$\left(\frac{p^2-q^2}{p^3+q^3}\right)(x) = \frac{(p-q)}{p^2-pq+q^2} \times \frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$$

$$x = \frac{(p-q)^2}{(p^2-pq+q^2)^2} \times \frac{p^3+q^3}{p^2-q^2}$$

$$= \frac{(p-q)^2}{(p^2-pq+q^2)^2} \times \frac{(p+q)(p^2-pq+q^2)}{(p+q)(p-q)}$$

$$= \frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$$

پس تیسرا تناسب = $\frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$

Q#2

چوتھا تناسب معلوم کریں۔

(i) 5, 8, 15

فرض کیا چوتھا تناسب = x

$5 : 8 :: 15 : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$5x = 8\times15 \Rightarrow x = \frac{8\times15}{5} = 24$

پس چوتھا تناسب = 24

(ii) $4x^4, \; 2x^3, \; 18x^5$

فرض کیا چوتھا تناسب = a

$4x^4 : 2x^3 :: 18x^5 : a$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(4x^4)(a) = (2x^3)(18x^5)$

$$a = \frac{36x^8}{4x^4} = 9x^8 \cdot x^{-4} = 9x^{8-4} = 9x^4$$

پس چوتھا تناسب = $9x^4$

(iii) $15a^5b^6, \; 10a^2b^5, \; 21a^3b^3$

فرض کیا چوتھا تناسب = x

$15a^5b^6 : 10a^2b^5 :: 21a^3b^3 : x$

$(15a^5b^6)x = (10a^2b^5)(21a^3b^3)$

$$x = \frac{210a^5b^8}{15a^5b^6} = 14b^8 \cdot b^{-6} = 14b^{8-6} = 14b^2$$

پس چوتھا تناسب = $14b^2$

(iv) $x^2-11x+24, \; x-3, \; 5x^4-40x^3$

فرض کیا چوتھا تناسب = a

$x^2-11x+24 : x-3 :: 5x^4-40x^3 : a$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x^2-11x+24)a = (x-3)(5x^4-40x^3)$

$$a = \frac{(x-3)5x^3(x-8)}{x^2-11x+24}$$

$$= \frac{5x^3(x-3)(x-8)}{x^2-8x-3x+24} = \frac{5x^3(x-3)(x-8)}{x(x-8)-3(x-8)}$$

$$= \frac{5x^3(x-3)(x-8)}{(x-8)(x-3)} = 5x^3$$

پس چوتھا تناسب = $5x^3$

(v) $(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2), \; p^3+q^3, \; p^3-q^3$

فرض کیا چوتھا تناسب = x

$(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2) : (p^3+q^3) :: (p^3-q^3) : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2)x = (p^3+q^3)(p^3-q^3)$

$$x = \frac{(p^3+q^3)(p^3-q^3)}{(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2)}$$

$$= \frac{(p+q)(p^2-pq+q^2)(p-q)(p^2+pq+q^2)}{(p+q)(p-q)(p^2+pq+q^2)}$$

$= (p^2-pq+q^2)$

پس چوتھا تناسب = p^2-pq+q^2

Q#3

وسطی التناسب معلوم کریں

(i) 20, 45

فرض کیا وسطی التناسب = x

$20 : x :: x : 45$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(20)(45) = x^2$

$x^2 = 900$

$x = \pm\sqrt{900} = \pm 30$

پس وسطی التناسب = ± 30

(ii) $20x^3y^5, \; 5x^7y$

فرض کیا وسطی التناسب = a

$20x^3y^5 : a :: a : 5x^7y$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(20x^3y^5)(5x^7y) = a^2$

$a^2 = 100x^{10}y^6$

$a = \pm\sqrt{100x^{10}y^6} = \pm 10x^5y^3$

پس وسطی التناسب = $\pm 10x^5y^3$

(iii) $15p^4qr^3,\ 135q^5r^7$

فرض کیا وسطی التناسب $= x$

$15p^4qr^3 : x :: x : 135q^5r^7$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(15p^4qr^3)(135q^5r^7) = x^2$

$x^2 = 2025p^4q^6r^{10}$

$x = \pm\sqrt{2025p^4q^6r^{10}} = \pm 45p^2q^3r^5$

پس وسطی التناسب $= \pm 45p^2q^3r^5$

(iv) $x^2 - y^2,\ \dfrac{x-y}{x+y}$

فرض کیا وسطی التناسب $= a$

$x^2 - y^2 : a :: a : \dfrac{x-y}{x+y}$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x^2 - y^2)\left(\dfrac{x-y}{x+y}\right) = a^2$

$a^2 = (x+y)(x-y)\left(\dfrac{x-y}{x+y}\right) = (x-y)^2$

$a = \pm\sqrt{(x-y)^2} = \pm(x-y)$

پس وسطی التناسب $= \pm(x-y)$

Q#4

متغیر کی قیمت معلوم کریں

(i) $5, p, 45$

$5 : p :: p : 45$

وسطین کا = طرفین کا

$(5)(45) = p^2$

$225 = p^2$

$p = \pm\sqrt{225}$

$= \pm 15$

(ii) $8, x, 18$

$8 : x :: x : 18$

وسطین کا = طرفین

$(8)(18) = x^2$

$144 = x^2$

$x = \pm\sqrt{144}$

$= \pm 12$

(iii) $12, 3p-6, 27$

$12 : 3p-6 :: 3p-6 : 27$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(12)(27) = (3p-6)^2$

$324 = (3p-6)^2$

$\sqrt{(3p-6)^2} = \pm\sqrt{324}$

$3p - 6 = \pm 18$

$3p - 6 = 18$ یا $3p - 6 = -18$

$3p = 18 + 6$; $3p = -18 + 6$

$3p = 24$; $3p = -12$

$p = \dfrac{24}{3}$; $p = -\dfrac{12}{3}$

$p = 8$; $p = -4$

پس $p = 8, -4$

(5) (iv) $7, m-3, 28$

$7 : m-3 :: m-3 : 28$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(7)(28) = (m-3)^2$

$(m-3)^2 = 196$

$\sqrt{(m-3)^2} = \pm\sqrt{196} = \pm 14$

$m - 3 = 14$; $m - 3 = -14$

$m = 14 + 3$; $m = -14 + 3$

$= 17$; $= -11$

پس $m = 17, -11$

Exercise 3.4

Q#1

اگر $a:b = c:d$ ہو تو ثابت کیجیے کہ

(i) $\dfrac{4a+5b}{4a-5b} = \dfrac{4c+5d}{4c-5d}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو $4/5$ سے ضرب دینے سے

$\dfrac{4a}{5b} = \dfrac{4c}{5d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{4a+5b}{4a-5b} = \dfrac{4c+5d}{4c-5d}$ (proved)

(ii) $\dfrac{2a+9b}{2a-9b} = \dfrac{2c+9d}{2c-9d}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو $2/9$ سے ضرب دینے سے

$\dfrac{2a}{9b} = \dfrac{2c}{9d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{2a+9b}{2a-9b} = \dfrac{2c+9d}{2c-9d}$

(iii) $\dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2} = \dfrac{c^3+d^3}{c^3-d^3}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو $\dfrac{c^2}{d^2}$ سے ضرب دینے سے

$\dfrac{ac^2}{bd^2} = \dfrac{c^3}{d^3}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2} = \dfrac{c^3+d^3}{c^3-d^3}$ (proved)

(iv) $\dfrac{a^2c+b^2d}{a^2c-b^2d} = \dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو $\dfrac{ac}{bd}$ سے ضرب دینے سے

$\dfrac{a^2c}{b^2d} = \dfrac{ac^2}{bd^2}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{a^2c+b^2d}{a^2c-b^2d} = \dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2}$ proved

(v) $pa+qb : pa-qb = pc+qd : pc-qd$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو p/q سے ضرب دینے سے

$\dfrac{pa}{qb} = \dfrac{pc}{qd}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{pa+qb}{pa-qb} = \dfrac{pc+qd}{pc-qd}$

یا

$pa+qb : pa-qb = pc+qd : pc-qd$

(vi) $\dfrac{a+b+c+d}{a+b-c-d} = \dfrac{a-b+c-d}{a-b-c+d}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+d}{c-d}$

ابدال نسبت سے

$\dfrac{a+b}{c+d} = \dfrac{a-b}{c-d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{a+b+c+d}{a+b-c-d} = \dfrac{a-b+c-d}{a-b-c+d}$ (proved)

(vii) $\dfrac{2a+3b+2c+3d}{2a+3b-2c-3d} = \dfrac{2a-3b+2c-3d}{2a-3b-2c+3d}$

pakcity.org
Please visit for more data at: www.pakcity.org

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

حل

طرفین کو $\frac{2}{3}$ سے ضرب دینے سے

$$\frac{2a}{3b}=\frac{2c}{3d}$$

ترکیب تفصیل نسبت سے

$$\frac{2a+3b}{2a-3b}=\frac{2c+3d}{2c-3d}$$

ابدال نسبت سے

$$\frac{2a+3b}{2c+3d}=\frac{2a-3b}{2c-3d}$$

ترکیب تفصیل نسبت سے

$$\frac{2a+3b+2c+3d}{2a+3b-2c-3d}=\frac{2a-3b+2c-3d}{2a-3b-2c+3d} \quad \text{(proved)}$$

(viii) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}=\frac{ac+bd}{ac-bd}$

حل

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

طرفین کو $\frac{a}{b}$ سے ضرب دینے سے

$$\frac{a^2}{b^2}=\frac{ac}{bd}$$

ترکیب تفصیل نسبت سے

$$\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}=\frac{ac+bd}{ac-bd} \quad \text{(proved)}$$

Q#2 ترکیب و تفصیل نسبت استعمال کرتے ہوئے قیمت معلوم کریں

(i) $x=\frac{4yz}{y+z}$ کی قیمت جبکہ $\frac{x+2y}{x-2y}+\frac{x+2z}{x-2z}$

$$x=\frac{4yz}{y+z}$$

2y پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{2y}=\frac{2\cdot 4yz}{2y(y+z)}$$

$$\frac{x}{2y}=\frac{2z}{y+z}$$

$$x=\frac{4yz}{y+z}$$

طرفین کو 2z پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{2z}=\frac{2\cdot 4yz}{2z(y+z)}$$

$$\frac{x}{2z}=\frac{2y}{y+z}$$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{x+2y}{x-2y}=\frac{2z+y+z}{2z-y-z}=\frac{y+3z}{z-y}$$

$$\frac{x+2z}{x-2z}=\frac{2y+y+z}{2y-y-z}=\frac{3y+z}{y-z}$$

طرفین کو جمع کرنے سے

$$\frac{x+2y}{x-2y}+\frac{x+2z}{x-2z}=\frac{y+3z}{z-y}+\frac{3y+z}{y-z}$$

$$=\frac{y+3z}{z-y}-\frac{3y+z}{z-y}$$

$$=\frac{y+3z-3y-z}{z-y}=\frac{2z-2y}{z-y}$$

$$=\frac{2(z-y)}{(z-y)}=2$$

(ii) $m=\frac{10np}{n+p}$ کی قیمت جبکہ $\frac{m+5n}{m-5n}+\frac{m+5p}{m-5p}$

$$m=\frac{10np}{n+p}$$

5n پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{m}{5n}=\frac{2\cdot 10np}{5n(n+p)}=\frac{2p}{n+p}$$

$$m=\frac{10np}{n+p}$$

5p پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{m}{5p}=\frac{2\cdot 10np}{5p(n+p)}=\frac{2n}{n+p}$$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{m+5n}{m-5n}=\frac{2p+n+p}{2p-n-p}=\frac{3p+n}{p-n}$$

$$\frac{m+5p}{m-5p}=\frac{2n+n+p}{2n-n-p}=\frac{3n+p}{n-p}$$

طرفین کو جمع کرنے سے

$$\frac{m+5n}{m-5n}+\frac{m+5p}{m-5p}=\frac{3p+n}{p-n}+\frac{3n+p}{n-p}$$

$$=\frac{3p+n}{p-n}-\frac{3n+p}{p-n}=\frac{3p+n-3n-p}{p-n}$$

$$=\frac{2p-2n}{p-n}=\frac{2(p-n)}{(p-n)}=2$$

(iii) $x=\frac{12ab}{a-b}$ کی قیمت جبکہ $\frac{x-6a}{x+6a}-\frac{x+6b}{x-6b}$

$$x=\frac{12ab}{a-b}$$

6a پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{6a}=\frac{2\cdot 12ab}{6a(a-b)}=\frac{2b}{a-b}$$

$$x=\frac{12ab}{a-b}$$

6b پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{6b}=\frac{2\cdot 12ab}{6b(a-b)}=\frac{2a}{a-b}$$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{x+6a}{x-6a}=\frac{2b+a-b}{2b-a+b}=\frac{b+a}{3b-a}$$

$$\frac{x+6b}{x-6b}=\frac{2a+a-b}{2a-a+b}=\frac{3a-b}{a+b}$$

عکس نسبت سے

$$\frac{x-6a}{x+6a}=\frac{3b-a}{b+a}$$

طرفین کو تفریق کرنے سے

$$\frac{x-6a}{x+6a}-\frac{x+6b}{x-6b}=\frac{3b-a}{b+a}-\frac{3a-b}{a+b}=\frac{4(b-a)}{a+b}$$

$$=\frac{3b-a-3a+b}{a+b}=\frac{-4a+4b}{a+b}=\frac{4(b-a)}{(a+b)}$$

(iv) $x=\frac{3yz}{y-z}$ کی قیمت جبکہ $\frac{x-3y}{x+3y}-\frac{x+3z}{x-3z}$

$$x=\frac{3yz}{y-z}$$

3y پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{3y}=\frac{3yz}{3y(y-z)}=\frac{z}{y-z}$$

$$x=\frac{3yz}{y-z}$$

3z پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{3z}=\frac{3yz}{3z(y-z)}=\frac{y}{y-z}$$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{x+3y}{x-3y}=\frac{z+y-z}{z-y+z}=\frac{y}{2z-y}$$

$$\frac{x+3z}{x-3z}=\frac{y+y-z}{y-y+z}=\frac{2y-z}{z}$$

عکس نسبت سے

$$\frac{x-3y}{x+3y}=\frac{2z-y}{y}$$

طرفین کو تفریق کرنے سے

$$\frac{x-3y}{x+3y}-\frac{x+3z}{x-3z}=\frac{2z-y}{y}-\frac{2y-z}{z}$$

$$=\frac{2z^2-yz-2y^2+yz}{yz}=\frac{2z^2-2y^2}{yz}$$

$$=\frac{2(z^2-y^2)}{yz}$$

www.pakcity.org

(v) $S = \frac{6pq}{p-q}$ کی قیمت $\frac{S-3p}{S+3p} + \frac{S+3q}{S-3q}$ جب

$S = \frac{6pq}{p-q}$

3p پر تقسیم کرنے سے

$\frac{S}{3p} = \frac{2\cancel{6}pq}{\cancel{3}p(p-q)}$

$= \frac{2q}{p-q}$

$S = \frac{6pq}{p-q}$

3q پر تقسیم کرنے سے

$\frac{S}{3q} = \frac{2\cancel{6}p\cancel{q}}{\cancel{3q}(p-q)}$

$= \frac{2p}{p-q}$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\frac{S+3p}{S-3p} = \frac{2q+p-q}{2q-p+q}$

$\frac{S+3p}{S-3p} = \frac{q+p}{3q-p}$

$\frac{S+3q}{S-3q} = \frac{2p+p-q}{2p-p+q}$

$= \frac{3p-q}{p+q}$

ابدال نسبت سے

$\frac{S-3p}{S+3p} = \frac{3q-p}{q+p}$

طرفین کو جمع کرنے سے

$\frac{S-3p}{S+3p} + \frac{S+3q}{S-3q} = \frac{3q-p}{q+p} + \frac{3p-q}{q+p}$

$= \frac{3q-p+3p-q}{p+q}$

$= \frac{2p+2q}{p+q}$

$= \frac{2(p+q)}{(p+q)}$

$= 2$

(vi) حل کریں $\frac{(x-2)^2-(x-4)^2}{(x-2)^2+(x-4)^2} = \frac{12}{13}$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\frac{(x-2)^2-\cancel{(x-4)^2}+(x-2)^2+\cancel{(x-4)^2}}{\cancel{(x-2)^2}-(x-4)^2-\cancel{(x-2)^2}-(x-4)^2} = \frac{12+13}{12-13}$

$\frac{\cancel{2}(x-2)^2}{-\cancel{2}(x-4)^2} = \frac{25}{-1}$

$\frac{(x-2)^2}{(x-4)^2} = \frac{25}{1}$

جذر لینے سے

$\sqrt{\frac{(x-2)^2}{(x-4)^2}} = \pm\sqrt{\frac{25}{1}}$

$\frac{x-2}{x-4} = \pm\frac{5}{1}$

$\frac{x-2}{x-4} = +\frac{5}{1}$ | $\frac{x-2}{x-4} = -\frac{5}{1}$

$x-2 = 5(x-4)$ | $x-2 = -5(x-4)$

$x-2 = 5x-20$ | $x-2 = -5x+20$

$x-5x = -20+2$ | $x+5x = 20+2$

$-4x = -18$ | $6x = 22$

$x = \frac{-18}{-4}$ | $x = \frac{22}{6}$

$x = \frac{9}{2}$ | $= \frac{11}{3}$

S. Set $= \{\frac{9}{2}, \frac{11}{3}\}$

(38)

(vii) $\frac{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}}{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2}} = 2$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\frac{\sqrt{x^2+2}+\cancel{\sqrt{x^2-2}}+\sqrt{x^2+2}-\cancel{\sqrt{x^2-2}}}{\cancel{\sqrt{x^2+2}}+\sqrt{x^2-2}-\cancel{\sqrt{x^2+2}}+\sqrt{x^2-2}} = \frac{2+1}{2-1}$

$\frac{\cancel{2}\sqrt{x^2+2}}{\cancel{2}\sqrt{x^2-2}} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2-2}} = \frac{3}{1}$

طرفین کا مربع لینے سے

$\left(\frac{\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2-2}}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 \Rightarrow \frac{(\sqrt{x^2+2})^2}{(\sqrt{x^2-2})^2} = \left(\frac{3}{1}\right)^2$

$\frac{x^2+2}{x^2-2} = \frac{9}{1} \Rightarrow x^2+2 = 9(x^2-2)$

$x^2+2 = 9x^2-18$

$x^2-9x^2 = -18-2$

$-8x^2 = -20 \Rightarrow x^2 = \frac{-20}{-8} = \frac{5}{2}$

$x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$

S. Set $= \{\pm\sqrt{\frac{5}{2}}\}$

(viii) $\frac{\sqrt{x^2+8p^2}-\sqrt{x^2-p^2}}{\sqrt{x^2+8p^2}+\sqrt{x^2-p^2}} = \frac{1}{3}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\frac{\sqrt{x^2+8p^2}-\cancel{\sqrt{x^2-p^2}}+\sqrt{x^2+8p^2}+\cancel{\sqrt{x^2-p^2}}}{\cancel{\sqrt{x^2+8p^2}}-\sqrt{x^2-p^2}-\cancel{\sqrt{x^2+8p^2}}-\sqrt{x^2-p^2}} = \frac{1+3}{1-3}$

$\frac{\cancel{2}\sqrt{x^2+8p^2}}{-\cancel{2}\sqrt{x^2-p^2}} = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{-\cancel{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+8p^2}}{\sqrt{x^2-p^2}} = 2$

طرفین کا مربع لینے سے

$\left(\frac{\sqrt{x^2+8p^2}}{\sqrt{x^2-p^2}}\right)^2 = (2)^2 \Rightarrow \frac{(\sqrt{x^2+8p^2})^2}{(\sqrt{x^2-p^2})^2} = (2)^2$

$\frac{x^2+8p^2}{x^2-p^2} = 4 \Rightarrow x^2+8p^2 = 4(x^2-p^2)$

$x^2+8p^2 = 4x^2-4p^2$

$x^2-4x^2 = -4p^2-8p^2$

$-3x^2 = -12p^2 \Rightarrow x^2 = \frac{-12p^2}{-3} = 4p^2$

$x = \pm\sqrt{4p^2} = \pm 2p$

S-Set $= \{\pm 2p\}$

(ix) $\frac{(x+5)^3-(x-3)^3}{(x+5)^3+(x-3)^3} = \frac{13}{14}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\frac{(x+5)^3-\cancel{(x-3)^3}+(x+5)^3+\cancel{(x-3)^3}}{\cancel{(x+5)^3}-(x-3)^3-\cancel{(x+5)^3}-(x-3)^3} = \frac{13+14}{13-14}$

$\frac{\cancel{2}(x+5)^3}{-\cancel{2}(x-3)^3} = \frac{27}{-1} \Rightarrow \frac{(x+5)^3}{(x-3)^3} = (3)^3$

جذر المکعب لینے سے

$\sqrt[3]{\frac{(x+5)^3}{(x-3)^3}} = \sqrt[3]{(3)^3} \Rightarrow \left[\left(\frac{x+5}{x-3}\right)^3\right]^{1/3} = (3^3)^{1/3}$

$\frac{x+5}{x-3} = \frac{3}{1} \Rightarrow x+5 = 3(x-3)$

$x+5 = 3x-9$ | $x = \frac{-14}{-2} = 7$

$x-3x = -9-5$ | S. Set $= \{7\}$

$-2x = -14$ |

Exercise 3.5

Q#1
S کا u^2 سے تغیر راست اور v سے تغیر معکوس

$S=7,\ u=3,\ v=2$
$S=?,\ u=6,\ v=10$

$S \propto \frac{u^2}{v}$

$S = k\frac{u^2}{v} \Rightarrow 7 = k\frac{(3)^2}{2}$

$14 = k(9) \Rightarrow \boxed{k = \frac{14}{9}}$

$S = k\frac{u^2}{v}$

$S = \frac{14}{9}\cdot\frac{(6)^2}{10} = \frac{14}{9}\cdot\frac{36}{10} = \frac{28}{5} \Rightarrow \boxed{S = \frac{28}{5}}$

Q#6
w کا u کے مکعب سے تغیر معکوس ہو

$w = 5,\ u = 3$
$w = ?,\ u = 6$

$w \propto \frac{1}{u^3}$

$w = \frac{k}{u^3}$

$5 = \frac{k}{(3)^3}$

$5 = \frac{k}{27}$

$k = (27)(5) = 135$

$w = \frac{k}{u^3}$

$= \frac{135}{(6)^3}$

$= \frac{135}{216} = \frac{5}{8}$

$\boxed{w = \frac{5}{8}}$

Q#2
$w \propto xy^2z$

$w=5,\ x=2,\ y=3,\ z=10$
$w=?,\ x=4,\ y=7,\ z=3$

$w \propto xy^2z$

$w = kxy^2z$

$5 = k(2)(3)^2(10)$

$5 = k(2)(9)(10)$

$k = \frac{5}{(2)(9)(10)} = \frac{1}{36}$

$w = kxy^2z$

$w = \frac{1}{36}(4)(7)^2(3)$

$= \frac{1}{36}(4)(49)(3) = \frac{49}{3}$

$\boxed{w = \frac{49}{3}}$

Q#3
y کا x^3 سے تغیر راست اور z^2 اور t میں تغیر معکوس

$y=16,\ x=4,\ z=2,\ t=3$
$y=?,\ x=2,\ z=3,\ t=4$

$y \propto \frac{x^3}{z^2t}$

$y = k\frac{x^3}{z^2t}$

$16 = k\frac{(4)^3}{(2)^2(3)} = k\frac{64}{4(3)}$

$16 = \frac{16k}{3} \Rightarrow k = \frac{16\times3}{16}$

$\boxed{k=3}$

$y = k\frac{x^3}{z^2t}$

$y = \frac{3(2)^3}{(3)^2(4)} = \frac{3(8)}{(9)(4)}$

$\boxed{y = \frac{2}{3}}$

Q#4
u کا x^2 سے تغیر راست اور yz^3 سے تغیر معکوس

$u=2,\ x=8,\ y=7,\ z=2$
$u=?,\ x=6,\ y=3,\ z=2$

$u \propto \frac{x^2}{yz^3}$

$u = k\frac{x^2}{yz^3}$

$2 = k\frac{(8)^2}{(7)(2)^3} = k\frac{64}{7(8)}$

$2 = \frac{8k}{7}$

$k = \frac{(2)(7)}{8} = \frac{7}{4}$

$u = k\frac{x^2}{yz^3}$

$u = \frac{7}{4}\cdot\frac{(6)^2}{(3)(2)^3}$

$= \frac{7(36)}{(4)(3)(8)} = \frac{21}{8}$

$\boxed{u = \frac{21}{8}}$

Q#5
v کا xy^3 سے تغیر راست اور z^2 سے تغیر معکوس

$v=27,\ x=7,\ y=6,\ z=7$
$v=?,\ x=6,\ y=2,\ z=3$

$v \propto \frac{xy^3}{z^2}$

$v = k\frac{xy^3}{z^2}$

$27 = k\frac{(7)(6)^3}{(7)^2} = k\frac{(7)(216)}{49}$

$27 = \frac{216k}{7}$

$k = \frac{(7)(27)}{216} = \frac{7}{8}$

$v = k\frac{xy^3}{z^2}$

$v = \frac{7}{8}\cdot\frac{(6)(2)^3}{(3)^2}$

$= \frac{(7)(6)(8)}{(8)(9)} = \frac{14}{3}$

$\boxed{v = \frac{14}{3}}$

Exercise 3.6

Q#1
اگر $a:b=c:d$ ہو تو ثابت کیجئے

(i) $\frac{4a-9b}{4a+9b} = \frac{4c-9d}{4c+9d}$

فرض کیا $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

$\frac{a}{b} = k \Rightarrow \boxed{a = bk}$, $\frac{c}{d} = k \Rightarrow \boxed{c = dk}$

$\frac{4a-9b}{4a+9b} = \frac{4c-9d}{4c+9d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{4(bk)-9b}{4(bk)+9b} = \frac{4(dk)-9d}{4(dk)+9d}$

$\frac{4bk-9b}{4bk+9b} = \frac{4dk-9d}{4dk+9d} \Rightarrow \frac{b(4k-9)}{b(4k+9)} = \frac{d(4k-9)}{d(4k+9)}$

$\frac{4k-9}{4k+9} = \frac{4k-9}{4k+9}$

LHS = RHS

(ii) $\frac{6a-5b}{6a+5b} = \frac{6c-5d}{6c+5d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{6(bk)-5b}{6(bk)+5b} = \frac{6(dk)-5d}{6(dk)+5d}$

$\frac{6bk-5b}{6bk+5b} = \frac{6dk-5d}{6dk+5d}$

$\frac{b(6k-5)}{b(6k+5)} = \frac{d(6k-5)}{d(6k+5)}$

$\frac{6k-5}{6k+5} = \frac{6k-5}{6k+5}$

LHS = RHS

(iii) $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{bk}{b} = \sqrt{\frac{(bk)^2+(dk)^2}{b^2+d^2}}$

$k = \sqrt{\frac{b^2k^2+d^2k^2}{b^2+d^2}}$

$k = \sqrt{\frac{k^2(b^2+d^2)}{(b^2+d^2)}}$

$k = \sqrt{k^2}$

$k = k$

LHS = RHS

(iv) $a^6+c^6 : b^6+d^6 = a^3c^3 : b^3d^3$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$(bk)^6+(dk)^6 : b^6+d^6 = (bk)^3(dk)^3 : b^3d^3$

$b^6k^6+d^6k^6 : b^6+d^6 = (b^3k^3)(d^3k^3) : b^3d^3$

$k^6(b^6+d^6) : b^6+d^6 = b^3d^3k^6 : b^3d^3$

$\frac{k^6(b^6+d^6)}{(b^6+d^6)} = \frac{b^3d^3k^6}{b^3d^3}$

$k^6 = k^6$

LHS = RHS.

(v) $p(a+b)+qb : p(c+d)+qd = a:c$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$p(bk+b)+qb : p(dk+d)+qd = bk:dk$

$pb(k+1)+qb : pd(k+1)+qd = bk:dk$

$b[p(k+1)+q] : d[p(k+1)+q] = bk:dk$

$\frac{b[p(k+1)+q]}{d[p(k+1)+q]} = \frac{bk}{dk} \Rightarrow \frac{b}{d} = \frac{b}{d}$

LHS = RHS

(vi) $a^2+b^2 : \frac{a^3}{a+b} = c^2+d^2 : \frac{c^3}{c+d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$(bk)^2+b^2 : \frac{(bk)^3}{bk+b} = (dk)^2+d^2 : \frac{(dk)^3}{dk+d}$

$b^2k^2+b^2 : \frac{b^3k^3}{bk+b} = d^2k^2+d^2 : \frac{d^3k^3}{dk+d}$

$b^2(k^2+1) : \frac{b^3k^3}{b(k+1)} = d^2(k^2+1) : \frac{d^3k^3}{d(k+1)}$

$\frac{b^2(k^2+1)}{b^3k^3/b(k+1)} = \frac{d^2(k^2+1)}{d^3k^3/d(k+1)}$

$\frac{b^2(k^2+1)b(k+1)}{b^3k^3} = \frac{d^2(k^2+1)d(k+1)}{d^3k^3}$

$\frac{(k+1)(k^2+1)}{k^3} = \frac{(k+1)(k^2+1)}{k^3}$

LHS = RHS

(vii) $\frac{a}{a-b} : \frac{a+b}{b} = \frac{c}{c-d} : \frac{c+d}{d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{bk}{bk-b} : \frac{bk+b}{b} = \frac{dk}{dk-d} : \frac{dk+d}{d}$

$\frac{bk}{b(k-1)} : \frac{b(k+1)}{b} = \frac{dk}{d(k-1)} : \frac{d(k+1)}{d}$

$\frac{k}{k-1} : \frac{k+1}{1} = \frac{k}{k-1} : \frac{k+1}{1}$

$\frac{k}{k-1} / \frac{k+1}{1} = \frac{k}{k-1} / \frac{k+1}{1}$

$\frac{k}{k-1} \times \frac{1}{k+1} = \frac{k}{k-1} \times \frac{1}{k+1}$

$\frac{k}{(k-1)(k+1)} = \frac{k}{(k-1)(k+1)}$

LHS = RHS

Q#2 اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ہو تو ثابت کریں

فرض کیا $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$

$\frac{a}{b} = k, \quad \frac{c}{d} = k, \quad \frac{e}{f} = k$

$a = bk, \quad c = dk, \quad e = fk$

(i) $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{a^2+c^2+e^2}{b^2+d^2+f^2}}$

a، c اور e کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{bk}{b} = \sqrt{\frac{(bk)^2+(dk)^2+(fk)^2}{b^2+d^2+f^2}}$

$k = \sqrt{\frac{b^2k^2+d^2k^2+f^2k^2}{b^2+d^2+f^2}} = \sqrt{\frac{k^2(b^2+d^2+f^2)}{(b^2+d^2+f^2)}}$

$k = \sqrt{k^2} \Rightarrow k = k$

LHS = RHS

(ii) $\frac{ac+ce+ea}{bd+df+fb} = \left(\frac{ace}{bdf}\right)^{2/3}$

a، c اور e کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{(bk)(dk)+(dk)(fk)+(fk)(bk)}{bd+df+fb} = \left(\frac{bk\,dk\,fk}{bdf}\right)^{2/3}$

$\frac{bdk^2+dfk^2+fbk^2}{bd+df+fb} = \left(\frac{bdfk^3}{bdf}\right)^{2/3}$

$\frac{k^2(bd+df+fb)}{(bd+df+fb)} = (k^3)^{2/3}$

$k^2 = k^{3\times\frac{2}{3}} = k^2$

LHS = RHS

(iii) $\frac{ac}{bd} + \frac{ce}{df} + \frac{ea}{fb} = \frac{a^2}{b^2} + \frac{c^2}{d^2} + \frac{e^2}{f^2}$

a، c اور e کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{(bk)(dk)}{bd} + \frac{(dk)(fk)}{df} + \frac{(fk)(bk)}{fb} = \frac{(bk)^2}{b^2} + \frac{(dk)^2}{d^2} + \frac{(fk)^2}{f^2}$

$\frac{bdk^2}{bd} + \frac{dfk^2}{df} + \frac{fbk^2}{fb} = \frac{b^2k^2}{b^2} + \frac{d^2k^2}{d^2} + \frac{f^2k^2}{f^2}$

$k^2+k^2+k^2 = k^2+k^2+k^2$

$3k^2 = 3k^2$

LHS = RHS

Exercise 3.7

Q#1 رقبہ A اور لمبائی l کے مربع میں تغیر راست ہے

$A = 27$ مربع انچ، $l = 3$ انچ

$A = ?$، $l = 4$ انچ

$A = 12$ مربع انچ، $l = ?$

$A \propto l^2$

$A = kl^2$

$27 = k(3)^2$

$27 = k(9)$

$k = \frac{27}{9}$

$k = 3$

$A = kl^2$

$= 3(4)^2$

$= 3(16)$

$A = 48$ مربع انچ

$A = kl^2$

$12 = 3l^2$

$\frac{12}{3} = l^2$

$l^2 = 4$

$l = 2$ انچ $\because l > 0$

Q#2 سطحی رقبہ S اور رداس r کے مربع میں تغیر راست ہے

$S = 36\pi,\ r = ?\ \&\ r = 2,\ S = 16\pi$

$S \propto r^2$

$S = kr^2$

$16\pi = k(2)^2$

$16\pi = k(4)$

$k = \frac{16\pi}{4}$

$k = 4\pi$

$S = kr^2$

$36\pi = 4\pi r^2$

$\frac{36\pi}{4\pi} = r^2$

$r^2 = 9$

$r = 3 \quad \because r > 0$

Q#3

قوت F کا کھینچاؤ کی مقدار S سے تغیر راست ہے

$F = ?$, $S = 0.8$ انچ | $S = ?$, $F = 50$ پونڈز | $F = 32$ پاؤنڈز, $S = 1.6$ انچ

$F \propto S$

$F = KS$

$32 = K(1.6)$

$K = \frac{32}{1.6}$

$K = \frac{32}{16} \times 10$

$\boxed{K = 20}$

$F = KS$

$50 = 20S$

$S = \frac{50}{20}$

$\boxed{S = 2.5}$ انچ

$F = KS$

$= (20)(0.8)$

$\boxed{F = 16}$ پاؤنڈ

Q#4

روشنی کی شدت I کا فاصلے d کے مربع میں تغیر معکوس ہے

فاصلہ $= d = 12$ فٹ, شدت $= I = 20$ کینڈل پاور | فاصلہ $= 8$ فٹ, $I = ?$

$I \propto \frac{1}{d^2}$

$I = \frac{K}{d^2}$

$20 = \frac{K}{(12)^2} = \frac{K}{144}$

$K = 144 \times 20$

$\boxed{K = 2880}$

$I = \frac{K}{d^2}$

$= \frac{2880}{(8)^2} = \frac{2880}{64}$

$\boxed{I = 45}$ کینڈل پاور

Q#5

مائع کے دباؤ P کا گہرائی d میں تغیر راست ہے

بلندی $= d = 5$ فٹ, دباؤ $= P = 2.25$ پاؤنڈ فی مربع انچ | بلندی $= d = ?$, دباؤ $= 9$ پاؤنڈ فی مربع انچ

$P \propto d$

$P = Kd$

$2.25 = K(5)$

$K = \frac{2.25}{5}$

$K = 0.45$

$P = Kd$

$9 = (0.45)d$

$d = \frac{9}{0.45} = 20$ $\boxed{d = 20}$ فٹ

Q#6

مزدوری خرچ C کا مزدوروں کی تعداد n اور دن d میں تغیر مشترک

مزدور $= n = 800$, دن $= d = 13$, خرچ $= C = 286000$ | مزدور $= n = 600$, دن $= d = 18$, خرچ $= C = ?$

$C \propto nd$

$C = Knd$

$286000 = K(13)(800)$

$K = \frac{286000}{(13)(800)}$

$\boxed{K = 27.5}$

$C = Knd$

$= (27.5)(600)(18)$

$\boxed{C = 297000}$ روپے

Q#7

ستون کے بوجھ C کا اس کے قطر d کی چوتھی قوت میں تغیر راست اور لمبائی l کے مربع میں تغیر معکوس

بوجھ $= C = 63$ ٹن, قطر $= d = 6$ انچ, لمبائی $= l = 30$ فٹ | بوجھ $= C = 28$ ٹن, قطر $= d = 4$ انچ, لمبائی $= l = ?$

$C \propto \frac{d^4}{l^2}$

$C = \frac{Kd^4}{l^2}$

$63 = K\frac{(6)^4}{(30)^2} = K\frac{(1296)}{900}$

$K = \frac{(63)(900)}{1296}$

$\boxed{K = 43.75}$

$C = \frac{Kd^4}{l^2}$

$l^2 = \frac{Kd^4}{C} = \frac{(43.75)(4)^4}{28}$

$l^2 = \frac{(43.75)(256)}{28} = \frac{1120}{28}$

$l^2 = 400$

$l = \sqrt{400} = 20$ فٹ

Q#8

بوجھ اٹھانے کے لیے وقت T کا وزن w، گہرائی d کے ساتھ تغیر راست اور موٹر کی قوت P کے ساتھ تغیر معکوس ہے

وقت $= T = 40$ سیکنڈ, وزن $= w = 800$ پاؤنڈ, گہرائی $= d = 120$ فٹ, پاور $= P = ?$ | وزن $= w = 500$ پاؤنڈ, گہرائی $= d = 40$ فٹ, پاور $= P = 4$ ہارس, وقت $= T = 25$ سیکنڈ

$T \propto \frac{wd}{P}$

$T = K\frac{wd}{P}$

$25 = K\frac{(500)(40)}{4} = K(5000)$

$K = \frac{25}{5000} = \frac{1}{200} \Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{200}}$

$T = K\frac{wd}{P} \Rightarrow P = \frac{Kwd}{T}$

$P = \frac{1}{200}\frac{(800)(120)}{40} = 12 \Rightarrow \boxed{P = 12}$ ہارس پاور

Q#9

K.E کا m اور v کے مربع میں تغیر مشترک ہے

$v = 44$ فٹ فی سیکنڈ, $m = 3000$ پاؤنڈ, $K.E = ?$ | کمیت $= m = 45$ پاؤنڈ, ولاسٹی $= v = 24$ فٹ فی سیکنڈ, $K.E = 4320$

$K.E \propto mv^2$

$K.E = Kmv^2$

$4320 = K(45)(24)^2$

$4320 = K(45)(576)$

$K = \frac{4320}{(45)(576)} = 0.1667$

$K.E = Kmv^2$

$= (0.1667)(3000)(44)^2$

$= (0.1667)(3000)(1936)$

$\boxed{K.E = 500 \times 1936 = 968000}$ فٹ پاؤنڈ

متفرق مشق 3

Q#2

(vi) $6 : x :: 3 : 5$ معلوم کریں

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$6 \times 5 = 3x$

$\frac{30}{3} = x$

$\boxed{x = 10}$

(viii) $u \propto \frac{1}{v}$; $u = 8$, $v = 3$ | $u = 12$, $v = ?$

$u = \frac{K}{v}$

$8 = \frac{K}{3}$

$K = 24$

$u = \frac{K}{v}$

$v = \frac{K}{u} = \frac{24}{12}$

$\boxed{v = 2}$

(viii) $x \propto y^2$; $x = 27$, $y = 4$ | $x = 3$, $y = ?$

$x = Ky^2$

$27 = K(4)^2$

$K = \frac{27}{16}$

$x = Ky^2$

$3 = \frac{27}{16}y^2$

$y^2 = \frac{16 \times 3}{27}$

$y^2 = \frac{16}{9}$

$y = \pm\sqrt{\frac{16}{9}} = \pm\frac{4}{3}$

(ix) 8، 7، 6 کا چوتھا متناسب

فرض کیا چوتھا متناسب $= x$

$8 : 7 :: 6 : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(8)x = (7)(6)$

$x = \frac{42}{8}$

$x = \frac{21}{4}$

پس چوتھا متناسب $= \frac{21}{4}$

(x) 16 اور 49 کا وسطی التناسب

فرض کیا وسطی التناسب $= x$

$16 : x :: x : 49$

وسطین = طرفین

$16 \times 49 = x^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{16 \times 49} \Rightarrow x = 4 \times 7 = 28$

(xi) 28، 4 کا تیسرا متناسب

فرض کیا تیسرا متناسب $= x$

$28 : 4 :: 4 : x$

وسطین کا = طرفین کا

$28x = 16$

$x = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$ $\boxed{x = \frac{4}{7}}$

(xii) $y \propto \frac{x^2}{z}$; $y = 28$, $z = 2$, $x = 7$, $y = ?$

$y = \frac{Kx^2}{z}$

$28 = \frac{K(7)^2}{(2)} = \frac{K(49)}{2}$

$K = \frac{28 \times 2}{49} = \frac{8}{7}$

$y = \frac{Kx^2}{z} = \frac{8x^2}{7z}$

(xiii) $z \propto xy$; $z = 36$, $y = 3$, $x = 2$, $z = ?$

$z = Kxy$

$36 = K(2)(3)$

$K = \frac{36}{(2)(3)} = 6 \Rightarrow \boxed{K = 6}$

$z = Kxy = 6xy$

(xiv) $w \propto \frac{1}{v^2}$; $w = 2$, $v = 3$, $w = ?$

$w = \frac{K}{v^2}$

$2 = \frac{K}{(3)^2} = \frac{K}{9}$

$K = (2)(9) = 18$

$w = \frac{K}{v^2}$

$w = \frac{18}{v^2}$