Maths 10th Unit#1

pakcity.org

Exercise 1.1

Q#1 معیاری فارم میں لکھیں۔ پھر دو درجی مساوات کی نشاندہی کریں

(i) $(x+7)(x-3) = -7$

$x^2 - 3x + 7x - 21 = -7$

$x^2 + 4x - 21 + 7 = 0$

$x^2 + 4x - 14 = 0$ دو درجی مساوات

(ii) $\frac{x^2+4}{3} - \frac{x}{7} = 1$

$\frac{7(x^2+4) - 3x}{21} = 1$

21 سے ضرب دینے سے

$7x^2 + 28 - 3x = 21$

$7x^2 - 3x + 28 - 21 = 0$

$7x^2 - 3x + 7 = 0$ دو درجی مساوات

(iii) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 6$

$\frac{x^2 + (x+1)^2}{x(x+1)} = 6$

$x(x+1)$ سے ضرب دینے سے

$x^2 + x^2 + 2x + 1 = 6(x)(x+1)$

$2x^2 + 2x + 1 = 6x^2 + 6x$

$2x^2 - 6x^2 + 2x - 6x + 1 = 0$

$-4x^2 - 4x + 1 = 0$

$4x^2 + 4x - 1 = 0$ دو درجی مساوات ہے

(iv) $\frac{x+4}{x-2} - \frac{x-2}{x} + 4 = 0$

$\frac{(x+4)(x) - (x-2)^2 + 4x(x-2)}{x(x-2)} = 0$

$\frac{x^2 + 4x - (x^2 + 4 - 4x) + 4x^2 - 8x}{x(x-2)} = 0$

$x(x-2)$ سے ضرب دینے سے

$\cancel{x^2} + 4x - \cancel{x^2} - 4 + 4x + 4x^2 - 8x = 0$

$4x^2 + \cancel{8x} - \cancel{8x} - 4 = 0$

$4x^2 - 4 = 0$

$x^2 - 1 = 0$ 4 پر تقسیم کرنے سے

یہ پیور دو درجی مساوات ہے۔

(v) $\frac{x+3}{x+4} - \frac{x-5}{x} = 1$

$\frac{x(x+3) - (x-5)(x+4)}{x(x+4)} = 1$

$\frac{x^2 + 3x - (x^2 + 4x - 5x - 20)}{x(x+4)} = 1$

$x(x+4)$ سے ضرب دینے سے

$\cancel{x^2} + 3x - \cancel{x^2} - 4x + 5x + 20 = x(x+4)$

$3x - 4x + 5x + 20 = x^2 + 4x$

$-x^2 + \cancel{4x} - \cancel{4x} + 20 = 0$

$-x^2 + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 20 = 0$ پیور دو درجی

(vi) $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3} = \frac{25}{12}$

$\frac{(x+1)(x+3) + (x+2)(x+2)}{(x+2)(x+3)} = \frac{25}{12}$

$\frac{(x^2 + 3x + x + 3) + (x^2 + 2x + 2x + 4)}{(x+2)(x+3)} = \frac{25}{12}$

$(x+2)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$x^2 + 4x + 3 + x^2 + 4x + 4 = \frac{25}{12}(x+2)(x+3)$

$2x^2 + 8x + 7 = \frac{25}{12}(x^2 + 3x + 2x + 6)$

$12(2x^2 + 8x + 7) = 25(x^2 + 5x + 6)$

$24x^2 + 96x + 84 = 25x^2 + 125x + 150$

$24x^2 - 25x^2 + 96x - 125x + 84 - 150 = 0$

$-x^2 - 29x - 66 = 0$

$x^2 + 29x + 66 = 0$ دو درجی مساوات ہے

Q#2 بذریعہ تجزی حل کریں۔

(i) $x^2 - x - 20 = 0$ $\quad$ (20×1, 10×2, $\boxed{-5x+4}$)

$x^2 - 5x + 4x - 20 = 0$

$x(x-5) + 4(x-5) = 0$

$(x-5)(x+4) = 0$

$x - 5 = 0$ or $x + 4 = 0$

$x = 5$ $\qquad$ $x = -4$

S.Set = حل سیٹ = $\{-4, 5\}$

(ii) $3y^2 = y(y-5)$

$3y^2 = y^2 - 5y$

$3y^2 - y^2 + 5y = 0$

$2y^2 + 5y = 0$

$y(2y+5) = 0$

$y = 0$ or $2y + 5 = 0$

$2y = -5$

$y = -5/2$

S.Set = $\{0, -5/2\}$

(iii) $4 - 32x = 17x^2$ $\quad$ (68×1, $\boxed{+34x-2}$)

$0 = 17x^2 + 32x - 4$

$17x^2 + 32x - 4 = 0$

$17x^2 + 34x - 2x - 4 = 0$

$17x(x+2) - 2(x+2) = 0$

$(x+2)(17x-2) = 0$

$x + 2 = 0$ or $17x - 2 = 0$

$x = -2$ $\qquad$ $17x = 2$

S.Set = $\{-2, 2/17\}$ $\qquad$ $x = 2/17$

www.pakcity.org EDUCATION pakcity.org

(iv) $x^2 - 11x = 152$

$x^2 - 11x - 152 = 0$

$x^2 - 19x + 8x - 152 = 0$

$x(x-19) + 8(x-19) = 0$

$(x-19)(x+8) = 0$

$x - 19 = 0$ or $x + 8 = 0$

$x = 19$ $\quad x = -8$

S.Set = $\{19, -8\}$

152×1, 76×2, 38×4, −19×8

(v) $\dfrac{x+1}{x} + \dfrac{x}{x+1} = \dfrac{25}{12}$

$\dfrac{(x+1)^2 + x^2}{x(x+1)} = \dfrac{25}{12}$

$\dfrac{x^2+1+2x+x^2}{x^2+x} = \dfrac{25}{12}$

$\dfrac{2x^2+2x+1}{x^2+x} = \dfrac{25}{12} \Rightarrow 12(2x^2+2x+1) = 25(x^2+x)$

$24x^2 + 24x + 12 = 25x^2 + 25x$

$24x^2 - 25x^2 + 24x - 25x + 12 = 0$

$-x^2 - x + 12 = 0$

$x^2 + x - 12 = 0$

12×1, 6×2, +4×−3

$x^2 + 4x - 3x - 12 = 0$

$x(x+4) - 3(x+4) = 0$

$(x+4)(x-3) = 0$

$x + 4 = 0$ or $x - 3 = 0$

$x = -4$ $\quad x = 3$

S.Set = $\{-4, 3\}$

(vi) $\dfrac{2}{x-9} = \dfrac{1}{x-3} - \dfrac{1}{x-4}$

$\dfrac{2}{x-9} = \dfrac{(x-4)-(x-3)}{(x-3)(x-4)}$

$\dfrac{2}{x-9} = \dfrac{x-4-x+3}{x^2-4x-3x+12}$

$\dfrac{2}{x-9} = \dfrac{-1}{x^2-7x+12}$

$2(x^2-7x+12) = -1(x-9)$

$2x^2 - 14x + 24 = -x + 9$

$2x^2 - 14x + x + 24 - 9 = 0$

$2x^2 - 13x + 15 = 0$

30×1, 15×2, −10×−3

$2x^2 - 10x - 3x + 15 = 0$

$2x(x-5) - 3(x-5) = 0$

$(x-5)(2x-3) = 0$

$x - 5 = 0$ or $2x - 3 = 0$

$x = 5$ $\quad 2x = 3$

S.Set = $\{5, \frac{3}{2}\}$ $\quad x = 3/2$

Q#3

تکمیل مربع سے حل کریں۔

(i) $7x^2 + 2x - 1 = 0$

$7x^2 + 2x = 1$

7 پر تقسیم کرنے سے

$x^2 + \frac{2}{7}x = \frac{1}{7}$

$(x)^2 + 2(x)(\frac{1}{7}) + (\frac{1}{7})^2 = \frac{1}{7} + (\frac{1}{7})^2$

$\left|\frac{2 \cdot x}{7(2x)} = \frac{1}{7}\right.$

$(x + \frac{1}{7})^2 = \frac{1}{7} + \frac{1}{49}$

$(x + \frac{1}{7})^2 = \frac{7+1}{49} = \frac{8}{49}$

اطراف کا جذر لینے سے

$\sqrt{(x+\frac{1}{7})^2} = \pm\sqrt{\frac{8}{49}}$

$x + \frac{1}{7} = \pm\sqrt{\frac{2\cdot2\cdot2}{7\cdot7}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{7}$

$x = -\frac{1}{7} \pm \frac{2\sqrt{2}}{7} = \frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{7}$

S.Set = $\{\frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{7}\}$

(ii) $ax^2 + 4x - a = 0, a \neq 0$

$ax^2 + 4x = a$

a پر تقسیم کرنے سے

$x^2 + \frac{4}{a}x = 1$

$(x)^2 + 2(x)(\frac{2}{a}) + (\frac{2}{a})^2 = 1 + (\frac{2}{a})^2$

$\left|\frac{4x}{a(2x)} = \frac{2}{a}\right.$

$(x + \frac{2}{a})^2 = 1 + \frac{4}{a^2}$

$= \frac{a^2+4}{a^2}$

جذر لینے سے

$\sqrt{(x+\frac{2}{a})^2} = \pm\sqrt{\frac{a^2+4}{a^2}}$

$x + \frac{2}{a} = \pm\frac{\sqrt{a^2+4}}{a}$

$x = -\frac{2}{a} \pm \frac{\sqrt{a^2+4}}{a}$

$= \frac{-2 \pm \sqrt{a^2+4}}{a}$

S.Set = $\{\frac{-2 \pm \sqrt{a^2+4}}{a}\}$

(iii) $11x^2 - 34x + 3 = 0$

$11x^2 - 34x = -3$

11 پر تقسیم کرنے سے

$x^2 - \frac{34}{11}x = -\frac{3}{11}$

$(x)^2 - 2(x)(\frac{17}{11}) + (\frac{17}{11})^2 = -\frac{3}{11} + (\frac{17}{11})^2$

$(x - \frac{17}{11})^2 = -\frac{3}{11} + \frac{289}{121}$

$\left|\frac{34x}{11(2x)} = \frac{17}{11}\right.$

$(x - \frac{17}{11})^2 = \frac{-33+289}{121}$

www.pakcity.org
pakcity.org

$$\left(x-\frac{17}{11}\right)^2=\frac{256}{121}$$

$$\sqrt{\left(x-\frac{17}{11}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{256}{121}}$$ جذر لینے سے

$$x-\frac{17}{11}=\pm\frac{16}{11}$$

$x-\frac{17}{11}=\frac{16}{11}$ یا $x-\frac{17}{11}=-\frac{16}{11}$

$x=\frac{16}{11}+\frac{17}{11}$; $x=-\frac{16}{11}+\frac{17}{11}$

$=\frac{16+17}{11}$; $=\frac{-16+17}{11}$

$=\frac{33}{11}$; $=\frac{1}{11}$

$=3$

$S.Set=\left\{3,\frac{1}{11}\right\}$

(iv) $lx^2+mx+n=0,\ l\neq 0$

$lx^2+mx=-n$

$x^2+\frac{m}{l}x=-\frac{n}{l}$ l پر تقسیم کرنے سے

$(x)^2+2(x)\left(\frac{m}{2l}\right)+\left(\frac{m}{2l}\right)^2=-\frac{n}{l}+\left(\frac{m}{2l}\right)^2$

$\left(x+\frac{m}{2l}\right)^2=-\frac{n}{l}+\frac{m^2}{4l^2}$ | $\frac{mx}{l(2x)}=\frac{m}{2l}$

$=\frac{-4nl+m^2}{4l^2}$

$\sqrt{\left(x+\frac{m}{2l}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{m^2-4nl}{4l^2}}$ جذر لینے سے

$x+\frac{m}{2l}=\pm\frac{\sqrt{m^2-4nl}}{2l}$

$x=-\frac{m}{2l}\pm\frac{\sqrt{m^2-4nl}}{2l}$

$=\frac{-m\pm\sqrt{m^2-4nl}}{2l}$

$S.Set=\left\{\frac{-m\pm\sqrt{m^2-4nl}}{2l}\right\}$

(v) $3x^2+7x=0$

$x^2+\frac{7}{3}x=0$ 3 پر تقسیم کرنے سے

$(x)^2+2(x)\left(\frac{7}{6}\right)+\left(\frac{7}{6}\right)^2=0+\left(\frac{7}{6}\right)^2$

$\left(x+\frac{7}{6}\right)^2=\left(\frac{7}{6}\right)^2$ | $\frac{7x}{3(2x)}=\frac{7}{6}$

$\sqrt{\left(x+\frac{7}{6}\right)^2}=\pm\sqrt{\left(\frac{7}{6}\right)^2}$ جذر لینے سے

$x+\frac{7}{6}=\pm\frac{7}{6}$

$x+\frac{7}{6}=\frac{7}{6}$ یا $x+\frac{7}{6}=-\frac{7}{6}$

$x=\frac{7}{6}-\frac{7}{6}$; $x=-\frac{7}{6}-\frac{7}{6}=\frac{-7-7}{6}$

$=0$; $=-\frac{14}{6}=-7/3$

$S.set=\left\{0,-\frac{7}{3}\right\}$

(vi) $x^2-2x-195=0$

$x^2-2x=195$

$(x)^2-2(x)(1)+(1)^2=195+(1)^2$

$(x-1)^2=195+1$ | $\frac{2x}{2x}=1$

$(x-1)^2=196$

$\sqrt{(x-1)^2}=\pm\sqrt{196}$ جذر لینے سے

$x-1=\pm 14$

$x-1=14$ یا $x-1=-14$

$x=14+1$; $x=-14+1$

$=15$; $=-13$

$S.set=\{15,-13\}$

(vii) $-x^2+\frac{15}{2}=\frac{7}{2}x$

$-x^2-\frac{7}{2}x=-\frac{15}{2}$

$x^2+\frac{7}{2}x=\frac{15}{2}$ منفی ایک سے ضرب دینے سے

$(x)^2+2(x)\left(\frac{7}{4}\right)+\left(\frac{7}{4}\right)^2=\frac{15}{2}+\left(\frac{7}{4}\right)^2$

$\left(x+\frac{7}{4}\right)^2=\frac{15}{2}+\frac{49}{16}$ | $\frac{7x}{2(2x)}=\frac{7}{4}$

$=\frac{120+49}{16}=\frac{169}{16}$

$\sqrt{\left(x+\frac{7}{4}\right)^2}=\pm\sqrt{\frac{169}{16}}$ جذر لینے سے

$x+\frac{7}{4}=\pm\frac{13}{4}$

$x+\frac{7}{4}=\frac{13}{4}$ یا $x+\frac{7}{4}=-\frac{13}{4}$

$x=\frac{13}{4}-\frac{7}{4}$; $x=-\frac{13}{4}-\frac{7}{4}$

$=\frac{13-7}{4}$; $=\frac{-13-7}{4}$

$=\frac{6}{4}$; $=\frac{-20}{4}$

$=3/2$; $=-5$

$S.Set=\left\{\frac{3}{2},-5\right\}$

(viii) $x^2+17x+\frac{33}{4}=0$

$x^2+17x=-\frac{33}{4}$

$(x)^2+2(x)\left(\frac{17}{2}\right)+\left(\frac{17}{2}\right)^2=-\frac{33}{4}+\left(\frac{17}{2}\right)^2$

$\left(x+\frac{17}{2}\right)^2=-\frac{33}{4}+\frac{289}{4}$ | $\frac{17x}{2x}=\frac{17}{2}$

$=\frac{-33+289}{4}$

$=\frac{256}{4}$

www.pakcity.org

$\sqrt{\left(x+\frac{17}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{256}{4}}$ جذر لینے سے

$x+\frac{17}{2} = \pm\frac{16}{2}$

$x+\frac{17}{2} = \frac{16}{2}$ یا $x+\frac{17}{2} = -\frac{16}{2}$

$x = \frac{16}{2}-\frac{17}{2}$ $\quad$ $x = -\frac{16}{2}-\frac{17}{2}$

$= \frac{16-17}{2}$ $\quad$ $= \frac{-16-17}{2}$

$= -\frac{1}{2}$ $\quad$ $= -\frac{33}{2}$

$S.Set = \left\{-\frac{1}{2}, -\frac{33}{2}\right\}$

(ix) $4-\frac{8}{3x+1} = \frac{3x^2+5}{3x+1}$

$4 = \frac{3x^2+5}{3x+1}+\frac{8}{3x+1}$

$4 = \frac{3x^2+5+8}{3x+1}$

$4(3x+1) = 3x^2+13$

$12x+4 = 3x^2+13$

$-3x^2+12x = 13-4$

$-3x^2+12x = 9$

$x^2-4x = -3$ $\quad$ 3- پر تقسیم کرنے سے

$(x)^2-2(x)(2)+(2)^2 = -3+(2)^2$ $\quad$ $\left|\frac{4x}{2x} = 2\right.$

$(x-2)^2 = -3+4$

$(x-2)^2 = 1$

$\sqrt{(x-2)^2} = \pm\sqrt{1}$ جذر لینے سے

$x-2 = \pm 1$

$x-2 = 1$ یا $x-2 = -1$

$x = 1+2$ $\quad$ $x = -1+2$

$= 3$ $\quad$ $= 1$

$S.Set = \{3, 1\}$

(x) $7(x+2a)^2+3a^2 = 5a(7x+23a)$

$7(x^2+4a^2+4ax)+3a^2 = 35ax+115a^2$

$7x^2+28a^2+28ax+3a^2-35ax-115a^2=0$

$7x^2+28ax-35ax+28a^2+3a^2-115a^2=0$

$7x^2-7ax-84a^2=0$

$x^2-ax-12a^2=0$ $\quad$ 7 پر تقسیم کرنے سے

$x^2-ax = 12a^2$ $\quad$ $\left|\frac{ax}{2x} = \frac{a}{2}\right.$

$(x)^2-2(x)\left(\frac{a}{2}\right)+\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 12a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{12a^2}{1}+\frac{a^2}{4}$

$= \frac{48a^2+a^2}{4} = \frac{49a^2}{4}$

$\sqrt{\left(x-\frac{a}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{49a^2}{4}}$ جذر لینے سے

$x-\frac{a}{2} = \pm\frac{7a}{2}$

$x-\frac{a}{2} = \frac{7a}{2}$ یا $x-\frac{a}{2} = -\frac{7a}{2}$

$x = \frac{7a}{2}+\frac{a}{2}$ $\quad$ $x = -\frac{7a}{2}+\frac{a}{2}$

$= \frac{7a+a}{2}$ $\quad$ $= \frac{-7a+a}{2}$

$= \frac{^4\cancel{8}a}{\cancel{2}}$ $\quad$ $= -\frac{^3\cancel{6}a}{\cancel{2}}$

$= 4a$ $\quad$ $= -3a$

$S.Set = \{4a, -3a\}$

Exercise 1.2

Q#1

درج ذیل کو فارمولے کی مدد سے حل کریں۔

(i) $2-x^2 = 7x$

$-x^2-7x+2 = 0$

$x^2+7x-2 = 0$ $\quad$ منفی ایک سے ضرب دینے سے

معیاری مساوات $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=1, b=7, c=-2$

$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad$ فارمولا

$= \frac{-7\pm\sqrt{(-7)^2-4(1)(-2)}}{2(1)}$

$= \frac{-7\pm\sqrt{49+8}}{2} = \frac{-7\pm\sqrt{57}}{2}$

$S.Set = \left\{\frac{-7\pm\sqrt{57}}{2}\right\}$

(ii) $5x^2+8x+1=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=5, b=8, c=1$

$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad$ فارمولا

$= \frac{-8\pm\sqrt{(8)^2-4(5)(1)}}{2(5)}$

$= \frac{-8\pm\sqrt{64-20}}{10} = \frac{-8\pm\sqrt{44}}{10}$

$= \frac{-8\pm\sqrt{11\times 4}}{10} = \frac{-8\pm 2\sqrt{11}}{10}$

$= \frac{\cancel{2}(-4\pm\sqrt{11})}{\cancel{10}_5} = \frac{-4\pm\sqrt{11}}{5}$

$S.Set = \left\{\frac{-4\pm\sqrt{11}}{5}\right\}$

www.pakcity.org

(iii) $\sqrt{3}x^2 + x = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{3}x^2 + x - 4\sqrt{3} = 0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = \sqrt{3},\ b = 1,\ c = -4\sqrt{3}$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ فارمولا

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(\sqrt{3})(-4\sqrt{3})}}{2(\sqrt{3})}$

$= \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 16(\sqrt{3})^2}}{2\sqrt{3}}$

$= \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+16(3)}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2\sqrt{3}}$

$= \dfrac{-1 \pm \sqrt{49}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{-1 \pm 7}{2\sqrt{3}}$

$x = \dfrac{-1+7}{2\sqrt{3}}$ یا $x = \dfrac{-1-7}{2\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}\sqrt{3}}$ $\qquad = \dfrac{-\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}\sqrt{3}}$

$= \dfrac{3}{\sqrt{3}}$ $\qquad = -\dfrac{4}{\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{3\times3}}{\sqrt{3}}$

$= \sqrt{\dfrac{3\times\cancel{3}}{\cancel{3}}} = \sqrt{3}$

S.Set $= \left\{ \sqrt{3}, -\dfrac{4}{\sqrt{3}} \right\}$

(iv) $4x^2 - 14 = 3x$

$4x^2 - 3x - 14 = 0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = 4,\ b = -3,\ c = -14$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ فارمولا

$x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(4)(-14)}}{2(4)}$

$= \dfrac{3 \pm \sqrt{9+224}}{8} = \dfrac{3 \pm \sqrt{233}}{8}$

S.Set $= \left\{ \dfrac{3 \pm \sqrt{233}}{8} \right\}$

(v) $6x^2 - 3 - 7x = 0$

$6x^2 - 7x - 3 = 0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = 6,\ b = -7,\ c = -3$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ فارمولا

$= \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(6)(-3)}}{2(6)}$

$x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49+72}}{12} = \dfrac{7 \pm \sqrt{121}}{12}$

$= \dfrac{7 \pm 11}{12}$

$x = \dfrac{7+11}{12}$ یا $x = \dfrac{7-11}{12}$

$= \dfrac{\cancel{18}^{3}}{\cancel{12}_{2}}$ $\qquad = \dfrac{-\cancel{4}}{\cancel{12}_{3}}$

$= \dfrac{3}{2}$ $\qquad = -\dfrac{1}{3}$

S.Set $= \left\{ \dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{3} \right\}$

(vi) $3x^2 + 8x + 2 = 0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = 3,\ b = 8,\ c = 2$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ فارمولا

$= \dfrac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$

$= \dfrac{-8 \pm \sqrt{64-24}}{6} = \dfrac{-8 \pm \sqrt{40}}{6}$

$= \dfrac{-8 \pm \sqrt{10\times4}}{6} = \dfrac{-8 \pm 2\sqrt{10}}{6}$

$= \dfrac{\cancel{2}(-4 \pm \sqrt{10})}{\cancel{6}_{3}} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$

S.Set $= \left\{ \dfrac{-4 \pm \sqrt{10}}{3} \right\}$

(vii) $\dfrac{3}{x-6} - \dfrac{4}{x-5} = 1$

$\dfrac{3(x-5) - 4(x-6)}{(x-6)(x-5)} = 1$

$(x-6)(x-5)$ سے ضرب دینے سے

$3x - 15 - 4x + 24 = 1\,(x-6)(x-5)$

$-x + 9 = x^2 - 5x - 6x + 30$

$-x + 9 - x^2 + 5x + 6x - 30 = 0$

$-x^2 + 10x - 21 = 0$

$x^2 - 10x + 21 = 0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = 1,\ b = -10,\ c = +21$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ فارمولا

$x = \dfrac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4(1)(+21)}}{2(1)}$

$= \dfrac{10 \pm \sqrt{100-84}}{2} = \dfrac{10 \pm \sqrt{16}}{2}$

$= \dfrac{10 \pm 4}{2}$

$x = \dfrac{10+4}{2}$ یا $x = \dfrac{10-4}{2}$

$= \dfrac{14}{2} = 7$ $\qquad = 6/2 = 3$

S.Set $= \{7, 3\}$

(viii) $\dfrac{x+2}{x-1} - \dfrac{4-x}{2x} = 2\dfrac{1}{3}$

$\dfrac{(x+2)(2x)-(4-x)(x-1)}{(x-1)(2x)} = \dfrac{7}{3}$

$(x-1)(2x)$ سے ضرب دینے سے

$2x^2+4x-(4x-4-x^2+x) = \frac{7}{3}(x-1)(2x)$

$2x^2+4x-4x+4+x^2-x = \frac{7}{3}(2x^2-2x)$

3 سے ضرب دینے سے

$6x^2+12+3x^2-3x = 7(2x^2-2x)$

$9x^2-3x+12 = 14x^2-14x$

$9x^2-14x^2-3x+14x+12=0$

$-5x^2+11x+12=0$

$5x^2-11x-12=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=5,\ b=-11,\ c=-12$

فارمولا

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \dfrac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2-4(5)(-12)}}{2(5)}$

$= \dfrac{11 \pm \sqrt{121+240}}{10} = \dfrac{11 \pm \sqrt{361}}{10} = \dfrac{11 \pm 19}{10}$

$x = \dfrac{11+19}{10}$, $x = \dfrac{11-19}{10}$

$= \dfrac{30}{10} = 3$; $= -\dfrac{8}{10} = -\dfrac{4}{5}$

S.Set $= \{3, -\frac{4}{5}\}$

(ix) $\dfrac{a}{x-b} + \dfrac{b}{x-a} = 2$

$\dfrac{a(x-a)+b(x-b)}{(x-b)(x-a)} = 2$

$ax-a^2+bx-b^2 = 2(x-b)(x-a)$

$ax-a^2+bx-b^2 = 2(x^2-ax-bx+ab)$

$ax+bx-a^2-b^2 = 2x^2-2ax-2bx+2ab$

$-2x^2+ax+bx+2ax+2bx-a^2-b^2-2ab=0$

منفی ایک سے ضرب دینے سے

$2x^2-ax-bx-2ax-2bx+a^2+b^2+2ab=0$

$2x^2-3ax-3bx+(a+b)^2=0$

$2x^2-3(a+b)x+(a+b)^2=0$

معیاری صورت $Ax^2+Bx+C=0$ سے موازنہ کرنے سے

$A=2,\ B=-3(a+b),\ C=(a+b)^2$

فارمولا

$x = \dfrac{-B \pm \sqrt{B^2-4AC}}{2A}$

$x = \dfrac{-[-3(a+b)] \pm \sqrt{[-3(a+b)]^2-4(2)(a+b)^2}}{2(2)}$

$= \dfrac{3(a+b) \pm \sqrt{9(a+b)^2-8(a+b)^2}}{4}$

$= \dfrac{3(a+b) \pm \sqrt{(a+b)^2}}{4} = \dfrac{3(a+b) \pm (a+b)}{4}$

$x = \dfrac{3(a+b)+(a+b)}{4}$, $x = \dfrac{3(a+b)-(a+b)}{4}$

$= \dfrac{3a+3b+a+b}{4}$; $x = \dfrac{3a+3b-a-b}{4}$

$= \dfrac{4a+4b}{4}$; $= \dfrac{2a+2b}{4}$

$= \dfrac{4(a+b)}{4}$; $= \dfrac{2(a+b)}{4}$

$= a+b$; $= \dfrac{a+b}{2}$

S.Set $= \{(a+b), \frac{(a+b)}{2}\}$

(x) $-(l+m) - lx^2 + (2l+m)x = 0$, $l \neq 0$

$-lx^2+(2l+m)x-(l+m)=0$

$lx^2-(2l+m)x+(l+m)=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=l,\ b=-(2l+m),\ c=(l+m)$

فارمولا

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \dfrac{(-)(-)(2l+m) \pm \sqrt{[-(2l+m)]^2-4(l)(l+m)}}{2(l)}$

$= \dfrac{2l+m \pm \sqrt{4l^2+m^2+4lm-4l^2-4lm}}{2l}$

$= \dfrac{2l+m \pm \sqrt{m^2}}{2l} = \dfrac{2l+m \pm m}{2l}$

$x = \dfrac{2l+m+m}{2l}$, $x = \dfrac{2l+m-m}{2l}$

$= \dfrac{2l+2m}{2l}$; $= \dfrac{2l}{2l}$

$= \dfrac{2(l+m)}{2l}$; $= 1$

$= \dfrac{l+m}{l}$

S.Set $= \{\frac{l+m}{l}, 1\}$

www.pakcity.org

Exercise 1.3

حل کریں۔

Q#1 $2x^4 - 11x^2 + 5 = 0$

$x^4 = y^2$ & $x^2 = y$ فرض کیا

$2y^2 - 11y + 5 = 0$

$a = 2,\ b = -11,\ c = 5$ معیاری کلیہ سے دو درجی مساوات

$y = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (بذریعہ تجزی بھی حل کیا جا سکتا ہے)

$= \dfrac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(2)(5)}}{2(2)}$

$= \dfrac{11 \pm \sqrt{121 - 40}}{4} = \dfrac{11 \pm \sqrt{81}}{4} = \dfrac{11 \pm 9}{4}$

$y = \dfrac{11+9}{4}$ & $y = \dfrac{11-9}{4}$

$= \dfrac{20}{4} = 5$ $\quad = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

جب $y = 5$ ہو تو

$x^2 = y$

$x^2 = 5$

$x = \pm\sqrt{5}$

جب $x = \frac{1}{2}$ ہو تو

$x^2 = y$

$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

S.set $= \{\pm\sqrt{5}, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\}$

Q#2 $2x^4 = 9x^2 - 4$

$2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$

$x^4 = y^2$ & $x^2 = y$ فرض کیا

$2y^2 - 9y + 4 = 0$

$2y^2 - 8y - y + 4 = 0$ (اسے فارمولا کی مدد سے بھی حل کیا جا سکتا ہے)

$2y(y-4) - 1(y-4) = 0$

$(y-4)(2y-1) = 0$

$y - 4 = 0$ or $2y - 1 = 0$

$y = 4$ $\quad 2y = 1$

$\quad y = \frac{1}{2}$

جب $y = 4$ ہو تو

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$= \pm 2$

جب $y = \frac{1}{2}$ ہو

$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

S.set $= \{\pm 2, \pm\frac{1}{\sqrt{2}}\}$

Q#3 $5x^{1/2} = 7x^{1/4} - 2$

$5x^{1/2} - 7x^{1/4} + 2 = 0$

$(x^{1/4})^2 = y^2$ & $x^{1/4} = y$ فرض کیا

$x^{1/2} = y^2$

$5y^2 - 7y + 2 = 0$ (اسے فارمولا کی مدد سے بھی حل کیا جا سکتا ہے)

$5y^2 - 5y - 2y + 2 = 0$

$5y(y-1) - 2(y-1) = 0$

$(y-1)(5y-2) = 0$

$y - 1 = 0$ or $5y - 2 = 0$

$y = 1$ $\quad 5y = 2$

$\quad y = 2/5$

جب $y = 1$ ہو تو

$x^{1/4} = y = 1$

$(x^{1/4})^4 = (1)^4$

$x = 1$

جب $y = \frac{2}{5}$ ہو تو

$x^{1/4} = y = \frac{2}{5}$

$(x^{1/4})^4 = (\frac{2}{5})^4$

$x = \frac{16}{625}$

S.set $= \{1, \frac{16}{625}\}$

Q#4 $x^{2/3} + 54 = 15x^{1/3}$

$x^{2/3} - 15x^{1/3} + 54 = 0$

$x^{2/3} = y^2 \Leftarrow (x^{1/3})^2 = y^2$ & $x^{1/3} = y$ فرض کیا

$y^2 - 15y + 54 = 0$

$y^2 - 9y - 6y + 54 = 0$

$y(y-9) - 6(y-9) = 0$

$(y-9)(y-6) = 0$

$y - 9 = 0$ or $y - 6 = 0$

$y = 9$ $\quad y = 6$

جب $y = 9$ ہو تو

$x^{1/3} = 9$

$(x^{1/3})^3 = (9)^3$

$x = 729$

جب $y = 6$ ہو تو

$x^{1/3} = 6$

$(x^{1/3})^3 = (6)^3$

$x = 216$

S.set $= \{729, 216\}$

Q#5 $3x^{-2} + 5 = 8x^{-1}$

$3x^{-2} - 8x^{-1} + 5 = 0$

$x^{-2} = y^2$ & $x^{-1} = y$ فرض کیا

$3y^2 - 8y + 5 = 0$

$3y^2 - 3y - 5y + 5 = 0$

$3y(y-1) - 5(y-1) = 0$

$(y-1)(3y-5) = 0$

$y - 1 = 0$ or $3y - 5 = 0$

$y = 1$ $\quad 3y = 5$

$\quad y = 5/3$

جب $y = 1$ ہو تو

$x^{-1} = y = 1$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{1}$

$x = 1$

جب $y = 5/3$ ہو تو

$x^{-1} = y = \frac{5}{3}$

$\frac{1}{x} = \frac{5}{3}$

$x = \frac{3}{5}$

S. Set $= \{1, \frac{3}{5}\}$

www.pakcity.org

Q#6 $(2x^2+1) + \frac{3}{(2x^2+1)} = 4$

فرض کیا $2x^2+1 = y$

$y + \frac{3}{y} = 4$

y سے ضرب دینے سے

$y^2 + 3 = 4y$

$y^2 - 4y + 3 = 0$

$y^2 - 3y - y + 3 = 0$

$y(y-3) - 1(y-3) = 0$

$(y-3)(y-1) = 0$

$y-3=0$ or $y-1=0$

$y=3$ $\quad y=1$

جب $y=3$ ہو تو

$2x^2+1 = y$

$2x^2+1 = 3$

$2x^2 = 3-1$

$2x^2 = 2$

$x^2 = \frac{2}{2} = 1$

$x = \pm\sqrt{1}$

$= \pm 1$

جب $y=1$ ہو تو

$2x^2+1 = y$

$2x^2+1 = 1$

$2x^2 = 1-1$

$2x^2 = 0$

$x^2 = 0$

$x = 0$

S.Set = $\{0, \pm 1\}$

Q#7 $\frac{x}{x-3} + 4\left(\frac{x-3}{x}\right) = 4$

فرض کیا $\frac{x}{x-3} = y$

$y + \frac{4}{y} = 4$

$y^2 + 4 = 4y$

$y^2 - 4y + 4 = 0$

$y^2 - 2y - 2y + 4 = 0$

$y(y-2) - 2(y-2) = 0$

$(y-2)(y-2) = 0$

$y-2=0$ or $y-2=0$

$y=2$ $\quad y=2$

جب $y=2$ ہو تو

$\frac{x}{x-3} = y = 2$

$\frac{x}{x-3} = 2$

$x = 2x - 6$

$x - 2x = -6$

$-x = -6$

$x = 6$

S.set = $\{6\}$

Q#8 $\frac{4x+1}{4x-1} + \frac{4x-1}{4x+1} = 2\frac{1}{6}$

فرض کیا $\frac{4x+1}{4x-1} = y$

$y + \frac{1}{y} = \frac{13}{6}$

6y سے ضرب دینے سے

$6y^2 + 6 = 13y$

$6y^2 - 13y + 6 = 0$

$6y^2 - 4y - 9y + 6 = 0$

(8) $2y(3y-2) - 3(3y-2) = 0$

$(3y-2)(2y-3) = 0$

$3y-2=0$ or $2y-3=0$

$3y = 2$ $\quad 2y = 3$

$y = 2/3$ $\quad y = 3/2$

جب $y = 2/3$ ہو تو

$\frac{4x+1}{4x-1} = y = \frac{2}{3}$

$12x+3 = 8x-2$

$12x - 8x = -2-3$

$4x = -5$

$x = -5/4$

جب $y = 3/2$ ہو تو

$\frac{4x+1}{4x-1} = y = \frac{3}{2}$

$8x+2 = 12x-3$

$8x - 12x = -3-2$

$-4x = -5$

$x = \frac{-5}{-4} = 5/4$

S.Set = $\{-5/4, 5/4\}$

Q#9 $\frac{x-a}{x+a} - \frac{x+a}{x-a} = \frac{7}{12}$

فرض کیا $\frac{x-a}{x+a} = y$

$y - \frac{1}{y} = \frac{7}{12}$

12y سے ضرب دینے سے

$12y^2 - 12 = 7y$

$12y^2 - 7y - 12 = 0$

$12y^2 - 16y + 9y - 12 = 0$

$4y(3y-4) + 3(3y-4) = 0$

$(3y-4)(4y+3) = 0$

$3y-4=0$ or $4y+3=0$

$3y = 4$ $\quad 4y = -3$

$y = 4/3$ $\quad y = -3/4$

جب $y = \frac{4}{3}$ ہو تو

$\frac{x-a}{x+a} = y = \frac{4}{3}$

$3x - 3a = 4x + 4a$

$3x - 4x = 4a + 3a$

$-x = 7a$

$x = -7a$

جب $y = -\frac{3}{4}$ ہو تو

$\frac{x-a}{x+a} = y = -\frac{3}{4}$

$4x - 4a = -3x - 3a$

$4x + 3x = -3a + 4a$

$7x = a$

$x = a/7$

S.Set = $\{-7a, a/7\}$

Q#10 $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0$

x^2 پر تقسیم کرنے سے

$\frac{x^4}{x^2} - \frac{2x^3}{x^2} - \frac{2x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{0}{x^2}$

$x^2 - 2x - 2 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x + \frac{2}{x} - 2 = 0$

$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2\left(x - \frac{1}{x}\right) - 2 = 0$

فرض کیا $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = y^2$ & $x - \frac{1}{x} = y$

$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 + 2$

$y^2 + \cancel{2} - 2y - \cancel{2} = 0$

$y^2 - 2y = 0 \Rightarrow y(y-2) = 0$

$y = 0$ or $y - 2 = 0$

$y = 2$

جب $y=0$ ہو تو

$x - \frac{1}{x} = y = 0$

$x - \frac{1}{x} = 0$

$x^2 - 1 = 0$ x سے ضرب دینے سے

$x^2 = 1$

$x = \pm\sqrt{1}$

$= \pm 1$

جب $y=2$ ہو تو

$x - \frac{1}{x} = y = 2$

$x - \frac{1}{x} = 2$

x سے ضرب دینے سے

$x^2 - 1 = 2x$

$x^2 - 2x - 1 = 0$

معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$a = 1,\ b = -2,\ c = -1$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{2 \times 4}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{2(1 \pm \sqrt{2})}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{2}$$

S.set $= \{\pm 1, 1 \pm \sqrt{2}\}$

Q#11 $2x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 2 = 0$

x^2 پر تقسیم کرنے سے

$\frac{2x^4}{x^2} + \frac{x^3}{x^2} - \frac{6x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{2}{x^2} = 0$

$2x^2 + x - 6 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$

$2x^2 + \frac{2}{x^2} + x + \frac{1}{x} - 6 = 0$

$2(x^2 + \frac{1}{x^2}) + (x + \frac{1}{x}) - 6 = 0$

فرض کیا $x + \frac{1}{x} = y$ & $(x + \frac{1}{x})^2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = y^2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2$

$2(y^2 - 2) + y - 6 = 0$

$2y^2 - 4 + y - 6 = 0$

$2y^2 + y - 10 = 0$

$2y^2 + 5y - 4y - 10 = 0$

20×1, 10×2, 5×4

$y(2y + 5) - 2(2y + 5) = 0$

$(2y + 5)(y - 2) = 0$

$2y + 5 = 0$ or $y - 2 = 0$

$2y = -5$; $y = 2$

$y = -5/2$

جب $y=-5/2$ ہو تو

$x + \frac{1}{x} = y$

$x + \frac{1}{x} = -5/2$

$2x^2 + 2 = -5x$

جب $y=2$ ہو تو

$x + \frac{1}{x} = y$

$x + \frac{1}{x} = 2$

$x^2 + 1 = 2x$

(9)

$2x^2 + 5x + 2 = 0$

$2x^2 + 4x + x + 2 = 0$

$2x(x+2) + 1(x+2) = 0$

$(x+2)(2x+1) = 0$

$x + 2 = 0$ or $2x + 1 = 0$

$x = -2$; $2x = -1$

$x = -\frac{1}{2}$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x^2 - x - x + 1 = 0$

$x(x-1) - 1(x-1) = 0$

$(x-1)(x-1) = 0$

$x - 1 = 0$ or $x - 1 = 0$

$x = 1$ or $x = 1$

S.set $= \{-2, -\frac{1}{2}, 1\}$

Q#12 $4 \cdot 2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$

$4 \cdot 2^{2x} \cdot 2^1 - 9 \cdot 2^x + 1 = 0$

فرض کیا $2^{2x} = y^2$ & $2^x = y$

$4 \cdot y^2 \cdot 2 - 9 \cdot y + 1 = 0$

$8y^2 - 9y + 1 = 0$

$8y^2 - 8y - y + 1 = 0$

$8y(y-1) - 1(y-1) = 0$

$(y-1)(8y-1) = 0$

$y - 1 = 0$ or $8y - 1 = 0$

$y = 1$; $8y = 1$

$y = 1/8$

جب $y=1$ ہو تو

$2^x = y = 1$

$2^x = 2^0$

$x = 0$

جب $y=\frac{1}{8}$ ہو تو

$2^x = y = \frac{1}{8}$

$2^x = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$

$x = -3$

S.set $= \{0, -3\}$

Q#13 $3^{2x+2} = 12 \cdot 3^x - 3$

$3^{2x} \cdot 3^2 - 12 \cdot 3^x + 3 = 0$

فرض کیا $3^{2x} = y^2$ & $3^x = y$

$y^2 \cdot 3^2 - 12 \cdot y + 3 = 0$

$9y^2 - 12y + 3 = 0$

3 پر تقسیم کرنے سے

$3y^2 - 4y + 1 = 0$

$3y^2 - 3y - y + 1 = 0$

$3y(y-1) - 1(y-1) = 0$

$(y-1)(3y-1) = 0$

$y - 1 = 0$ or $3y - 1 = 0$

$y = 1$; $3y = 1$

$y = 1/3$

جب $y=1$ ہو تو

$3^x = y = 1$

$3^x = 3^0$

$x = 0$

جب $y=\frac{1}{3}$ ہو تو

$3^x = y = \frac{1}{3}$

$3^x = 3^{-1}$

$x = -1$

S.set $= \{0, -1\}$

Q#14 $2^x + 64 \cdot 2^{-x} - 20 = 0$

فرض کیا $2^{-x} = \frac{1}{y}$ & $2^x = y$

$y + \frac{64}{y} - 20 = 0$

$y^2 + 64 - 20y = 0$

$y^2 - 20y + 64 = 0$

www.pakcity.org

pakcity.org

$y^2 - 16y - 4y + 64 = 0$

$y(y-16) - 4(y-16) = 0$

$(y-16)(y-4) = 0$

$y-16=0$ or $y-4=0$

$y = 16$ $\quad$ $y = 4$

جب $y=16$ ہو تو

$2^x = y = 16$

$2^x = 2^4$

$x = 4$

جب $y=4$ ہو تو

$2^x = y = 4$

$2^x = 2^2$

$x = 2$

S.Set = $\{4, 2\}$

Q#15 $(x+1)(x+3)(x-5)(x-7) = 192$

$(x+1)(x-5)(x+3)(x-7) = 192$

$(x^2 - 5x + x - 5)(x^2 - 7x + 3x - 21) = 192$

$(x^2 - 4x - 5)(x^2 - 4x - 21) = 192$

فرض کیا $x^2 - 4x = y$

$(y-5)(y-21) = 192$

$y^2 - 21y - 5y + 105 - 192 = 0$

$y^2 - 26y - 87 = 0$ $\quad$ (87×1, -29×3)

$y^2 - 29y + 3y - 87 = 0$ $\quad$ اسے فارمولا سے بھی حل کیا جا سکتا ہے

$y(y-29) + 3(y-29) = 0$

$(y-29)(y+3) = 0$

$y-29=0$ or $y+3=0$

$y = 29$ $\quad$ $y = -3$

جب $y=29$ ہو تو

$x^2 - 4x = y$

$x^2 - 4x = 29$

$x^2 - 4x - 29 = 0$

معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$a=1,\ b=-4,\ c=-29$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-29)}}{2(1)}$

$= \dfrac{4 \pm \sqrt{16+116}}{2}$

$= \dfrac{4 \pm \sqrt{132}}{2}$

$= \dfrac{4 \pm \sqrt{4 \times 33}}{2}$

$= \dfrac{4 \pm 2\sqrt{33}}{2}$

$= \dfrac{2(2 \pm \sqrt{33})}{2}$

$= 2 \pm \sqrt{33}$

جب $y=-3$ ہو تو

$x^2 - 4x = y$

$x^2 - 4x = -3$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x^2 - 3x - x + 3 = 0$

$x(x-3) - 1(x-3) = 0$

$(x-3)(x-1) = 0$

$x-3=0$ or $x-1=0$

$x = 3$ or $x = 1$

S.Set = $\{1, 3, 2 \pm \sqrt{33}\}$

Q#16 $(x-1)(x-2)(x-8)(x+5) + 360 = 0$

$(x^2 - 2x - x + 2)(x^2 + 5x - 8x - 40) + 360 = 0$

$(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x - 40) + 360 = 0$

فرض کیا $x^2 - 3x = y$

$(y+2)(y-40) + 360 = 0$

$y^2 - 40y + 2y - 80 + 360 = 0$

$y^2 - 38y + 280 = 0$

$y^2 - 28y - 10y + 280 = 0$

$y(y-28) - 10(y-28) = 0$

$(y-28)(y-10) = 0$

(280×1, 140×2, 70×4, 56×5, 40×7, 35×8, -28×-10)

$y-28=0$ or $y-10=0$

$y = 28$ $\quad$ $y = 10$

جب $y=28$ ہو تو

$x^2 - 3x = y$

$x^2 - 3x = 28$

$x^2 - 3x - 28 = 0$

$x^2 - 7x + 4x - 28 = 0$

$x(x-7) + 4(x-7) = 0$

$(x-7)(x+4) = 0$

$x-7=0$ or $x+4=0$

$x = 7$ $\quad$ $x = -4$

جب $y=10$ ہو تو

$x^2 - 3x = y$

$x^2 - 3x = 10$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$x(x-5) + 2(x-5) = 0$

$(x-5)(x+2) = 0$

$(x-5)=0$ or $x+2=0$

$x = 5$ $\quad$ $x = -2$

S.Set = $\{-4, -2, 5, 7\}$

Exercise 1.4

Q#1 $2x + 5 = \sqrt{7x+16}$

حل کریں

طرفین کا مربع لینے سے

$(2x+5)^2 = (\sqrt{7x+16})^2$

$4x^2 + 25 + 20x = 7x + 16$

$4x^2 + 20x - 7x + 25 - 16 = 0$

$4x^2 + 13x + 9 = 0$ $\quad$ فارمولا یا تجزی دونوں طریقوں سے حل کیا جا سکتا ہے

$4x^2 + 4x + 9x + 9 = 0$

$4x(x+1) + 9(x+1) = 0$

$(x+1)(4x+9) = 0$

$x+1=0$ or $4x+9=0$

$x = -1$ $\quad$ $4x = -9$

$x = -9/4$

پڑتال

جب $x=-1$ ہو تو

$2x + 5 = \sqrt{7x+16}$

$2(-1) + 5 = \sqrt{7(-1)+16}$

$-2 + 5 = \sqrt{-7+16}$

$3 = \sqrt{9}$

$3 = 3$

جب $x=-\frac{9}{4}$ ہو تو

$2x + 5 = \sqrt{7x+16}$

$2\left(-\frac{9}{4}\right) + 5 = \sqrt{7\left(-\frac{9}{4}\right)+16}$

$-\frac{9}{2} + \frac{5}{1} = \sqrt{-\frac{63}{4} + \frac{16}{1}}$

$\frac{-9+10}{2} = \sqrt{\frac{-63+64}{4}}$

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

پڑتال پر درست ثابت ہوئے ہیں لہٰذا

S.Set = $\{-1, -\frac{9}{4}\}$

www.pakcity.org

Q#2 $\sqrt{x+3} = 3x-1$

$(\sqrt{x+3})^2 = (3x-1)^2$ طرفین کا مربع لینے سے

$x+3 = 9x^2+1-6x$

$0 = 9x^2-6x-x+1-3$

$9x^2-7x-2=0$ $\quad$ (18×1, −9x 2x)

$9x^2-9x+2x-2=0$

$9x(x-1)+2(x-1)=0$

$(x-1)(9x+2)=0$

$x-1=0$ or $9x+2=0$

$x=1$ $\quad$ $9x=-2$

$x=-2/9$

پڑتال

جب $x=1$ ہو

$\sqrt{x+3} = 3x-1$

$\sqrt{1+3} = 3(1)-1$

$\sqrt{4} = 3-1$

$2 = 2$

جب $x=-\frac{2}{9}$ ہو

$\sqrt{x+3} = 3x-1$

$\sqrt{-\frac{2}{9}+\frac{3}{1}} = 3\left(-\frac{2}{9}\right)-1$

$\sqrt{\frac{-2+27}{9}} = -\frac{2}{3}-\frac{1}{1}$

$\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{-2-3}{3}$

$\frac{5}{3} \neq -\frac{5}{3}$

پس یہ فالتو روٹ ہے لہٰذا $x=-\frac{2}{9}$ فالتو حل ہے

S.Set = {1}

Q#3 $4x = \sqrt{13x+14}-3$

$4x+3 = \sqrt{13x+14}$

$(4x+3)^2 = (\sqrt{13x+14})^2$ طرفین کا مربع لینے سے

$16x^2+9+24x = 13x+14$

$16x^2+24x-13x+9-14=0$

$16x^2+11x-5=0$ $\quad$ (80×1, 40×2, 20×4, +16×−5)

$16x^2+16x-5x-5=0$

$16x(x+1)-5(x+1)=0$

$(x+1)(16x-5)=0$

$x+1=0$ or $16x-5=0$

$x=-1$ $\quad$ $16x=5$

$x=5/16$

پڑتال

جب $x=-1$ ہو

$4x = \sqrt{13x+14}-3$

$4(-1) = \sqrt{13(-1)+14}-3$

$-4 = \sqrt{-13+14}-3$

$-4 = \sqrt{1}-3$

$-4 = 1-3$

$-4 \neq -2$

پس $x=-1$ فالتو روٹ ہے

جب $x=5/16$ ہو

$4x = \sqrt{13x+14}-3$

$4\left(\frac{5}{16}\right) = \sqrt{13\left(\frac{5}{16}\right)+14}-3$

$\frac{5}{4} = \sqrt{\frac{65}{16}+\frac{14}{1}}-3$

$\frac{5}{4} = \sqrt{\frac{65+224}{16}}-3$

$\frac{5}{4} = \sqrt{\frac{289}{16}}-3$

$\frac{5}{4} = \frac{17}{4}-\frac{3}{1}$

$\frac{5}{4} = \frac{17-12}{4}$

$\frac{5}{4} = \frac{5}{4}$

لہٰذا S.Set = $\{\frac{5}{16}\}$

Q#4 $\sqrt{3x+100} - x = 4$

$\sqrt{3x+100} = 4+x$

$(\sqrt{3x+100})^2 = (4+x)^2$ طرفین کا مربع لینے سے

$3x+100 = 16+x^2+8x$

$0 = x^2+8x-3x+16-100$

$0 = x^2+5x-84$

$x^2+5x-84=0$ $\quad$ (84×1, 42×2, 28×3, 21×4, 14×6, +12×−7)

$x^2+12x-7x-84=0$

$x(x+12)-7(x+12)=0$

$(x+12)(x-7)=0$

$x+12=0$ or $x-7=0$

$x=-12$ $\quad$ $x=7$

پڑتال

جب $x=-12$ ہو

$\sqrt{3x+100}-x=4$

$\sqrt{3(-12)+100}-(-12)=4$

$\sqrt{-36+100}+12=4$

$\sqrt{64}+12=4$

$8+12=4$

$20 \neq 4$

$x=-12$ فالتو روٹ ہے

جب $x=7$ ہو

$\sqrt{3x+100}-x=4$

$\sqrt{3(7)+100}-7=4$

$\sqrt{21+100}-7=4$

$\sqrt{121}-7=4$

$11-7=4$

$4=4$

لہٰذا S.Set = {7}

29/7/13

Q#5 $\sqrt{x+5}+\sqrt{x+21} = \sqrt{x+60}$

$(\sqrt{x+5}+\sqrt{x+21})^2 = (\sqrt{x+60})^2$ طرفین کا مربع لینے سے

$(\sqrt{x+5})^2+(\sqrt{x+21})^2+2(\sqrt{x+5})(\sqrt{x+21}) = x+60$

$x+5+x+21+2\sqrt{x^2+21x+5x+105} = x+60$

$2x+26+2\sqrt{x^2+26x+105} = x+60$

$2\sqrt{x^2+26x+105} = x-2x+60-26$

$2\sqrt{x^2+26x+105} = -x+34$

دوبارہ مربع لینے سے

$(2\sqrt{x^2+26x+105})^2 = (-x+34)^2$

$4(x^2+26x+105) = x^2+1156-68x$

$4x^2+104x+420-x^2+68x-1156=0$

$3x^2+172x-736=0$

$3x^2+184x-12x-736=0$

$x(3x+184)-4(3x+184)=0$

$(3x+184)(x-4)=0$

$3x+184=0$ or $x-4=0$

$3x=-184$ $\quad$ $x=4$

$x=-184/3$

پڑتال

جب $x=-184/3$ ہو

$\sqrt{x+5}+\sqrt{x+21}=\sqrt{x+60}$

$\sqrt{-\frac{184}{3}+\frac{5}{1}}+\sqrt{-\frac{184}{3}+\frac{21}{1}} = \sqrt{-\frac{184}{3}+\frac{60}{1}}$

www.pakcity.org

$\sqrt{\frac{-184+15}{3}} + \sqrt{\frac{-184+63}{3}} = \sqrt{\frac{-184+180}{3}}$

$\sqrt{-\frac{169}{3}} + \sqrt{\frac{-121}{3}} = \sqrt{\frac{-4}{3}}$

$\frac{13i}{\sqrt{3}} + \frac{11i}{\sqrt{3}} = \frac{2i}{\sqrt{3}}$

$\frac{13i+11i}{\sqrt{3}} = \frac{2i}{\sqrt{3}}$

$\frac{24i}{\sqrt{3}} \neq \frac{2i}{\sqrt{3}}$

پس $x = \frac{-184}{3}$ فالتو روٹ ہے

جب $x=4$ ہو

$\sqrt{x+5} + \sqrt{x+21} = \sqrt{x+60}$

$\sqrt{4+5} + \sqrt{4+21} = \sqrt{4+60}$

$\sqrt{9} + \sqrt{25} = \sqrt{64}$

$3+5 = 8$

$8 = 8$

پس حل سیٹ $S.Set = \{4\}$

Q#6 $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x+6}$

$(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2})^2 = (\sqrt{x+6})^2$ طرفین کا مربع لینے سے

$(\sqrt{x+1})^2 + (\sqrt{x-2})^2 + 2(\sqrt{x+1})(\sqrt{x-2}) = x+6$

$x+1+x-2+2\sqrt{x^2-2x+x-2} = x+6$

$2x-1+2\sqrt{x^2-x-2} = x+6$

$2\sqrt{x^2-x-2} = x-2x+6+1$

$2\sqrt{x^2-x-2} = -x+7$

$(2\sqrt{x^2-x-2})^2 = (-x+7)^2$ دوبارہ مربع لینے سے

$4(x^2-x-2) = x^2+49-14x$

$4x^2-4x-8-x^2-49+14x = 0$

$3x^2+10x-57 = 0$

$3x^2+19x-9x-57 = 0$

$x(3x+19)-3(3x+19) = 0$

$(3x+19)(x-3) = 0$

$3x+19 = 0$ or $x-3 = 0$

$3x = -19$, $x = 3$

$x = -19/3$

171×1
57×3
$+19 \times 9$

پڑتال

جب $x = -19/3$ ہو تو

$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x+6}$

$\sqrt{-\frac{19}{3}+\frac{1}{1}} + \sqrt{-\frac{19}{3}-\frac{2}{1}} = \sqrt{-\frac{19}{3}+\frac{6}{1}}$

$\sqrt{\frac{-19+3}{3}} + \sqrt{\frac{-19-6}{3}} = \sqrt{\frac{-19+18}{3}}$

$\sqrt{-\frac{16}{3}} + \sqrt{\frac{-25}{3}} = \sqrt{-\frac{1}{3}}$

$\frac{4i}{\sqrt{3}} + \frac{5i}{\sqrt{3}} = \frac{1i}{\sqrt{3}}$

$\frac{4i+5i}{\sqrt{3}} = \frac{1i}{\sqrt{3}}$

$\frac{9i}{\sqrt{3}} \neq \frac{i}{\sqrt{3}}$

پس $x = -\frac{19}{3}$ فالتو روٹ ہے

جب $x=3$ ہو

$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x+6}$

$\sqrt{3+1} + \sqrt{3-2} = \sqrt{3+6}$

$\sqrt{4} + \sqrt{1} = \sqrt{9}$

$2+1 = 3$

$3 = 3$

$S.Set = \{3\}$

Q#7 $\sqrt{11-x} - \sqrt{6-x} = \sqrt{27-x}$

$(\sqrt{11-x} - \sqrt{6-x})^2 = (\sqrt{27-x})^2$ طرفین کا مربع لینے سے

$(\sqrt{11-x})^2 + (\sqrt{6-x})^2 - 2(\sqrt{11-x})(\sqrt{6-x}) = 27-x$

$11-x+6-x-2\sqrt{66-11x-6x+x^2} = 27-x$

$17-2x-2\sqrt{x^2-17x+66} = 27-x$

$-2\sqrt{x^2-17x+66} = 27-x-17+2x$

$-2\sqrt{x^2-17x+66} = 10+x$

$(-2\sqrt{x^2-17x+66})^2 = (10+x)^2$ دوبارہ مربع لینے سے

$4(x^2-17x+66) = 100+x^2+20x$

$4x^2-68x+264-100-x^2-20x = 0$

$3x^2-88x+164 = 0$

$3x^2-82x-6x+164 = 0$

$x(3x-82)-2(3x-82) = 0$

$(3x-82)(x-2) = 0$

$3x-82 = 0$ or $x-2 = 0$

$3x = 82$, $x = 2$

$x = 82/3$

492×1
246×2
164×3
123×4
-82×6

جب $x = \frac{82}{3}$ ہو تو

$\sqrt{11-x} - \sqrt{6-x} = \sqrt{27-x}$

$\sqrt{\frac{11}{1}-\frac{82}{3}} - \sqrt{\frac{6}{1}-\frac{82}{3}} = \sqrt{\frac{27}{1}-\frac{82}{3}}$

$\sqrt{\frac{33-82}{3}} - \sqrt{\frac{+18-82}{3}} = \sqrt{\frac{81-82}{3}}$

$\sqrt{\frac{-49}{3}} - \sqrt{\frac{-64}{3}} = \sqrt{\frac{-1}{3}}$

$\frac{7i}{\sqrt{3}} - \frac{8i}{\sqrt{3}} = \frac{1i}{\sqrt{3}}$

$\frac{7i-8i}{\sqrt{3}} = \frac{i}{\sqrt{3}}$

$\frac{-i}{\sqrt{3}} \neq \frac{i}{\sqrt{3}}$

پس $x = \frac{82}{3}$ فالتو روٹ ہے

جب $x=2$ ہو تو

$\sqrt{11-x} - \sqrt{6-x} = \sqrt{27-x}$

$\sqrt{11-2} - \sqrt{6-2} = \sqrt{27-2}$

$\sqrt{9} - \sqrt{4} = \sqrt{25}$

$3-2 = 5$

$1 \neq 5$

پس $x=2$ فالتو روٹ ہے

لہٰذا $S.Set = \{\ \}$

Q#8 $\sqrt{4a+x} - \sqrt{a-x} = \sqrt{a}$

$(\sqrt{4a+x} - \sqrt{a-x})^2 = (\sqrt{a})^2$ طرفین کا مربع لینے سے

$(\sqrt{4a+x})^2 + (\sqrt{a-x})^2 - 2(\sqrt{4a+x})(\sqrt{a-x}) = a$

$4a+x+a-x-2\sqrt{4a^2-4ax+ax-x^2} = a$

$5a-2\sqrt{4a^2-3ax-x^2} = a$

$-2\sqrt{4a^2-3ax-x^2} = a-5a$

$-2\sqrt{4a^2-3ax-x^2} = -4a$

$\sqrt{4a^2-3ax-x^2} = 2a$ -2 پر تقسیم کرنے سے

www.pakcity.org

$$\left(\sqrt{4a^2-3ax-x^2}\right)^2 = (2a)^2 \quad \text{دوبارہ مربع لینے سے}$$

$$4a^2-3ax-x^2 = 4a^2$$
$$4a^2-4a^2-3ax-x^2=0$$
$$-x^2-3ax=0$$
$$-x(x+3a)=0$$
$$-x=0 \quad \text{or} \quad x+3a=0$$
$$x=0 \qquad x=-3a$$

پڑتال: جب $x=0$ تو

$$\sqrt{4a+x}-\sqrt{a-x}=\sqrt{a}$$
$$\sqrt{4a+0}-\sqrt{a-0}=\sqrt{a}$$
$$\sqrt{4a}-\sqrt{a}=\sqrt{a}$$
$$2\sqrt{a}-\sqrt{a}=\sqrt{a}$$
$$\sqrt{a}=\sqrt{a}$$

پس $x=0$ پر قیمتیں برابر ہیں

جب $x=-3a$ تو

$$\sqrt{4a+x}-\sqrt{a-x}=\sqrt{a}$$
$$\sqrt{4a-3a}-\sqrt{a+3a}=\sqrt{a}$$
$$\sqrt{a}-\sqrt{4a}=\sqrt{a}$$
$$\sqrt{a}-2\sqrt{a}=\sqrt{a}$$
$$-\sqrt{a}\neq\sqrt{a}$$

پس $x=-3a$ فالتو روٹ ہے

لہٰذا S set $=\{0\}$

Q#9 $\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+x-1}=1$

فرض کیا $x^2+x=y$

$$\sqrt{y+1}-\sqrt{y-1}=1$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$(\sqrt{y+1}-\sqrt{y-1})^2=(1)^2$$
$$(\sqrt{y+1})^2+(\sqrt{y-1})^2-2(\sqrt{y+1})(\sqrt{y-1})=1$$
$$y+1+y-1-2\sqrt{y^2-1}=1$$
$$2y-2\sqrt{y^2-1}=1$$
$$-2\sqrt{y^2-1}=1-2y$$

دوبارہ مربع لینے سے

$$(-2\sqrt{y^2-1})^2=(1-2y)^2$$
$$4(y^2-1)=1+4y^2-4y$$
$$4y^2-4=1+4y^2-4y$$
$$4y^2-4y^2+4y-4-1=0$$
$$4y-5=0$$
$$4y=5$$
$$y=5/4$$

y کی قیمت درج کرنے سے

$$x^2+x=y$$
$$x^2+x=\frac{5}{4}$$
$$4x^2+4x=5$$
$$4x^2+4x-5=0$$

$a=4,\ b=4,\ c=-5$ معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$=\frac{-4\pm\sqrt{(4)^2-4(4)(-5)}}{2(4)}=\frac{-4\pm\sqrt{16+80}}{8}$$
$$=\frac{-4\pm\sqrt{96}}{8}=\frac{-4\pm\sqrt{16\times6}}{8}$$
$$x=\frac{-4\pm4\sqrt{6}}{8}=\frac{4(-1\pm\sqrt{6})}{8}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}$$

پڑتال: جب $x=\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}$ تو

$$\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2+x-1}=1$$
$$\sqrt{\left(\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}\right)^2+\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}+1}-\sqrt{\left(\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}\right)^2+\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}-1}=1$$
$$\sqrt{\frac{1+6\pm2\sqrt{6}}{4}+\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}+1}-\sqrt{\frac{1+6\pm2\sqrt{6}}{4}+\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}-1}=1$$
$$\sqrt{\frac{7\pm2\sqrt{6}-2\pm2\sqrt{6}+4}{4}}-\sqrt{\frac{7\pm2\sqrt{6}-2\pm2\sqrt{6}-4}{4}}=1$$
$$\sqrt{\frac{9}{4}}-\sqrt{\frac{1}{4}}=1$$
$$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$$
$$\frac{3-1}{2}=1$$
$$\frac{2}{2}=1$$
$$1=1$$

لہٰذا S. set $=\left\{\frac{-1\pm\sqrt{6}}{2}\right\}$

Q#10 $\sqrt{x^2+3x+8}+\sqrt{x^2+3x+2}=3$

فرض کیا $x^2+3x=y$

$$\sqrt{y+8}+\sqrt{y+2}=3$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$(\sqrt{y+8}+\sqrt{y+2})^2=(3)^2$$
$$(\sqrt{y+8})^2+(\sqrt{y+2})^2+2(\sqrt{y+8})(\sqrt{y+2})=9$$
$$y+8+y+2+2\sqrt{y^2+2y+8y+16}=9$$
$$2y+10+2\sqrt{y^2+10y+16}=9$$
$$2\sqrt{y^2+10y+16}=9-2y-10$$
$$2\sqrt{y^2+10y+16}=-1-2y$$

دوبارہ مربع لینے سے

$$\left(2\sqrt{y^2+10y+16}\right)^2=(-1-2y)^2=[-(1+2y)]^2$$
$$4(y^2+10y+16)=1+4y^2+4y$$
$$4y^2+40y+64=4y^2+4y+1$$
$$4y^2-4y^2+40y-4y+64-1=0$$
$$36y+63=0$$
$$36y=-63$$
$$y=-\frac{63}{36}=-\frac{21}{12}=-\frac{7}{4}$$

y کی قیمت درج کرنے سے

$$x^2+3x=y=-\frac{7}{4}$$
$$4x^2+12x=-7$$
$$4x^2+12x+7=0$$

$a=4,\ b=12,\ c=7$ معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-12\pm\sqrt{(12)^2-4(4)(7)}}{2(4)}$$

$$\therefore x = \frac{-12 \pm \sqrt{144-112}}{8} = \frac{-12 \pm \sqrt{32}}{8}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{16 \times 2}}{8} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{2}}{8}$$

$$x = \frac{4(-3 \pm \sqrt{2})}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{2}}{2}$$

پڑتال: جب $x = \frac{-3 \pm \sqrt{2}}{2}$ ہو تو

$$\sqrt{x^2+3x+8} + \sqrt{x^2+3x+2} = 3$$

$$\sqrt{\left(\frac{-3 \pm \sqrt{2}}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-3 \pm \sqrt{2}}{2}\right) + \frac{8}{1}} + \sqrt{\left(\frac{-3 \pm \sqrt{2}}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-3 \pm \sqrt{2}}{2}\right) + 2} = 3$$

$$\sqrt{\frac{9+2 \pm 6\sqrt{2}}{4} + \frac{-9 \pm 3\sqrt{2}}{2} + \frac{8}{1}} + \sqrt{\frac{9+2 \pm 6\sqrt{2}}{4} + \frac{-9 \pm 3\sqrt{2}}{2} + \frac{2}{1}} = 3$$

$$\sqrt{\frac{11 \pm 6\sqrt{2} - 18 \pm 6\sqrt{2} + 32}{4}} + \sqrt{\frac{11 \pm 6\sqrt{2} - 18 \pm 6\sqrt{2} + 8}{4}} = 3$$

$$\sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = 3$$

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{5+1}{2} = 3 \Rightarrow \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow 3 = 3$$

$$S.Set = \left\{\frac{-3 \pm \sqrt{2}}{2}\right\}$$

Q#11 $\sqrt{x^2+3x+9} + \sqrt{x^2+3x+4} = 5$

$x^2+3x = y$ فرض کیا

$$\sqrt{y+9} + \sqrt{y+4} = 5$$

$(\sqrt{y+9} + \sqrt{y+5})^2 = (5)^2$ دونوں طرف کا مربع لینے سے

$$(\sqrt{y+9})^2 + (\sqrt{y+4})^2 + 2(\sqrt{y+9})(\sqrt{y+4}) = 25$$

$$y+9+y+4+2\sqrt{y^2+4y+9y+36} = 25$$

$$2y+13+2\sqrt{y^2+13y+36} = 25$$

$$2\sqrt{y^2+13y+36} = 25-2y-13$$

$2\sqrt{y^2+13y+36} = 12-2y$ تقسیم کرنے سے $\div 2$

$$\sqrt{y^2+13y+36} = 6-y$$

$(\sqrt{y^2+3y+36})^2 = (6-y)^2$ دوبارہ مربع لینے سے

$$y^2+3y+36 = 36+y^2-12y$$

$$y^2+3y+36-36-y^2+12y = 0$$

$$15y = 0$$

$$y = 0$$

y کی قیمت درج کرنے سے

$$x^2+3x = y$$

$$x^2+3x = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{or} \quad x+3 = 0$$

$$x = -3$$

پڑتال: جب $x = 0$ ہو تو

$$\sqrt{x^2+3x+9} + \sqrt{x^2+3x+4} = 5$$

$$\sqrt{0+3(0)+9} + \sqrt{0+3(0)+4} = 5$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = 5$$

$$3+2 = 5$$

$$5 = 5$$

جب $x = -3$ ہو تو

$$\sqrt{x^2+3x+9} + \sqrt{x^2+3x+4} = 5$$

$$\sqrt{(-3)^2+3(-3)+9} + \sqrt{(-3)^2+3(-3)+4} = 5$$

$$\sqrt{9-9+9} + \sqrt{9-9+4} = 5$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{4} = 5$$

$$3+2 = 5$$

$$5 = 5$$

لہٰذا $S.Set = \{0, -3\}$.

ختم 31/7/13

مشق 1 متفرق

Q#2

(i) $x^2+2x-2=0$

معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$a=1, b=2, c=-2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2-4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 \times 3}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2(-1 \pm \sqrt{3})}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{3}$$

$$S.Set = \{-1 \pm \sqrt{3}\}$$

(ii) $5x^2 = 15x$

$$5x^2 - 15x = 0$$

$$5x(x-3) = 0$$

$$5x = 0 \quad \text{or} \quad x-3 = 0$$

$$x = 0 \qquad x = 3$$

$$S.set = \{0, 3\}$$

(iii) $\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4} = 3$

$$\frac{x-4+x+4}{(x+4)(x-4)} = 3$$

$$2x = 3(x+4)(x-4)$$

$$2x = 3(x^2-16)$$

$$2x = 3x^2-48$$

$$3x^2-2x-48 = 0$$

معیاری صورت ہے -

(iv) $(2x-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

$$(2x-\tfrac{1}{2})^2 = (\tfrac{3}{2})^2$$

$$\sqrt{(2x-\tfrac{1}{2})^2} = \pm\sqrt{(\tfrac{3}{2})^2}$$

$$2x - \tfrac{1}{2} = \pm \tfrac{3}{2}$$

$2x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ یا $2x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$

$2x = \frac{3}{2}+\frac{1}{2}$	$2x = -\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$
$= \frac{3+1}{2}$	$2x = \frac{-3+1}{2}$
$2x = \frac{4}{2}$	$2x = -\frac{2}{2}$
$x = \frac{2}{2}$	$x = -\frac{1}{2}$
21	

Maths 10th Unit # 2

Exercise 2.1

Q#1 Find Disc. فرق کنندہ معلوم کریں

(i) $2x^2+3x-1=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=2,\ b=3,\ c=-1$

فرق کنندہ $=$ Disc. $= b^2-4ac$

$= (3)^2-4(2)(-1)$

$= 9+8$

$= 17$

(ii) $6x^2-8x+3=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=6,\ b=-8,\ c=3$

Disc $= b^2-4ac$

$= (-8)^2-4(6)(3)$

$= 64-72$

$= -8$

(iii) $9x^2-30x+25=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=9,\ b=-30,\ c=25$

Disc $= b^2-4ac$

$= (-30)^2-4(9)(25)$

$= 900-900$

$= 0$

(iv) $4x^2-7x-2=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=4,\ b=-7,\ c=-2$

Disc $= b^2-4ac$

$= (-7)^2-4(4)(-2)$

$= 49+32$

$= 81$

Q#2 روٹس کی اقسام معلوم کریں اور تصدیق کریں۔

(i) $x^2-23x+120=0$

معیاری مساوات $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=1,\ b=-23,\ c=120$

Disc $= b^2-4ac$

$= (-23)^2-4(1)(120)$

$= 529-480$

$= 49$

$= (7)^2$

چونکہ یہ مثبت اور مکمل مربع ہے لہٰذا روٹس حقیقی، ناطق اور نابرابر ہیں

تصدیق:

$x = \dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-(-23)\pm\sqrt{(-23)^2-4(1)(120)}}{2(1)}$

$= \dfrac{23\pm\sqrt{529-480}}{2}$

$= \dfrac{23\pm\sqrt{49}}{2}$

$= \dfrac{23\pm7}{2}$

$x = \dfrac{23+7}{2},\quad x=\dfrac{23-7}{2}$

$= \dfrac{30}{2} = 15,\quad = \dfrac{16}{2} = 8$

$x=15,\ x=8$ → پس روٹس حقیقی ناطق اور نابرابر ہیں

(ii) $2x^2+3x+7=0$

معیاری مساوات $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=2,\ b=3,\ c=7$

Disc $= b^2-4ac$

$= (3)^2-4(2)(7)$

$= 9-56$

$= -47<0$

فرق کنندہ منفی ہے اس لیے روٹس غیر حقیقی اور نابرابر ہیں۔

تصدیق

$x = \dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-3\pm\sqrt{(3)^2-4(2)(7)}}{2(2)}$

$= \dfrac{-3\pm\sqrt{9-56}}{4}$

$x = \dfrac{-3\pm\sqrt{-47}}{4}$

پس روٹس غیر حقیقی اور نابرابر ہیں۔

(iii) $16x^2-24x+9=0$

معیاری مساوات $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=16,\ b=-24,\ c=9$

Disc $= b^2-4ac$

$= (-24)^2-4(16)(9)$

$= 576-576$

$= 0$

پس روٹس حقیقی، ناطق اور برابر ہیں

تصدیق

$x = \dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-(-24)\pm\sqrt{(-24)^2-4(16)(9)}}{2(16)}$

$= \dfrac{24\pm\sqrt{576-576}}{32}$

$= \dfrac{24\pm\sqrt{0}}{32}$

$x = \dfrac{24+0}{32},\quad x=\dfrac{24-0}{32}$

$= \dfrac{3}{4},\quad = \dfrac{3}{4}$

پس روٹس حقیقی، ناطق اور برابر ہیں

(iv) $3x^2+7x-13=0$

معیاری صورت $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=3,\ b=7,\ c=-13$

Disc $= b^2-4ac$

$= (7)^2-4(3)(-13)$

$= 49+156$

$= 205$

پس روٹس حقیقی، غیر ناطق اور نابرابر ہیں

تصدیق

$x = \dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \dfrac{-7\pm\sqrt{(7)^2-4(3)(-13)}}{2(3)}$

$= \dfrac{-7\pm\sqrt{49+156}}{6}$

$= \dfrac{-7\pm\sqrt{205}}{6}$

پس روٹس غیر ناطق اور نابرابر ہیں

31/7/13 (0301, 0313 / 723 5154)

Q#3 k کی کس قیمت کے لیے دیا ہوا جملہ $k^2x^2+2(k+1)x+4$ مکمل مربع ہے

معیاری مساوات $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=k^2,\ b=2(k+1),\ c=4$

Disc. $= b^2-4ac = 0$

$\Rightarrow [2(k+1)]^2-4(k^2)(4)=0$

$4(k^2+1+2k)-16k^2=0$

$4k^2+4+8k-16k^2=0$

$-12k^2+8k+4=0$

-4 پر تقسیم کرنے سے

$3k^2-2k-1=0$

$3k^2-3k+k-1=0$

$3k(k-1)+1(k-1)=0$

$(k-1)(3k+1)=0$

$k-1=0$ or $3k+1=0$

$k=1$ $\quad 3k=-1$

$k=-1/3$

پس $k=1$ اور $k=-\frac{1}{3}$ کے لیے دیا گیا جملہ مکمل مربع ہوگا

Q#4 (i) $(2k-1)x^2+3kx+3=0$ روٹس برابر ہوں تو k کی قیمت معلوم کریں۔

معیاری مساوات $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a=2k-1,\ b=3k,\ c=3$

چونکہ روٹس برابر ہیں لہٰذا

Disc $= b^2-4ac=0$

(ii)

$(3K)^2 - 4(2K-1)(3) = 0$

$9K^2 - 12(2K-1) = 0$

$9K^2 - 24K + 12 = 0$

$3K^2 - 8K + 4 = 0$ — 3 پر تقسیم کرنے سے

$3K^2 - 6K - 2K + 4 = 0$

$3K(K-2) - 2(K-2) = 0$

$(K-2)(3K-2) = 0$

$K - 2 = 0$ or $3K - 2 = 0$

$K = 2$ $\quad 3K = 2$

$K = 2/3$

(ii) $x^2 + 2(K+2)x + (3K+4) = 0$

معیاری مساوات $ax^2 + bx + c = 0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = 1, \quad b = 2(K+2), \quad c = 3K+4$

چونکہ روٹس برابر ہیں لہذا $Disc. = b^2 - 4ac = 0$

$[2(K+2)]^2 - 4(1)(3K+4) = 0$

$4(K^2 + 4 + 4K) - 12K - 16 = 0$

$4K^2 + 16 + 16K - 12K - 16 = 0$

$4K^2 + 4K = 0$ — 4 پر تقسیم کرنے سے

$K^2 + K = 0$

$K(K+1) = 0$

$K = 0$ or $K + 1 = 0$

$K = -1$

(iii) $(3K+2)x^2 - 5(K+1)x + (2K+3) = 0$

معیاری مساوات $ax^2 + bx + c = 0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = 3K+2, \quad b = -5(K+1), \quad c = 2K+3$

چونکہ روٹس برابر ہیں لہذا $Disc. = b^2 - 4ac = 0$

$[-5(K+1)]^2 - 4(3K+2)(2K+3) = 0$

$25(K^2 + 1 + 2K) - 4(6K^2 + 9K + 4K + 6) = 0$

$25K^2 + 25 + 50K - 24K^2 - 36K - 16K - 24 = 0$

$K^2 - 2K + 1 = 0$

$K^2 - K - K + 1 = 0$

$K(K-1) - 1(K-1) = 0$

$(K-1)(K-1) = 0$

$K - 1 = 0$ or $K - 1 = 0$

$K = 1$ $\quad K = 1$ یعنی $K = 1$

Q#5

ثابت کیجئے کہ مساوات $x^2 + (mx+c)^2 = a^2$ کے روٹس برابر ہوں گے اگر $c^2 = a^2(1+m^2)$

$x^2 + (mx+c)^2 = a^2$

$x^2 + m^2x^2 + c^2 + 2mcx - a^2 = 0$

$x^2(1+m^2) + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$

$(1+m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$

معیاری مساوات $a'x^2 + b'x + c' = 0$ سے موازنہ کرنے سے

$a' = 1+m^2, \quad b' = 2mc, \quad c' = c^2 - a^2$

$Disc. = b'^2 - 4a'c'$

$= (2mc)^2 - 4(1+m^2)(c^2 - a^2)$

$= 4m^2c^2 - 4(c^2 - a^2 + m^2c^2 - m^2a^2)$

$= 4m^2c^2 - 4c^2 + 4a^2 - 4m^2c^2 + 4m^2a^2$

$= 4a^2 + 4m^2a^2 - 4c^2$ — چونکہ $c^2 = a^2(1+m^2)$

$= 4a^2 + 4m^2a^2 - 4a^2(1+m^2)$

$= 4a^2 + 4m^2a^2 - 4a^2 - 4a^2m^2 = 0$ — لہذا روٹس برابر ہیں۔

Q#6

$(mx+c)^2 - 4ax = 0$ شرط معلوم کریں کہ مساوات کے روٹس برابر ہوں۔

$(mx+c)^2 - 4ax = 0$

$m^2x^2 + c^2 + 2mcx - 4ax = 0$

$m^2x^2 + 2mcx - 4ax + c^2 = 0$

$m^2x^2 + 2(mc - 2a)x + c^2 = 0$

معیاری مساوات $a'x^2 + b'x + c' = 0$ سے موازنہ کرنے سے

$a' = m^2, \quad b' = 2(mc - 2a), \quad c' = c^2$

اگر Disc. صفر کے برابر ہو تو روٹس مساوی ہوں گے۔

$Disc. = b'^2 - 4a'c' = 0$

$[2(mc - 2a)]^2 - 4(m^2)(c^2) = 0$

$4(m^2c^2 + 4a^2 - 4amc) - 4m^2c^2 = 0$

$4m^2c^2 + 16a^2 - 16amc - 4m^2c^2 = 0$

$16a^2 - 16amc = 0$

$16a(a - mc) = 0$

اگر $a \neq 0$ ہو تو

$a - mc = 0$

$a = mc$

Q#7

اگر مساوات $(c^2 - ab)x^2 - 2(a^2 - bc)x + (b^2 - ac) = 0$ کے روٹس برابر ہوں تو $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ یا $a = 0$

معیاری مساوات $a'x^2 + b'x + c' = 0$ سے موازنہ کرنے سے

$a' = c^2 - ab, \quad b' = -2(a^2 - bc), \quad c' = b^2 - ac$

روٹس مساوی ہوں گے اگر $Disc. = b'^2 - 4a'c' = 0$

$[-2(a^2 - bc)]^2 - 4(c^2 - ab)(b^2 - ac) = 0$

$4(a^4 + b^2c^2 - 2a^2bc) - 4(b^2c^2 - ac^3 - ab^3 + a^2bc) = 0$ — 4 پر تقسیم کرنے سے

$a^4 + b^2c^2 - 2a^2bc - (b^2c^2 - ac^3 - ab^3 + a^2bc) = 0$

$a^4 + b^2c^2 - 2a^2bc - b^2c^2 + ac^3 + ab^3 - a^2bc = 0$

$a^4 + ab^3 + ac^3 - 3a^2bc = 0$

$a(a^3 + b^3 + c^3 - 3abc) = 0$

$a = 0$ or $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ (proved)

Q#8

ثابت کیجئے کہ روٹس ناطق ہیں۔

(i) $a(b-c)x^2 + b(c-a)x + c(a-b) = 0$

روٹس ناطق ہوں گے اگر فرق کنندہ (Disc.) ایک مکمل مربع ہو۔

$a' = a(b-c)$

$b' = b(c-a)$

$c' = c(a-b)$

$Disc. = b'^2 - 4a'c'$

$= [b(c-a)]^2 - 4a(b-c)c(a-b)$

$= b^2(c^2 + a^2 - 2ac) - 4ac(ab - b^2 - ac + bc)$

$= b^2c^2 + a^2b^2 - 2ab^2c - 4a^2bc + 4ab^2c + 4a^2c^2 - 4abc^2$

pakcity.org

$= a^2b^2 + b^2c^2 + 4c^2a^2 + 2ab^2c - 4abc^2 - 4a^2bc$

$= (ab)^2 + (bc)^2 + (-2ca)^2 + 2(ab)(bc) + 2(bc)(-2ca) + 2(-2ca)(ab)$

$= (ab + bc - 2ca)^2 > 0$

complete square

چونکہ Disc ایک مکمل مربع اور مثبت ہے لہٰذا روٹس ناطق ہیں۔

(ii) $(a+2b)x^2 + 2(a+b+c)x + (a+2c) = 0$

معیاری مساوات $a'x^2 + b'x + c' = 0$ سے موازنہ کرنے سے

$a' = a+2b\ ,\ b' = 2(a+b+c),\ c' = a+2c$

$Disc. = b'^2 - 4a'c'$

$= [2(a+b+c)]^2 - 4(a+2b)(a+2c)$

$= 4(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca) - 4(a^2+2ac+2ab+4bc)$

$= 4a^2+4b^2+4c^2+8ab+8bc+8ca-4a^2-8ac-8ab-16bc$

$= 4b^2 + 4c^2 - 8bc$

$= 4(b^2+c^2-2bc)$

$= [2(b-c)]^2 > 0$

چونکہ Disc ایک مکمل مربع اور مثبت ہے لہٰذا روٹس ناطق ہیں۔

Q#9

K کی تمام قیمتوں کے لیے مساوات $x^2 - 2(K+\frac{1}{K})x + 3 = 0 \quad (K \neq 0)$ کے روٹس حقیقی ہیں۔

معیاری مساوات $ax^2+bx+c=0$ سے موازنہ کرنے سے

$a = 1,\ b = -2(K+\frac{1}{K}),\ c = 3$

$Disc = b^2 - 4ac$

$= [-2(K+\frac{1}{K})]^2 - 4(1)(3)$

$= 4(K+\frac{1}{K})^2 - 12 = 4[(K+\frac{1}{K})^2 - 3]$

$= 4[K^2 + \frac{1}{K^2} + 2 - 3] = 4[K^2 + \frac{1}{K^2} - 1]$

$= 4[K^2 + \frac{1}{K^2} - 2 + 2 - 1] = 4[K^2 + \frac{1}{K^2} - 2 + 1]$

$= 4[(K - \frac{1}{K})^2 + 1] > 0 \quad (K \neq 0)$

K کی کسی بھی قیمت کے لیے Disc. مثبت ہے لہٰذا مساوات کے روٹس حقیقی ہیں۔

Q#10

ثابت کریں مساوات $(b-c)x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$ کے روٹس حقیقی ہیں۔

معیاری مساوات $a'x^2 + b'x + c' = 0$ سے موازنہ کرنے سے

$a' = b-c\ ,\ b' = c-a,\ c' = a-b$

$Disc. = b^2 - 4ac$

$= (c-a)^2 - 4(b-c)(a-b)$

$= c^2 + a^2 - 2ca - 4(ab - b^2 - ca + bc)$

$= c^2 + a^2 - 2ca - 4ab + 4b^2 + 4ca - 4bc$

$= a^2 + 4b^2 + c^2 - 4ab - 4bc + 2ca$

$= (a)^2 + (-2b)^2 + (c)^2 + 2(a)(-2b) + 2(-2b)(c) + 2(c)(a)$

$= (a - 2b + c)^2 > 0$

چونکہ Disc. کی قیمت مثبت ہے لہٰذا روٹس حقیقی ہیں۔

Exercise 2.2

Q#1

$64, -27, 8, -1$ کے جذر المکعب معلوم کریں۔

(i) $x = (-1)^{1/3}$

$x^3 = -1$

$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x)^3 + (1)^3 = 0$

$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x + 1 = 0$ or $x^2 - x + 1 = 0$

$\boxed{x = -1}$ معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$a = 1, b = -1, c = 1$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$

$x = \frac{1+\sqrt{-3}}{2}, x = \frac{1-\sqrt{-3}}{2}$

$= -\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right), x = -\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)$

$= -\omega^2, \ x = -\omega$

$\because \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} = \omega$ & $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = \omega^2$

پس 1- کے جذر المکعب ہیں

$-1, -\omega, -\omega^2$

(ii) $x = (8)^{1/3}$

$x^3 = 8$

$x^3 - 8 = 0 \Rightarrow (x)^3 - (2)^3 = 0$

$(x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$

$x - 2 = 0$ or $x^2 + 2x + 4 = 0$

$\boxed{x = 2}$ معیاری صورت سے موازنہ کرنے سے

$a = 1, b = 2, c = 4$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$

$= \frac{-2 \pm \sqrt{4-16}}{2}$

$= \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 \times -3}}{2}$

$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{-3}}{2}$

$= \frac{2(-1 \pm \sqrt{-3})}{2}$

$= 2\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right), x = 2\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)$

$= 2\omega\ ,\ 2\omega^2$

پس 8 کے جذر المکعب ہیں

$2, 2\omega, 2\omega^2$

(iii) $x = (-27)^{1/3}$

$x^3 = -27$

$x^3 + 27 = 0$

$(x)^3 + (3)^3 = 0$

$(x+3)(x^2 - 3x + 9) = 0$

$x + 3 = 0$ or $x^2 - 3x + 9 = 0$

$\boxed{x = -3}$ موازنہ کرنے سے

$a = 1, b = -3, c = 9$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)}$

(iv) $x = (64)^{1/3}$

$x^3 = 64$

$x^3 - 64 = 0$

$(x)^3 - (4)^3 = 0$

$(x-4)(x^2 + 4x + 16) = 0$

$x - 4 = 0$ or $x^2 + 4x + 16 = 0$

$\boxed{x = 4}$ موازنہ کرنے سے

$a = 1, b = 4, c = 16$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(16)}}{2(1)}$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-36}}{2}$

$= \frac{3 \pm \sqrt{-27}}{2}$

$= \frac{3 \pm \sqrt{9 \times -3}}{2}$

$= \frac{3 \pm 3\sqrt{-3}}{2}$

$x = -\left(\frac{3-3\sqrt{-3}}{2}\right)$, $x = -\left(\frac{-3+3\sqrt{-3}}{2}\right)$

$= -3\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right), -3\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)$

$= -3\omega \; , \; -3\omega^2$

پس −27 کے جذر المکعب ہیں

$-3, -3\omega, -3\omega^2$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-64}}{2}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{-48}}{2}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 \times -3}}{2}$

$= \frac{-4 \pm 4\sqrt{-3}}{2}$

$= +4\left(\frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right)$

$x = +4\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right), +4\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)$

$= +4\omega \; , \; 4\omega^2$

پس 64 کے جذر المکعب ہیں

$4, 4\omega, 4\omega^2$

(vii) $\omega^{37} + \omega^{38} - 5$

$= \omega^{36} \cdot \omega + \omega^{36} \cdot \omega^2 - 5$

$= (\omega^3)^{12} \cdot \omega + (\omega^3)^{12} \cdot \omega^2 - 5$

$= (1)^{12} \cdot \omega + (1)^{12} \cdot \omega^2 - 5$

$= 1 \cdot \omega + 1 \cdot \omega^2 - 5$

$= \omega + \omega^2 - 5$

$= -1 - 5 \quad \because \omega + \omega^2 = -1$

$= -6$

(viii) $\omega^{-13} + \omega^{-17}$

$= \frac{1}{\omega^{13}} + \frac{1}{\omega^{17}}$

$= \frac{1}{\omega^{12} \cdot \omega} + \frac{1}{\omega^{15} \cdot \omega^2}$

$= \frac{1}{(\omega^3)^4 \cdot \omega} + \frac{1}{(\omega^3)^5 \cdot \omega^2}$

$= \frac{1}{(1)^4 \cdot \omega} + \frac{1}{(1)^5 \cdot \omega^2}$

$= \frac{1}{1 \cdot \omega} + \frac{1}{1 \cdot \omega^2} = \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2}$

$= \frac{\omega + 1}{\omega^2} = \frac{-\omega^2}{\omega^2}$

$= -1$

Q#2

قیمت معلوم کریں۔

(i) $(1 - \omega - \omega^2)^7$

$= [1 - (\omega + \omega^2)]^7$

$= [1 - (-1)]^7 \quad \because \omega + \omega^2 = -1$

$= (1+1)^7$

$= (2)^7$

$= 128$

(iii) $(9 + 4\omega + 4\omega^2)^3$

$= [9 + 4(\omega + \omega^2)]^3$

$= [9 + 4(-1)]^3 \quad \because \omega + \omega^2 = -1$

$= (9-4)^3$

$= (5)^3$

$= 125$

(ii) $(1 - 3\omega - 3\omega^2)^5$

$= [1 - 3(\omega + \omega^2)]^5$

$= [1 - 3(-1)]^5 \quad \because \omega + \omega^2 = -1$

$= (1+3)^5$

$= (4)^5 = 1024$

(iv) $(2 + 2\omega - 2\omega^2)(3 - 3\omega + 3\omega^2)$

$= [2(1 + \omega - \omega^2)][3(1 - \omega + \omega^2)]$

$= [2(-\omega^2 - \omega^2)][3(-\omega - \omega)]$

$= [2(-2\omega^2)][3(-2\omega)]$

$= (-4\omega^2)(3(-2\omega))$

$= (-4\omega^2)(-6\omega)$

$= 24\omega^3 = 24(1) = 24$

(v) $(-1+\sqrt{-3})^6 + (-1-\sqrt{-3})^6$

چونکہ $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2} = \omega$

لہٰذا $-1+\sqrt{-3} = 2\omega$

اور $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = \omega^2$

لہٰذا $-1-\sqrt{-3} = 2\omega^2$

قیمتیں درج کرنے سے

$(2\omega)^6 + (2\omega^2)^6$

$= 2^6\omega^6 + 2^6\omega^{12}$

$= 64(\omega^3)^2 + 64(\omega^3)^4$

$= 64(1)^2 + 64(1)^4 \quad \because \omega^3 = 1$

$= 64(1) + 64(1)$

$= 64 + 64$

$= 128$

(vi) $\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^9 + \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^9$

چونکہ $\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2} = \omega \;\&\; \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = \omega^2\right)$

$= (\omega)^9 + (\omega^2)^9$

$= \omega^9 + \omega^{18}$

$= (\omega^3)^3 + (\omega^3)^6$

$= (1)^3 + (1)^6$

$= 1 + 1$

$= 2$

Q#3

ثابت کیجئے کہ $x^3 + y^3 = (x+y)(x+\omega y)(x+\omega^2 y)$

RHS $= (x+y)(x+\omega y)(x+\omega^2 y)$

$= (x+y)(x^2 + xy\omega^2 + xy\omega + \omega^3 y^2)$

$= (x+y)[x^2 + (\omega^2 + \omega)xy + \omega^3 y^2]$

$= (x+y)(x^2 + (-1)xy + (1)y^2)$

$= (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

$= (x)^3 + (y)^3 = x^3 + y^3$

$=$ LHS.

Q#4

ثابت کیجئے کہ $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x+y\omega+\omega^2 z)(x+\omega^2 y+\omega z)$.

RHS $= (x+y+z)(x+\omega y+\omega^2 z)(x+\omega^2 y+\omega z)$.

$= (x+y+z)(x^2 + xy\omega^2 + xz\omega + xy\omega + y^2\omega^3 + yz\omega^2 + xz\omega^2 + yz\omega^4 + z^2\omega^3)$

$= (x+y+z)(x^2 + xy\omega^2 + xy\omega + yz\omega^2 + yz\omega^3 \cdot \omega + zx\omega + zx\omega^2 + y^2\omega^3 + z^2\omega^3)$.

$= (x+y+z)[x^2 + (\omega^2+\omega)xy + (\omega^2 + \omega^3 \cdot \omega)yz + (\omega+\omega^2)zx + y^2(1) + z^2(1)]$

$= (x+y+z)[x^2 + (-1)xy + (\omega^2 + 1 \cdot \omega)yz + (-1)zx + y^2 + z^2]$

$= (x+y+z)(x^2 - xy + (-1)yz - zx + y^2 + z^2)$

$= (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$= (x)^3 + (y)^3 + (z)^3 - 3(x)(y)(z)$

$= x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz.$

Q#5

ثابت کیجئے کہ

$(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)$ .... to 2n factors $=$

LHS $= (1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^4)(1+\omega^8)$ ...... to 2n factors

$= (1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^3 \cdot \omega)(1+\omega^6 \cdot \omega^2)$ ......

$= (1+\omega)(1+\omega^2)(1+1\cdot\omega)(1+(\omega^3)^2\cdot\omega^2) \ldots\ldots 2n \text{ factors}$

$= (1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega)(1+(1)\omega^2) \ldots\ldots 2n \text{ factors}$

$= [(1+\omega)(1+\omega^2)][(1+\omega)(1+\omega^2)] \ldots\ldots n \text{ factors}$

$= [(1+\omega)(1+\omega^2)]^n$

$= (1+\omega^2+\omega+\omega^3)^n = (1+\omega+\omega^2+\omega^3)^n$

$= (0+1)^n = (1)^n \qquad \because 1+\omega+\omega^2=0$

$= 1 = \text{RHS.}$

Exercise 2.3

Q#1

حل کیے بغیر مجموعہ اور حاصل ضرب معلوم کریں۔

(i) $x^2-5x+3=0$

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

یہاں $a=1,\ b=-5,\ c=3$

مجموعہ $=\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-5)}{1} = 5$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$

(ii) $3x^2+7x-11=0$

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

یہاں $a=3,\ b=7,\ c=-11$

مجموعہ $=\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{7}{3}$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{11}{3}$

(iii) $px^2-qx+r=0$

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

یہاں $a=p,\ b=-q,\ c=r$

مجموعہ $=\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-q)}{p} = \frac{q}{p}$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{r}{p}$

(iv) $(a+b)x^2-ax+b=0$

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

یہاں $a'=a+b,\ b'=-a,\ c'=b$

مجموعہ $=\alpha+\beta = \frac{-b'}{a'} = \frac{-(-a)}{a+b} = \frac{a}{a+b}$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c'}{a'} = \frac{b}{a+b}$

(v) $(l+m)x^2+(m+n)x+n-l=0$

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

یہاں $a=l+m,\ b=m+n,\ c=n-l$

مجموعہ $=\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(m+n)}{l+m}$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{n-l}{l+m}$

(vi) $7x^2-5mx+9n=0$

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

یہاں $a=7,\ b=-5m,\ c=9n$

مجموعہ $=\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5m)}{7} = \frac{5m}{7}$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{9n}{7}$

Q#2

K کی قیمت معلوم کریں

(i) $2kx^2-3x+4k=0$ روٹس کا مجموعہ اس کے روٹس کے حاصل ضرب کا دوگنا ہو۔

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

مجموعہ $=\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-3)}{2k} = 3/2k$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{4k}{2k} = 2$

بشرط سوال

$\alpha+\beta = 2(\alpha\beta)$

$\frac{3}{2k} = 2(2)$

$\frac{3}{2k} = 4$

$3 = 8k$

$\boxed{k = \frac{3}{8}}$

(ii) $x^2+(3k-7)x+5k=0$ مساوات کے روٹس کا مجموعہ اس کے روٹس کے حاصل ضرب کا $3/2$ گنا ہو۔

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں۔

$a=1,\ b=3k-7,\ c=5k$

مجموعہ $=\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(3k-7)}{1}$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{5k}{1} = 5k$

بشرط سوال

$\alpha+\beta = \frac{3}{2}(\alpha\beta)$

$-(3k-7) = \frac{3}{2}(5k)$

$-2(3k-7) = 3(5k)$

$-6k+14 = 15k$

$14 = 15k+6k = 21k$

$k = \frac{14}{21} = 2/3 \qquad \boxed{k = \frac{2}{3}}$

Q#3

K کی قیمت معلوم کریں

(i) مساوات $4kx^2+3kx-8=0$ کے روٹس کے مربعوں کا مجموعہ 2 ہو۔

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

$a=4k$

$b=3k$

$c=-8$

مجموعہ $=\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3k}{4k} = -\frac{3}{4}$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-8}{4k} = \frac{-2}{k}$

بشرط سوال

$\alpha^2+\beta^2 = 2$

$\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta = 2$

$(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta = 2$

$(-\frac{3}{4})^2-2(-\frac{2}{k}) = 2$

$\frac{9}{16}+\frac{4}{k} = 2$

16K سے ضرب دینے سے

$\frac{9}{16}\times 16k + \frac{4}{k}\times 16k = 2\times 16k$

$9k+64 = 32k$

$64 = 32k-9k = 23k$

$k = \frac{64}{23}$

(ii) مساوات $x^2-2kx+(2k+1)$ کے روٹس کے مربعوں کا مجموعہ 6 ہو۔

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں $a=1,\ b=-2k,\ c=2k+1$

مجموعہ $=\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2k)}{1} = 2k$

حاصل ضرب $=\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2k+1}{1} = 2k+1$

بشرط سوال

$\alpha^2+\beta^2 = 6$

$\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta = 6$

$(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta = 6$

$(2k)^2-2(2k+1) = 6$

$4k^2-4k-2-6=0$

$4k^2-4k-8=0$

4 پر تقسیم کرنے سے

$k^2-k-2=0$

$k^2-2k+k-2=0$

$k(k-2)+1(k-2)=0$

$(k-2)(k+1)=0$

$k-2=0$ or $k+1=0$

$k=2 \qquad k=-1$

$k = 2, -1$

Q#4 (i) مساوات $x^2 - x + p^2 = 0$ کے روٹس میں 1 کا فرق ہو تو p کی قیمت معلوم کریں۔

فرض کیا α اور $\alpha - 1$ مساوات کے روٹس ہیں۔

$a = 1, b = -1, c = p^2$

مجموعہ $= \alpha + \alpha - 1 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{1} = 1$

$2\alpha - 1 = 1$

$2\alpha = 1 + 1 = 2$

$2\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$

حاصل ضرب $= (\alpha)(\alpha - 1) = \frac{c}{a} = \frac{p^2}{1} = p^2$

$\alpha^2 - \alpha = p^2$

$(1)^2 - 1 = p^2$

$1 - 1 = p^2$

$0 = p^2$

$p = 0$

(ii) مساوات $x^2 + 3x + p - 2 = 0$ کے روٹس میں 2 کا فرق ہو

فرض کیا α اور $\alpha - 2$ مساوات کے روٹس ہیں۔

$a = 1$, $b = 3$, $c = p - 2$

مجموعہ $= \alpha + \alpha - 2 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1}$

$2\alpha - 2 = -3$

$2\alpha = -3 + 2$

$2\alpha = -1 \Rightarrow \boxed{\alpha = -\frac{1}{2}}$

حاصل ضرب $= (\alpha)(\alpha - 2) = \frac{c}{a} = \frac{p-2}{1}$

$(-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2} - \frac{2}{1}) = p - 2$

$-\frac{1}{2}(\frac{-1-4}{2}) = p - 2$

$-\frac{1}{2}(-\frac{5}{2}) = p - 2$

$\frac{5}{4} = p - 2 \Rightarrow 5 = 4p - 8$

$4p = 5 + 8 = 13 \Rightarrow p = 13/4$

Q#5 (i) مساوات $x^2 - 7x + 3m - 5 = 0$ کے روٹس $3\alpha + 2\beta = 4$ کو ثابت کریں m کی قیمت معلوم کریں

فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں۔

$a = 1$, $b = -7$, $c = 3m - 5$

مجموعہ $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{1} = 7$

$\alpha + \beta = 7 \longrightarrow (i)$

حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3m-5}{1} = 3m - 5$

$\alpha\beta = 3m - 5 \longrightarrow (ii)$

مساوات نمبر (i) سے

$\alpha = 7 - \beta \longrightarrow (iii)$

دی گئی مساوات

$3\alpha + 2\beta = 4$

α کی قیمت درج کرنے سے

$3(7 - \beta) + 2\beta = 4$

$21 - 3\beta + 2\beta = 4$

$21 - \beta = 4 \Rightarrow -\beta = 4 - 21$

$-\beta = -17 \Rightarrow \boxed{\beta = 17}$

β کی قیمت مساوات (iii) میں درج کرنے سے

$\alpha = 7 - \beta = 7 - 17 \Rightarrow \boxed{\alpha = -10}$

α, β کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$\alpha\beta = 3m - 5$

$(-10)(17) = 3m - 5$

$-170 = 3m - 5$

$-170 + 5 = 3m$

$3m = -165$

$m = \frac{-165}{3} = -55$

$\boxed{m = -55}$

Second Method

مجموعہ $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{1} = 7$

$\alpha + \beta = 7 \longrightarrow (i)$

حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{c}{a} = \frac{3m-5}{1} = 3m - 5$

$\alpha\beta = 3m - 5 \longrightarrow (ii)$

دی گئی مساوات

$3\alpha + 2\beta = 4 \longrightarrow (iii)$

مساوات نمبر (i) کو 2 سے ضرب دی

$\pm 2\alpha \pm 2\beta = \pm 14$

تفریق کرنے سے

$\alpha = -10$

α کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$\alpha + \beta = 7$

$-10 + \beta = 7$

$\beta = 7 + 10 = 17 \Rightarrow \boxed{\beta = 17}$

α, β کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$\alpha\beta = 3m - 5$

$(-10)(17) = 3m - 5$

$-170 = 3m - 5$

$-170 + 5 = 3m \Rightarrow 3m = -165$

$m = -165/3 = -55 \Rightarrow \boxed{m = -55}$

(ii) مساوات $x^2 + 7x + 3m - 5 = 0$ کے روٹس دیے گئے تعلق $3\alpha - 2\beta = 4$ کو ثابت کریں۔

$a = 1$, $b = 7$, $c = 3m - 5$

مجموعہ $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-7}{1} = -7$

$\alpha + \beta = -7 \longrightarrow (i)$

حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3m-5}{1}$

$\alpha\beta = 3m - 5 \longrightarrow (ii)$

دی گئی مساوات

$3\alpha - 2\beta = 4$

مساوات (i) کو 2 سے ضرب دی

$2\alpha + 2\beta = -14$

جمع کرنے سے

$5\alpha = -10$

$\alpha = -10/5 = -2$ $\boxed{\alpha = -2}$

α کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$\alpha + \beta = -7$

$-2 + \beta = -7$

$\beta = -7 + 2 = -5 \Rightarrow \boxed{\beta = -5}$

α اور β کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$\alpha\beta = 3m - 5$

$(-2)(-5) = 3m - 5$

$10 = 3m - 5$

$3m = 10 + 5 = 15$

$m = 15/3 = 5 \Rightarrow \boxed{m = 5}$

(iii) مساوات $3x^2 - 2x + 7m + 2 = 0$ کے روٹس دیے گئے تعلق $7\alpha - 3\beta = 18$ کو ثابت کریں۔

$a = 3$, $b = -2$, $c = 7m + 2$

مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-2)}{3} = \frac{2}{3}$

$\alpha + \beta = \frac{2}{3}$

$3\alpha + 3\beta = 2 \longrightarrow (i)$

حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{7m+2}{3}$

$3\alpha\beta = 7m + 2 \longrightarrow (ii)$

$$7\alpha - 3\beta = 18$$
$$3\alpha + 3\beta = 2$$
$$10\alpha = 20$$

دی گئی مساوات
مساوات (i) سے
جمع کرنے سے

$\alpha = \frac{20}{10} = 2$ $\boxed{\alpha = 2}$

α کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$3\alpha + 3\beta = 2$

$3(2) + 3\beta = 2$

$6 + 3\beta = 2$

$3\beta = 2 - 6 = -4 \Rightarrow \boxed{\beta = -\frac{4}{3}}$

α اور β کی قیمتیں مساوات (iii) میں درج کرنے سے

$3\alpha\beta = 7m + 2$

$3(2)(-\frac{4}{3}) = 7m + 2$

$-8 = 7m + 2$

$-8 - 2 = 7m$

$7m = -10 \Rightarrow \boxed{m = \frac{-10}{7}}$

Q#6

m کی قیمت معلوم کریں۔ اگر روٹس کا مجموعہ اور حاصل ضرب دونوں اوپر دیے گئے عدد λ کے برابر ہوں۔

(i) $(2m+3)x^2 + (7m-5)x + (3m-10) = 0$

$a = 2m+3$, $b = 7m-5$, $c = 3m-10$

مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$\alpha + \beta = \frac{-(7m-5)}{2m+3}$

حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3m-10}{2m+3}$

دی گئی شرط کے مطابق

$\alpha + \beta = \lambda \rightarrow$ (i), $\alpha\beta = \lambda \rightarrow$ (ii)

مساوات (i) اور (ii) سے

$\alpha + \beta = \alpha\beta$

$\frac{-(7m-5)}{2m+3} = \frac{3m-10}{2m+3}$

2m+3 سے ضرب دینے سے

$-(7m-5) = 3m - 10$

$-7m + 5 = 3m - 10$

$-7m - 3m = -10 - 5$

$-10m = -15$

$10m = 15 \Rightarrow m = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

(ii) $4x^2 - (3+5m)x - (9m-17) = 0$

$a = 4$, $b = -(3+5m)$, $c = -(9m-17)$

مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-)(3+5m)}{4}$

$\alpha + \beta = \frac{3+5m}{4}$

حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-(9m-17)}{4}$

$\alpha\beta = \frac{9m-17}{4}$

بشرط سوال

$\alpha + \beta = \lambda \rightarrow$ (i) $\alpha\beta = \lambda \rightarrow$ (ii)

(i) اور (ii) سے

$\alpha + \beta = \alpha\beta$

$\frac{3+5m}{4} = \frac{-(9m-17)}{4}$

4 سے ضرب دینے سے

$3 + 5m = -9m + 17$

$5m + 9m = 17 - 3$

$14m = 14$

$m = \frac{14}{14}$ $\boxed{m = 1}$

Exercise 2.4

Q#1

اگر α، β مساوات $x^2 + px + q = 0$ کے روٹس ہوں تو قیمت معلوم کریں۔۔۔۔

$a = 1$, $b = p$, $c = q$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{p}{1} = -p$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{q}{1} = q$

(i) $\alpha^2 + \beta^2 = ?$

$\alpha^2 + \beta^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\beta$

$= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (-p)^2 - 2(q)$

$= p^2 - 2q$

(ii) $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 = ?$

$\alpha^3\beta + \alpha\beta^3 = \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)$

$= \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\beta)$

$= \alpha\beta[(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta]$

$= q[(-p)^2 - 2(q)]$

$= q(p^2 - 2q)$

(iii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$

$= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(-p)^2 - 2(q)}{q}$

$= \frac{p^2 - 2q}{q}$

Q#2

اگر α، β مساوات $4x^2 - 5x + 6 = 0$ کے روٹس ہوں تو قیمت معلوم کریں۔

$a = 4$, $b = -5$, $c = 6$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-5)}{4} = \frac{5}{4}$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

(i) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

$= \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta}$

$= \frac{5/4}{3/2}$

$= \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$

$= \frac{5}{6}$

(ii) $\alpha^2\beta^2$

$= (\alpha\beta)^2$

$= (\frac{3}{2})^2$

$= \frac{9}{4}$

(iii) $\frac{1}{\alpha^2\beta} + \frac{1}{\alpha\beta^2}$

$= \frac{\beta + \alpha}{\alpha^2\beta^2} = \frac{\alpha+\beta}{(\alpha\beta)^2}$

$= \frac{5/4}{(3/2)^2} = \frac{5/4}{9/4}$

$= \frac{5}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

(iv) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$

$= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\beta - \alpha\beta)}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)[(\alpha+\beta)^2 - 3\alpha\beta]}{\alpha\beta}$

$= \frac{5/4[(\frac{5}{4})^2 - 3(\frac{3}{2})]}{3/2} = \frac{\frac{5}{4}(\frac{25}{16} - \frac{9}{2})}{3/2}$

$= \frac{5/4(\frac{25-72}{16})}{3/2} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}(\frac{-47}{16}) = -\frac{235}{96}$

www.pakcity.org

(8)

Q#2 اگر α, β مساوات $x^2-3x+6=0$ کے روٹس ہوں تو دیے گئے روٹس سے مساواتیں بنائیں۔

$\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3$ $a=1$, $b=-3$, $c=6$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{6}{1} = 6$

(a) $2\alpha+1,\ 2\beta+1$

مجموعہ $= S = 2\alpha+1+2\beta+1$

$S = 2\alpha+2\beta+2$

$= 2(\alpha+\beta)+2$

$= 2(3)+2$

$= 6+2$

$= 8 \Rightarrow \boxed{S=8}$

حاصل ضرب $= P = (2\alpha+1)(2\beta+1)$

$P = 4\alpha\beta+2\alpha+2\beta+1$

$= 4\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+1$

$= 4(6)+2(3)+1 = 24+6+1 = 31 \Rightarrow \boxed{P=31}$

پس مطلوبہ دو درجی مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-8x+31=0$

(b) α^2, β^2

مجموعہ $= S = \alpha^2+\beta^2 = \alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta$

$S = (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$= (3)^2-2(6) = 9-12 = -3 \Rightarrow \boxed{S=-3}$

حاصل ضرب $= P = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2$

$P = (6)^2 = 36 \Rightarrow \boxed{P=36}$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-(-3)x+36=0$

$x^2+3x+36=0$

(c) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

مجموعہ $= S = \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

$S = \frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

حاصل ضرب $= P = (\frac{1}{\alpha})(\frac{1}{\beta})$

$P = \frac{1}{\alpha\beta}$

$= \frac{1}{6}$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0$

6 سے ضرب دینے سے

$6x^2-3x+1=0$

(d) $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$

مجموعہ $= S = \frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$

$S = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(3)^2-2(6)}{6} = \frac{9-12}{6}$

$= -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

حاصل ضرب $= P = (\frac{\alpha}{\beta})(\frac{\beta}{\alpha})$

$P = 1$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-(-\frac{1}{2})x+1=0$

$x^2+\frac{1}{2}x+1=0$

$2x^2+x+2=0$

Q#3 اگر α, β مساوات $lx^2+mx+n=0$ کے روٹس ہوں تو قیمت معلوم کریں۔

$\because \alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-m}{l}$ $a=l$, $b=m$, $c=n$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{n}{l}$

(i) $\alpha^3\beta^2+\alpha^2\beta^3$

$= \alpha^2\beta^2(\alpha+\beta)$

$= (\alpha\beta)^2(\alpha+\beta)$

$= (\frac{n}{l})^2(-\frac{m}{l})$

$= (\frac{n^2}{l^2})(-\frac{m}{l})$

$= -\frac{mn^2}{l^3}$

(ii) $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$

$= \frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$

$= \frac{(-\frac{m}{l})^2-2(\frac{n}{l})}{(\frac{n}{l})^2}$

$= \frac{\frac{m^2}{l^2}-\frac{2n}{l}}{\frac{n^2}{l^2}} = \frac{\frac{m^2-2nl}{l^2}}{\frac{n^2}{l^2}}$

$= \frac{m^2-2nl}{l^2} \times \frac{l^2}{n^2}$

$= \frac{m^2-2nl}{n^2}$

Exercise 2.5

Q#1 دو درجی مساواتیں لکھیں

(a) 1, 5

روٹس کا مجموعہ $= S = 1+5 = 6$

حاصل ضرب $= P = (1)(5) = 5$

مطلوبہ دو درجی مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-6x+5=0$

(b) 4, 9

روٹس کا مجموعہ $= S = 4+9 = 13$

حاصل ضرب $= P = (4)(9) = 36$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-13x+36=0$

(c) −2, 3

روٹس کا مجموعہ $= S = -2+3 = 1$

حاصل ضرب $= P = (-2)(3) = -6$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-x-6=0$

(d) 0, −3

روٹس کا مجموعہ $= S = 0-3 = -3$

حاصل ضرب $= P = (0)(-3) = 0$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-(-3)x+0=0$

$x^2+3x=0$

(e) 2, −6

روٹس کا مجموعہ $= S = 2-6 = -4$

حاصل ضرب $= P = (2)(-6) = -12$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-(-4)x-12=0$

$x^2+4x-12=0$

(f) −1, −7

روٹس کا مجموعہ $= S = -1-7 = -8$

حاصل ضرب $= P = (-1)(-7) = 7$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-(-8)x+7=0$

$x^2+8x+7=0$

(g) $1+i,\ 1-i$

روٹس کا مجموعہ $= S = 1+i+1-i = 2$

حاصل ضرب $= P = (1+i)(1-i)$

$= 1-i^2 = 1-(-1) = 1+1 = 2$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-2x+2=0$

(h) $3+\sqrt{2},\ 3-\sqrt{2}$

روٹس کا مجموعہ $= S = 3+\sqrt{2}+3-\sqrt{2} = 6$

حاصل ضرب $= P = (3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$

$P = (3)^2-(\sqrt{2})^2 = 9-2 = 7$

مطلوبہ مساوات

$x^2-Sx+P=0$

$x^2-6x+7=0$

(e) $\alpha+\beta,\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$

مجموعہ $= S = \alpha+\beta+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = \alpha+\beta+\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}$

$S = 3+\frac{3}{6} = \frac{18+3}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

حاصل ضرب $= P = (\alpha+\beta)(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta})$

$P = (\alpha+\beta)(\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}) = (3)(\frac{3}{6}) = \frac{3}{2}$

مطلوبہ مساوات

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$

$2x^2 - 7x + 3 = 0$

Q#3

اگر α,β مساوات $x^2+px+q=0$ کے روٹس ہوں تو ثنائی مساواتیں بنائیں۔

$\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{p}{1} = -p$ $a=1,\ b=p,\ c=q$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{q}{1} = q$

(a) α^2, β^2

مجموعہ $= S = \alpha^2+\beta^2$

$S = \alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta$

$= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (-p)^2 - 2(q)$

$= p^2 - 2q$

حاصل ضرب $= P = (\alpha^2)(\beta^2)$

$P = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2$

$= (q)^2 = q^2$

مطلوبہ مساوات

$x^2 - Sx + P = 0$

$x - (p^2-2q)x + q^2 = 0$

(b) $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$

مجموعہ $= S = \frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$

$S = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{(-p)^2-2(q)}{q}$

$= \frac{p^2-2q}{q}$

حاصل ضرب $= P = (\frac{\alpha}{\beta})(\frac{\beta}{\alpha})$

$P = 1$

مطلوبہ مساوات

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - \frac{p^2-2q}{q}x + 1 = 0$

$qx^2 - (p^2-2q)x + q = 0$

Exercise 2.6

Q#1

ترکیبی تقسیم سے حاصل قسمت اور باقی معلوم کریں۔

(i) $(x^2+7x-1) \div (x+1)$

یہاں تقسیم کنندہ $x-\alpha$ میں

$x-\alpha = x+1$

$\alpha = -1$

عددی سروں کو ایک قطار میں لکھتے ہیں

	1	7	−1
−1	↓	−1	−6
	1	6	−7

حاصل قسمت $= Q(x) = x+6$

باقی $= R = -7$

(ii) $(4x^3 - 5x + 15) \div (x+3)$

یہاں $x-\alpha = x+3$

$\alpha = -3$

عددی سروں کو قطار میں لکھتے ہیں

(x^2 موجود نہیں اس کا عددی سر صفر لکھیں گے)

	4	0	−5	15
−3	↓	−12	36	−93
	4	−12	31	−78

حاصل قسمت $= Q(x) = x^2 - 12x + 31$

باقی $= R = -78$

(iii) $(x^3+x^2-3x+2) \div (x-2)$

یہاں $x-a = x-2$

$a = 2$

عددی سروں کو قطار میں لکھتے ہیں

	1	1	−3	2
2	↓	2	6	6
	1	3	3	8

حاصل قسمت $= Q(x) = x^2+3x+3$

باقی $= R = 8$

Q#2

ترکیبی تقسیم کے استعمال سے h کی قیمت معلوم کریں۔ اگر

(i) $2x^3-3hx^2+9$ عدد '3' کثیر رقمی کا زیرو ہو۔

	2	−3h	0	9
3	↓	6	18−9h	54−27h
	2	6−3h	18−9h	63−27h

باقی $= R = 63-27h$

چونکہ '3' کثیر رقمی کا زیرو ہے لہذا باقی صفر ہوگا

$63-27h = 0$

$63 = 27h \Rightarrow h = \frac{63}{27} = \frac{7}{3} \Rightarrow h = \frac{7}{3}$

(ii) x^3-2hx^2+11 کا زیرو ہے عدد '1' کثیر رقمی

	1	−2h	0	11
1	↓	1	1−2h	1−2h
	1	1−2h	1−2h	12−2h

باقی $= R = 12-2h$

چونکہ '1' کثیر رقمی کا زیرو ہے لہذا $R = 0$

$12-2h = 0$

$12 = 2h \Rightarrow h = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow h = 6$

(iii) $2x^3+5hx-23$ کا زیرو ہے عدد '−1' کثیر رقمی

	2	0	5h	−23
−1	↓	−2	2	−5h−2
	2	−2	5h+2	−25−5h

باقی $= R = -25-5h$

چونکہ '−1' کثیر رقمی کا زیرو ہے لہذا $R = 0$

$-25-5h = 0$

$-25 = 5h \Rightarrow h = \frac{-25}{5} = -5 \Rightarrow h = -5$

Q#3

l اور m کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $x^3+4x^2+2lx+m$ کے اجزائے ضربی $(x-2)$ اور $(x+3)$ کثیر رقمی ہوں۔

چونکہ $(x-2)$ اور $(x+3)$ کثیر رقمی کے اجزائے ضربی ہیں لہذا '2' اور '−3' کثیر رقمی کے زیرو ہیں۔

	1	4	2l	m
−3	↓	−3	−3	−6l+9
	1	1	2l−3	m−6l+9

pakcity.org Please visit for more data at: www.pakcity.org

$R = 0$ چونکہ -3 کثیر رقمی کا زیرو ہے لہٰذا

$m - 6l + 9 = 0$

$m - 6l = -9 \longrightarrow$ (i)

2	1	4	$2l$	m
	↓	2	12	$4l+24$
	1	6	$2l+12$	$m+4l+24$

$R = 0$ چونکہ 2 کثیر رقمی کا زیرو ہے لہٰذا

$m + 4l + 24 = 0$

$m + 4l = -24 \longrightarrow$ (ii)

مساوات (i) اور (ii) کو تفریق کرنے سے

$m + 4l = -24$

$\underline{\mp m \pm 6l = \pm 9}$

$10l = -15$

$l = -\frac{15}{10} = \frac{-3}{2} \Rightarrow \boxed{l = -\frac{3}{2}}$

مساوات (i) میں l کی قیمت درج کرنے سے

$m - 6l = -9$

$m - 6\left(-\frac{3}{2}\right) = -9$

$m + 9 = -9$

$m = -9 - 9 = -18 \Rightarrow \boxed{m = -18}$

(ii) $x^3 - 3lx^2 + 2mx + 6$ کے $(x+1)$ اور $(x-1)$ کثیر رقمی اجزائے ضربی ہوں۔

حل: چونکہ $(x-1)$ اور $(x+1)$ کثیر رقمی کے اجزائے ضربی ہیں لہٰذا '1' اور '-1' کثیر رقمی کے زیرو ہیں۔

1	1	$-3l$	$2m$	6
	↓	1	$-3l+1$	$2m-3l+1$
	1	$-3l+1$	$2m-3l+1$	$2m-3l+7$

$R = 0$ چونکہ '1' کثیر رقمی کا زیرو ہے لہٰذا

$2m - 3l + 7 = 0$

$2m - 3l = -7 \longrightarrow$ (i)

-1	1	$-3l$	$2m$	6
	↓	-1	$3l+1$	$-2m-3l-1$
	1	$-3l-1$	$2m+3l+1$	$-2m-3l+5$

$R = 0$ چونکہ '-1' کثیر رقمی کا زیرو ہے لہٰذا

$-2m - 3l + 5 = 0$

$-2m - 3l = -5 \longrightarrow$ (ii)

مساوات (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$2m - 3l = -7$

$\underline{-2m - 3l = -5}$

$-6l = -12$

$l = \frac{-12}{-6} = 2 \Rightarrow \boxed{l = 2}$

l کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$2m - 3l = -7$

$2m - 3(2) = -7$

$2m - 6 = -7$

$2m = -7 + 6 = -1$

$m = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{m = -\frac{1}{2}}$

(10) **Q#4** بذریعہ ترکیبی تقسیم حل کیجئے

(i) عدد '2' مساوات $x^3 - 28x + 48 = 0$ کا روٹ ہو

چونکہ '2' دی گئی مساوات کا روٹ ہے لہٰذا

2	1	0	-28	48
	↓	2	4	-48
	1	2	-24	0

لہٰذا کم درجے والی مساوات ہے

$x^2 + 2x - 24 = 0$

$x^2 + 6x - 4x - 24 = 0$

$x(x+6) - 4(x+6) = 0$

$(x+6)(x-4) = 0$

$x + 6 = 0$ or $x - 4 = 0$

$x = -6$ $\quad x = 4$

پس 2، 4، -6 دی گئی مساوات کے روٹس ہیں۔

(ii) عدد '3' مساوات $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = 0$ کا روٹ ہو

3	2	-3	-11	6
	↓	6	9	-6
	2	3	-2	0

لہٰذا کم درجے والی مساوات ہے

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

$2x^2 + 4x - x - 2 = 0$

$2x(x+2) - 1(x+2) = 0$

$(x+2)(2x-1) = 0$

$x + 2 = 0$ or $2x - 1 = 0$

$x = -2$ $\quad 2x = 1$

$x = 1/2$

پس 3، -2 اور 1/2 دی گئی مساوات کے روٹس ہیں۔

(iii) عدد '-1' مساوات $4x^3 - x^2 - 11x - 6 = 0$ کا روٹ ہو

-1	4	-1	-11	-6
	↓	-4	5	6
	4	-5	-6	0

لہٰذا کم درجے والی مساوات ہے

$4x^2 - 5x - 6 = 0$

$4x^2 - 8x + 3x - 6 = 0$

$4x(x-2) + 3(x-2) = 0$

$(x-2)(4x+3) = 0$

$x - 2 = 0$ or $4x + 3 = 0$

$x = 2$ $\quad 4x = -3$

$x = -3/4$

پس -1، 2 اور -3/4 دی گئی مساوات کے روٹس ہیں۔

Q#5 '1' اور '3' مساوات $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ کے روٹس ہوں

(i)

1	1	0	-10	0	9
	↓	1	1	-9	-9
	1	1	-9	-9	0
3	↓	3	12	9	
	1	4	3	0	

اس لیے کم درجے والی مساوات ہے

$x^2 + 4x + 3 = 0$

$x^2 + 3x + x + 3 = 0$

$x(x+3) + 1(x+3) = 0$

$(x+3)(x+1) = 0$

$x + 3 = 0$ or $x + 1 = 0$

$x = -3$ $\quad x = -1$

پس 1، 3، -3، -1 دی گئی مساوات کے روٹس ہیں۔

www.pakcity.org

(iii) 3 اور 4- مساوات $x^4+2x^3-13x^2-14x+24=0$ کے روٹس ہوں

3	1	2	-13	-14	24
	↓	3	15	6	-24
	1	5	2	-8	0
-4	↓	-4	-4	8	
	1	1	-2	0	

اس لیے کم درجہ والی مساوات ہے

$x^2+x-2=0$

$x^2+2x-x-2=0$

$x(x+2)-1(x+2)=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x+2=0$ or $x-1=0$

$x=-2$ $x=1$

لہٰذا 3، 4-، 1، 2- دی گئی مساوات کے روٹس ہیں

Exercise 2.7

Q#1 $x+y=5 \longrightarrow (i)$; $x^2-2y-14=0 \longrightarrow (ii)$

مساوات (i) سے

$y=5-x \longrightarrow (iii)$

y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$x^2-2y-14=0$

$x^2-2(5-x)-14=0$

$x^2-10+2x-14=0$

$x^2+2x-24=0$

$x^2+6x-4x-24=0$

$x(x+6)-4(x+6)=0$

$(x+6)(x-4)=0$

$x+6=0$ or $x-4=0$

$x=-6$ $x=4$

جب $x=-6$ ہو تو مساوات (iii)

$y=5-x$

$y=5-(-6)$

$=5+6$

$=11$

$(-6,11)$

جب $x=4$ ہو تو

$y=5-x$

$y=5-4$

$=1$

$(4,1)$

S.set $=\{(-6,11),(4,1)\}$

Q#2 $3x-2y=1 \longrightarrow (i)$; $x^2+xy-y^2=1 \longrightarrow (ii)$

مساوات (i) سے

$3x=1+2y$

$x=\frac{1+2y}{3} \longrightarrow (iii)$

مساوات (ii) میں x کی قیمت درج کرنے سے

$x^2+xy-y^2=1$

$\left(\frac{1+2y}{3}\right)^2+\left(\frac{1+2y}{3}\right)y-y^2=1$

$\frac{1+4y^2+4y}{9}+\frac{y+2y^2}{3}-y^2=1$

9 سے ضرب دینے سے

$9\left(\frac{1+4y^2+4y}{9}\right)+9\left(\frac{y+2y^2}{3}\right)-9y^2=9$

$1+4y^2+4y+3y+6y^2-9y^2=9$

$4y^2+6y^2-9y^2+4y+3y+1-9=0$

$y^2+7y-8=0$

$y^2+8y-y-8=0$

$y(y+8)-1(y+8)=0$

$(y+8)(y-1)=0$

$y+8=0$ or $y-1=0$

$y=-8$ $y=1$

جب $y=-8$ ہو تو مساوات (iii) سے

$x=\frac{1+2y}{3}$

$x=\frac{1+2(-8)}{3}$

$=\frac{1-16}{3}$

$=-15/3$

$=-5$

$(-5,-8)$

جب $y=1$ ہو تو

$x=\frac{1+2y}{3}$

$=\frac{1+2(1)}{3}$

$=\frac{1+2}{3}$

$=3/3$

$=1$

$(1,1)$

S.set $=\{(-5,-8),(1,1)\}$

Q#3 $x-y=7 \longrightarrow (i)$ $\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=2 \longrightarrow (ii)$

مساوات (i) سے

$x=7+y \longrightarrow (iii)$

مساوات (ii) سے

$\frac{2}{x}-\frac{5}{y}=2$

$\frac{2y-5x}{xy}=2$

$2y-5x=2xy \Rightarrow 2y-5x-2xy=0$

x کی قیمت درج کرنے سے

$2y-5(7+y)-2(7+y)y=0$

$2y-35-5y-14y-2y^2=0$

$-2y^2+2y-5y-14y-35=0$

$-2y^2-17y-35=0$

$2y^2+17y+35=0$

$2y^2+10y+7y+35=0$

$2y(y+5)+7(y+5)=0$

$(y+5)(2y+7)=0$

$y+5=0$ or $2y+7=0$

$y=-5$ $2y=-7$

$y=-7/2$

جب $y=-5$ ہو تو مساوات (iii)

$x=7+y$

$x=7-5$

$=2$

$(2,-5)$

جب $y=-7/2$ ہو تو

$x=7+y$

$=7-\frac{7}{2}$

$=\frac{14-7}{2}=\frac{7}{2}$

$(7/2,-7/2)$

S.set $=\{(2,-5),(\frac{7}{2},-\frac{7}{2})\}$

Q#4 $x+y=a-b \longrightarrow (i)$ $\frac{a}{x}-\frac{b}{y}=2 \longrightarrow (ii)$

مساوات (i) سے

$y=a-b-x \longrightarrow (iii)$

مساوات (ii) سے

$\frac{ay-bx}{xy}=2$

$ay-bx=2xy$

$ay-bx-2xy=0$

y کی قیمت درج کرنے سے

$a(a-b-x)-bx-2x(a-b-x)=0$

$a^2-ab-ax-bx-2ax+2bx+2x^2=0$

$2x^2-ax-2ax-bx+2bx+a^2-ab=0$

$2x^2-3ax+bx+a^2-ab=0$

$2x^2 - (3a-b)x + (a^2-ab) = 0$

$a' = 2,\ b' = -(3a-b),\ c' = a^2-ab$ کلیہ استعمال کرنے سے

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4a'c'}}{2a}$$

$$= \frac{-(-)(3a-b) \pm \sqrt{[-(3a-b)]^2 - 4(2)(a^2-ab)}}{2(2)}$$

$$= \frac{3a-b \pm \sqrt{9a^2+b^2-6ab-8a^2+8ab}}{4}$$

$$= \frac{3a-b \pm \sqrt{a^2+b^2+2ab}}{4} = \frac{3a-b \pm \sqrt{(a+b)^2}}{4}$$

$$= \frac{3a-b \pm (a+b)}{4}$$

$x = \frac{3a-b+a+b}{4}$; $x = \frac{3a-b-a-b}{4}$

$= \frac{4a}{4} = a$; $= \frac{2a-2b}{4} = \frac{2(a-b)}{4} = \frac{a-b}{2}$

جب $x = a$ ہو تو مساوات (iii) سے

$y = a-b-x$

$= a-b-a$

$= -b$

$(a, -b)$

جب $x = \frac{a-b}{2}$ ہو تو

$y = a-b-x$

$y = a-b-\frac{a-b}{2}$

$= \frac{2a-2b-a+b}{2}$

$= \frac{a-b}{2}$

S.Set $= \{(a,-b), (\frac{a-b}{2}, \frac{a-b}{2})\}$

Q#5

$x^2+(y-1)^2 = 10$ (i) ; $x^2+y^2+4x = 1$ (ii)

مساوات (i) سے

$x^2+y^2+1-2y = 10$

$x^2+y^2-2y = 10-1$

$x^2+y^2-2y = 9 \longrightarrow$ (iii)

مساوات (ii) اور (iii) کو تفریق کرنے سے

$x^2+y^2-2y = 9$

$\pm x^2 \pm y^2 \pm 4x = \pm 1$

$-2y-4x = 8$

$y+2x = -4$ (−2 پر تقسیم کرنے سے)

$y = -2x-4 \longrightarrow$ (iv)

y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$x^2+y^2+4x = 1$

$x^2+(-2x-4)^2+4x = 1$

$x^2+4x^2+16+16x+4x-1 = 0$

$5x^2+20x+15 = 0$

$x^2+4x+3 = 0$ (5 پر تقسیم کرنے سے)

$x^2+3x+x+3 = 0$

$x(x+3)+1(x+3) = 0$

$(x+3)(x+1) = 0$

$x+3 = 0$ or $x+1 = 0$

$x = -3$, $x = -1$

جب $x = -3$ ہو تو مساوات (iv) سے

$y = -2x-4$

$= -2(-3)-4$

$= 6-4$

$= 2$

$(-3, 2)$

جب $x = -1$ ہو تو

$y = -2x-4$

$= -2(-1)-4$

$= 2-4$

$= -2$

$(-1, -2)$

S.Set $= \{(-3,2), (-1,-2)\}$

Q#6

$(x+1)^2+(y+1)^2 = 5$; $(x+2)^2+y^2 = 5$

$x^2+1+2x+y^2+1+2y = 5$; $x^2+4+4x+y^2 = 5$

$x^2+y^2+2x+2y = 5-1-1$; $x^2+y^2+4x = 5-4$

$x^2+y^2+2x+2y = 3 \longrightarrow$ (i) ; $x^2+y^2+4x = 1 \longrightarrow$ (ii)

مساوات (i) اور (ii) کو تفریق کرنے سے

$x^2+y^2+2x+2y = 3$

$\pm x^2 \pm y^2 \pm 4x = \pm 1$

$-2x+2y = 2$

$-x+y = 1$

$y = 1+x \longrightarrow$ (iii)

y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$x^2+y^2+4x = 1$

$x^2+(1+x)^2+4x = 1$

$x^2+1+x^2+2x+4x = 1$

$2x^2+6x = 1-1$

$2x^2+6x = 0$

$2x(x+3) = 0$

$2x = 0$ or $x+3 = 0$

$x = 0$, $x = -3$

جب $x = 0$ ہو تو مساوات (iii) سے

$y = 1+x$

$y = 1+0$

$= 1$

$(0, 1)$

جب $x = -3$ ہو تو

$y = 1+x$

$= 1-3$

$= -2$

$(-3, -2)$

S.Set $= \{(0,1), (-3,-2)\}$

Q#7

$x^2+2y^2 = 22$ (i) ; $5x^2+y^2 = 29 \longrightarrow$ (ii)

مساوات (ii) کو 2 سے ضرب دینے سے

$10x^2+2y^2 = 58$

$\pm x^2 \pm 2y^2 = \pm 22$

مساوات (i) کو تفریق کرنے سے

$9x^2 = 36$

$x^2 = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

جب $x = 2$ ہو تو مساوات (i) سے

$x^2+2y^2 = 22$

$(2)^2+2y^2 = 22$

$4+2y^2 = 22$

$2y^2 = 22-4$

$2y^2 = 18$

جب $x = -2$ ہو تو

$x^2+2y^2 = 22$

$(-2)^2+2y^2 = 22$

$4+2y^2 = 22$

$2y^2 = 22-4$

$2y^2 = 18$

$y^2 = \frac{18}{2}$

$y^2 = 9$

$y = \pm 3$

$(2,3), (2,-3)$

$y^2 = \frac{18}{2}$

$y^2 = 9$

$y = \pm 3$

$(-2,3), (-2,-3)$

S.Set $= \{(2,3), (2,-3), (-2,3), (-2,-3)\}$

$= \{\pm 2, \pm 3\}$

Q#8

$4x^2 - 5y^2 = 6 \rightarrow (i)$; $3x^2 + y^2 = 14 \rightarrow (ii)$

مساوات (ii) کو 5 سے ضرب دینے سے

$15x^2 + 5y^2 = 70$

مساوات (i) کو جمع کرنے سے

$4x^2 - 5y^2 = 6$

$19x^2 = 76$

$x^2 = \frac{76}{19} = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

جب $x=2$ ہو تو مساوات (ii) سے

$3x^2 + y^2 = 14$

$3(2)^2 + y^2 = 14$

$3(4) + y^2 = 14$

$12 + y^2 = 14$

$y^2 = 14 - 12$

$y^2 = 2$

$y = \pm\sqrt{2}$

$(2,\sqrt{2}), (2,-\sqrt{2})$

جب $x=-2$ ہو تو

$3x^2 + y^2 = 14$

$3(-2)^2 + y^2 = 14$

$3(4) + y^2 = 14$

$12 + y^2 = 14$

$y^2 = 14 - 12$

$y^2 = 2$

$y = \pm\sqrt{2}$

$(-2,\sqrt{2}), (-2,-\sqrt{2})$

S.Set $= \{(2,\sqrt{2}), (2,-\sqrt{2}), (-2,\sqrt{2}), (-2,-\sqrt{2})\}$

$= \{\pm 2, \pm\sqrt{2}\}$

Q#9

$7x^2 - 3y^2 = 4 \rightarrow (i)$; $2x^2 + 5y^2 = 7 \rightarrow (ii)$

مساوات (i) کو 5 سے اور (ii) کو 3 سے ضرب دینے سے

$35x^2 - 15y^2 = 20 \rightarrow (iii)$; $6x^2 + 15y^2 = 21 \rightarrow (iv)$

مساوات (iii) اور (iv) کو جمع کرنے سے

$35x^2 - 15y^2 = 20$

$6x^2 + 15y^2 = 21$

$41x^2 = 41$

$x^2 = \frac{41}{41} = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

جب $x=1$ ہو تو مساوات (ii) سے

$2x^2 + 5y^2 = 7$

$2(1)^2 + 5y^2 = 7$

$2(1) + 5y^2 = 7$

$2 + 5y^2 = 7$

$5y^2 = 7 - 2 = 5$

$y^2 = \frac{5}{5} = 1$

$y = \pm 1$

$(1,1), (1,-1)$

جب $x=-1$ ہو تو

$2x^2 + 5y^2 = 7$

$2(-1)^2 + 5y^2 = 7$

$2(1) + 5y^2 = 7$

$2 + 5y^2 = 7$

$5y^2 = 7 - 2 = 5$

$y^2 = \frac{5}{5} = 1$

$y = \pm 1$

$(-1,1), (-1,-1)$

S.Set $= \{(1,1), (1,-1), (-1,1), (-1,-1)\}$

$= \{\pm 1, \pm 1\}$

Q#10

$x^2 + 2y^2 = 3 \rightarrow (i)$; $x^2 + 4xy - 5y^2 = 0 \rightarrow (ii)$

مساوات (ii) سے

$x^2 + 4xy - 5y^2 = 0$

$x^2 + 5xy - xy - 5y^2 = 0$

$x(x+5y) - y(x+5y) = 0$

$(x+5y)(x-y) = 0$

$x + 5y = 0$ or $x - y = 0$

$x = -5y$; $x = y$

x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$x^2 + 2y^2 = 3$

$(-5y)^2 + 2y^2 = 3$

$25y^2 + 2y^2 = 3$

$27y^2 = 3$

$y^2 = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$

$y = \pm\frac{1}{3}$

جب $y=\frac{1}{3}$ ہو تو

$x = -5y$

$x = -5\left(\frac{1}{3}\right)$

$= -\frac{5}{3}$

$\left(-\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$

جب $y=-\frac{1}{3}$ ہو تو

$x = -5y$

$= -5\left(-\frac{1}{3}\right)$

$= \frac{5}{3}$

$\left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$x^2 + 2y^2 = 3$

$(y)^2 + 2y^2 = 3$

$y^2 + 2y^2 = 3$

$3y^2 = 3$

$y^2 = \frac{3}{3}$

$y = \pm 1$

جب $y=1$ ہو تو

$x = y$

$= 1$

$(1,1)$

جب $y=-1$ ہو تو

$x = y$

$= -1$

$(-1,-1)$

S.Set $= \left\{\left(-\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right), (1,1), (-1,-1)\right\}$

Q#11

$3x^2 - y^2 = 26 \rightarrow (i)$; $3x^2 - 5xy - 12y^2 = 0 \rightarrow (ii)$

مساوات (ii) سے

$3x^2 - 5xy - 12y^2 = 0$

$3x^2 - 9xy + 4xy - 12y^2 = 0$

$3x(x-3y) + 4y(x-3y) = 0$

$(x-3y)(3x+4y) = 0$

$x - 3y = 0$ or $3x + 4y = 0$

$x = 3y$; $3x = -4y$

$x = -\frac{4y}{3}$

x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$3x^2 - y^2 = 26$

$3(3y)^2 - y^2 = 26$

$3(9y^2) - y^2 = 26$

$27y^2 - y^2 = 26$

$26y^2 = 26$

$y^2 = \frac{26}{26} = 1$

$y = \pm 1$

جب $y=1$ ہو تو

$x = 3y$

$x = 3(1)$

$= 3$

جب $y=-1$ ہو تو

$x = 3y$

$= 3(-1)$

$= -3$

x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$3x^2 - y^2 = 26$

$3\left(-\frac{4y}{3}\right)^2 - y^2 = 26$

$3\left(\frac{16y^2}{9}\right) - y^2 = 26$

$\frac{16y^2}{3} - y^2 = 26$

$16y^2 - 3y^2 = 78$

$13y^2 = 78$

$y^2 = \frac{78}{13} = 6$

$y = \pm\sqrt{6}$

$(3,1)$ | $(-3,-1)$

جب $y=\sqrt{6}$ ہو

$x=\frac{-4y}{3}$

$x=\frac{-4(\sqrt{6})}{3}$

$=-\frac{4}{3}\sqrt{6}$

$\left(-\frac{4}{3}\sqrt{6}, \sqrt{6}\right)$

جب $y=-\sqrt{6}$ ہو

$x=\frac{-4y}{3}$

$=\frac{-4(-\sqrt{6})}{3}$

$=\frac{4}{3}\sqrt{6}$

$\left(\frac{4}{3}\sqrt{6}, -\sqrt{6}\right)$

$S.set=\left\{(3,1),(-3,-1),\left(-\frac{4}{3}\sqrt{6},\sqrt{6}\right),\left(\frac{4}{3}\sqrt{6},-\sqrt{6}\right)\right\}$

Q #12

$x^2+xy=5 \rightarrow (i)$; $y^2+xy=3 \rightarrow (ii)$

مساوات i کو 3 سے اور ii کو 5 سے ضرب دینے سے

$3x^2+3xy=15 \rightarrow (iii)$; $5y^2+5xy=15 \rightarrow (iv)$

مساوات iii اور iv کو تفریق کرنے سے

$3x^2+3xy=15$

$\pm 5y^2 \pm 5xy=\pm 15$

$3x^2-5y^2-2xy=0$

$3x^2-2xy-5y^2=0$

$3x^2-5xy+3xy-5y^2=0$

$x(3x-5y)+y(3x-5y)=0$

$(3x-5y)(x+y)=0$

$3x-5y=0$ or $x+y=0$

$3x=5y$; $x=-y$

$x=\frac{5y}{3}$

جب $x=\frac{5}{3}y$ ہو تو مساوات ii

$y^2+xy=3$

$y^2+\left(\frac{5}{3}y\right)y=3$

$y^2+\frac{5}{3}y^2=3$

$3y^2+5y^2=9$

$8y^2=9$

$y^2=\frac{9}{8}$

$y=\pm\sqrt{\frac{9}{8}}$

$=\pm\frac{3}{2\sqrt{2}}$

جب $y=\frac{3}{2\sqrt{2}}$ ہو

$x=\frac{5}{3}y$

$=\frac{5}{3}\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)$

$=\frac{5}{2\sqrt{2}}$

$\left(\frac{5}{2\sqrt{2}},\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)$

جب $y=-\frac{3}{2\sqrt{2}}$ ہو

$x=\frac{5}{3}y$

$=\frac{5}{3}\left(-\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)$

$=\frac{-5}{2\sqrt{2}}$

$\left(\frac{-5}{2\sqrt{2}},\frac{-3}{2\sqrt{2}}\right)$

جب $x=-y$ ہو تو مساوات ii سے

$y^2+xy=3$

$y^2+(-y)(y)=3$

$y^2-y^2=3$

$0=3$

$S.set=\left\{\left(\frac{5}{2\sqrt{2}},\frac{3}{2\sqrt{2}}\right),\left(\frac{-5}{2\sqrt{2}},\frac{-3}{2\sqrt{2}}\right)\right\}$

Q #13

$x^2-2xy=7 \rightarrow (i)$; $xy+3y^2=2 \rightarrow (ii)$

مساوات i کو 2 سے اور ii کو 7 سے ضرب دینے سے

$2x^2-4xy=14 \rightarrow (iii)$; $7xy+21y^2=14 \rightarrow (iv)$

مساوات iii اور iv کو تفریق کرنے سے

$2x^2-4xy=14$

$\pm 21y^2 \pm 7xy=\pm 14$

$2x^2-21y^2-11xy=0$

$2x^2-11xy-21y^2=0$

$2x^2-14xy+3xy-21y^2=0$

$2x(x-7y)+3y(x-7y)=0$

$(x-7y)(2x+3y)=0$

$x-7y=0$ or $2x+3y=0$

$x=7y$; $2x=-3y$

$x=-\frac{3}{2}y$

مساوات ii میں x کی قیمت درج کرنے سے

$xy+3y^2=2$

$(7y)y+3y^2=2$

$7y^2+3y^2=2$

$10y^2=2$

$y^2=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

$y=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$

جب $y=\frac{1}{\sqrt{5}}$ ہو تو

$x=7y$

$x=7\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$=\frac{7}{\sqrt{5}}$

$\left(\frac{7}{\sqrt{5}},\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

جب $y=-\frac{1}{\sqrt{5}}$ ہو

$x=7y$

$=7\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

$=-\frac{7}{\sqrt{5}}$

$\left(-\frac{7}{\sqrt{5}},-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

مساوات ii میں x کی قیمت درج کرنے سے

$xy+3y^2=2$

$\left(-\frac{3}{2}y\right)y+3y^2=2$

$-\frac{3}{2}y^2+3y^2=2$

$-3y^2+6y^2=4$

$3y^2=4$

$y^2=\frac{4}{3}$

$y=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

جب $y=\frac{2}{\sqrt{3}}$ ہو

$x=-\frac{3}{2}y$

$=-\frac{3}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$

$=-\frac{3}{\sqrt{3}}$

$=\frac{-\sqrt{3\times 3}}{\sqrt{3}}$

$=-\sqrt{\frac{3\times 3}{3}}$

$=-\sqrt{3}$

$\left(-\sqrt{3},\frac{-3}{\sqrt{3}}\right)$

جب $y=-\frac{2}{\sqrt{3}}$ ہو

$x=-\frac{3}{2}y$

$=-\frac{3}{2}\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}\right)$

$=\frac{3}{\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3\times 3}}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{\frac{3\times 3}{3}}$

$=\sqrt{3}$

$\left(\sqrt{3},\frac{3}{\sqrt{3}}\right)$

$S.set=\left\{\left(\frac{7}{\sqrt{5}},\frac{1}{\sqrt{5}}\right),\left(\frac{-7}{\sqrt{5}},\frac{-1}{\sqrt{5}}\right),\left(-\sqrt{3},\frac{-3}{\sqrt{3}}\right),\left(\sqrt{3},\frac{3}{\sqrt{3}}\right)\right\}$

Exercise 2.8

Q #1

دو مسلسل مثبت اعداد کا حاصل ضرب 182 ہے۔ اعداد معلوم کریں

فرض کیا دو مسلسل مثبت اعداد $= x,\ x+1$

بشرط سوال

$(x)(x+1)=182$

$x^2+x-182=0$

$x^2+14x-13x-182=0$ (اسے کیلکولیٹر سے بھی حل کیا جا سکتا ہے)

182×1
91×2
26×7
14×13

$x(x+14)-13(x+14)=0$

$(x+14)(x-13)=0$

$x+14=0$ or $x-13=0$

$x=-14$; $x=13$

کیونکہ x مثبت ہے لہٰذا $x\neq-14$ پس $x=13$

پس مطلوبہ اعداد $= x = 13$

$x+1=13+1=14$ مطلوبہ اعداد $=13, 14$

pakcity.org

Q#2

تین مسلسل مثبت اعداد کے مربعوں کا مجموعہ 77 ہے۔ اعداد معلوم کیجئے۔

فرض کیا اعداد $= x, x+1, x+2$

بشرط سوال

$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=77$

$x^2+x^2+1+2x+x^2+4+4x=77$

$3x^2+6x+5-77=0$

$3x^2+6x-72=0$

3 پر تقسیم کرنے سے

$x^2+2x-24=0$

24×1, 12×2, 8×3, $+6\times4$

$x^2+6x-4x-24=0$

$x(x+6)-4(x+6)=0$

$(x+6)(x-4)=0$

$x+6=0$ or $x-4=0$

$x=-6$ $\quad x=4$

چونکہ x مثبت عدد ہے لہٰذا $x \neq -6$ پس $x=4$

مطلوبہ اعداد $= x = 4$

$x+1=4+1=5$

$x+2=4+2=6$ $\quad (4,5,6)$

Q#3

ایک عدد کے 5 گنا اور اس کے مربع کا مجموعہ 204 ہے۔ عدد معلوم کریں۔

فرض کیا عدد $= x$

عدد کا 5 گنا $= 5x$

عدد کا مربع $= x^2$

بشرط سوال

$x^2+5x=204$

$x^2+5x-204=0$

(کلیہ سے بھی حل کیا جا سکتا ہے)

204×1, 102×2, 68×3, 51×4, 34×6, 28×8, $+17\times12$

$x^2+17x-12x-204=0$

$x(x+17)-12(x+17)=0$

$(x+17)(x-12)=0$

$x+17=0$ or $x-12=0$

$x=-17$ $\quad x=12$

پس مطلوبہ عدد $= 12, -17$

Q#4

ایک عدد کے 3 گنا سے 5 کم اور 4 گنا سے 1 کم کا حاصل ضرب 7 ہے عدد معلوم کریں۔

فرض کیا عدد $= x$

عدد کا 3 گنا $= 3x$

3 گنا سے 5 کم $= 3x-5$

عدد کا 4 گنا $= 4x$

4 گنا سے 1 کم $= 4x-1$

بشرط سوال

$(3x-5)(4x-1)=7$

$12x^2-3x-20x+5=7$

$12x^2-23x+5-7=0$

$12x^2-23x-2=0$

$12x^2-24x+x-2=0$

$12x(x-2)+1(x-2)=0$

$(x-2)(12x+1)=0$

$x-2=0$ or $12x+1=0$

$x=2$ $\quad 12x=-1$

$x=-\frac{1}{12}$

پس مطلوبہ عدد $= 2, -\frac{1}{12}$

Q#5

ایک عدد اور اس کے معکوس کا فرق $\frac{15}{4}$ ہے عدد معلوم کریں

فرض کیا عدد $= x$

عدد کا معکوس $= \frac{1}{x}$

بشرط سوال

$x-\frac{1}{x}=\frac{15}{4}$

4x سے ضرب دینے سے

$4x^2-4=15x$

$4x^2-15x-4=0$

$4x^2-16x+x-4=0$

$4x(x-4)+1(x-4)=0$

$(x-4)(4x+1)=0$

$x-4=0$ or $4x+1=0$

$x=4$ $\quad 4x=-1$

$x=-\frac{1}{4}$

پس مطلوبہ عدد $= 4, -\frac{1}{4}$

Q#6

ایک مثبت صحیح عدد کے دو ہندسوں کے مربعوں کا مجموعہ 65 ہے اور عدد اپنے ہندسوں کے مجموعے کا 9 گنا ہے۔ عدد معلوم کریں۔

فرض کیا ہندسے $= x, y$

دہائی کا ہندسہ $= y$، اکائی کا ہندسہ $= x$

مثبت صحیح عدد $= x+10y$

پہلی شرط

$x^2+y^2=65 \longrightarrow (i)$

دوسری شرط

$x+10y=9(x+y)$

$x+10y=9x+9y$

$x+10y-9x-9y=0$

$-8x+y=0$

$y=8x \longrightarrow (ii)$

y کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$x^2+y^2=65$

$x^2+(8x)^2=65$

$x^2+64x^2=65 \Rightarrow 65x^2=65$

$x^2=\frac{65}{65}$

$x^2=1$

$x=\pm1$

چونکہ x مثبت عدد ہے لہٰذا $x \neq -1$ پس $x=1$

x کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$y=8x$

$y=8(1)$

$y=8$

پس مطلوبہ عدد $= x+10y$

$= 1+10(8)$

$= 1+80$

$= 81$

Q#7

ایک نقطہ کے محددات کا مجموعہ 9 اور ان کے مربعوں کا مجموعہ 45 ہے۔ نقطہ کے محددات معلوم کریں۔

فرض کیا نقطہ کے محددات $= (x, y)$

بشرط سوال

$x+y=9 \longrightarrow (i)$

$x^2+y^2=45 \longrightarrow (ii)$

مساوات (i) سے

$y=9-x \longrightarrow (iii)$

y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$x^2+y^2=45$

$x^2+(9-x)^2=45$

$x^2+81+x^2-18x=45$

$2x^2-18x+81-45=0$

$2x^2-18x+36=0$

$x^2-9x+18=0$ 2 پر تقسیم کرنے سے

$x^2-6x-3x+18=0$

$x(x-6)-3(x-6)=0$

$(x-6)(x-3)=0$

$x-6=0$ or $x-3=0$

$x=6$, $x=3$

مساوات (ii) میں x کی قیمتیں درج کرنے سے

جب $x=6$ ہو تو

$y=9-x$

$y=9-6$

$=3$ $(6,3)$

جب $x=3$ ہو تو

$y=9-x$

$=9-3$

$=6$ $(3,6)$

پس نقطہ کے محددات $=(6,3)$ یا $(3,6)$

Q#8

دو صحیح اعداد کا مجموعہ 9 اور ان کے مربعوں کا فرق بھی 9 ہے۔ اعداد معلوم کریں۔

فرض کیا صحیح اعداد $= x, y$

بشرط سوال

$x+y=9 \longrightarrow (i)$

$x^2-y^2=9$

$(x+y)(x-y)=9 \longrightarrow (ii)$

مساوات (ii) میں $(x+y)$ کی قیمت درج کرنے سے

$9(x-y)=9$

$x-y=\frac{9}{9}$

$x-y=1 \longrightarrow (iii)$

مساوات (i) اور (iii) کو جمع کرنے سے

$x+y=9$

$x-y=1$

$2x=10$

$x=\frac{10}{2}=5 \Rightarrow \boxed{x=5}$

x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$x+y=9$

$5+y=9$

$y=9-5$

$\boxed{y=4}$

پس مطلوبہ اعداد $=5, 4$

Q#9

دو صحیح اعداد کا فرق 4 ہے اور ان کے مربعوں کا فرق 72 ہے۔ اعداد معلوم کریں۔

فرض کیا اعداد $= x, y$

بشرط سوال

$x-y=4 \longrightarrow (i)$

$x^2-y^2=72 \longrightarrow (ii)$

$(x+y)(x-y)=72$

$(x+y)(4)=72$

$x+y=\frac{72}{4} \Rightarrow x+y=18 \longrightarrow (iii)$

مساوات (i) اور (iii) کو جمع کرنے سے

$x-y=4$

$x+y=18$

$2x=22$

$x=\frac{22}{2} \Rightarrow \boxed{x=11}$

x کی قیمت مساوات (i) میں درج کرنے سے

$x-y=4$

$11-y=4$

$-y=4-11$

$-y=-7 \Rightarrow \boxed{y=7}$

پس مطلوبہ اعداد $=11, 7$

Q#10

ایک مستطیل کے اضلاع معلوم کیجئے جس کا احاطہ 80 سم اور اس کا رقبہ 375 مربع سم ہے۔

فرض کیا مستطیل کے اضلاع $= x, y$

مستطیل کا احاطہ $= 80$ سم

مستطیل کا رقبہ $= 375$ مربع سم

ہم جانتے ہیں

مستطیل کا احاطہ $= 2($لمبائی + چوڑائی$)$

$2(x+y)=80$

$x+y=\frac{80}{2}=40$

$y=40-x \longrightarrow (i)$

مستطیل کا رقبہ $= xy = 375$

y کی قیمت درج کرنے سے

$x(40-x)=375$

$40x-x^2=375$

$40x-x^2-375=0$

$x^2-40x+375=0$

$x^2-25x-15x+375=0$

$x(x-25)-15(x-25)=0$

$(x-25)(x-15)=0$

$x-25=0$ or $x-15=0$

$x=25$, $x=15$

x کی قیمتیں درج کرنے سے

جب $x=25$ ہو تو

$y=40-x$

$=40-25$

$=15$

جب $x=15$ ہو تو

$y=40-x$

$=40-15$

$=25$

پس مستطیل کے اضلاع $=25$سم، 15سم یا 15سم، 25سم

متفرق مشق 2

Q#2 (i)

روٹس کی اقسام پر بحث کریں۔

(a) $x^2+3x+5=0$

$a=1, b=3, c=5$

Disc. $= b^2-4ac$

$=(3)^2-4(1)(5)$

$=9-20$

$=-11<0$

روٹس غیر حقیقی ہیں۔

(b) $2x^2-7x+3=0$

$a=2, b=-7, c=3$

Disc $= b^2-4ac$

$=(-7)^2-4(2)(3)$

$=49-24$

$=25$

$=(5)^2>0$

روٹس حقیقی اور ناطق ہیں۔ مکمل مربع

(c) $x^2+6x-1=0$

$a=1, b=6, c=-1$

Disc $= b^2-4ac$

$=(6)^2-4(1)(-1)$

$=36+4$

$=40>0$

روٹس حقیقی اور غیر ناطق ہیں۔

(d) $16x^2-8x+1=0$

$a=16, b=-8, c=1$

Disc $= b^2-4ac$

$=(-8)^2-4(16)(1)$

$=64-64$

$=0$

روٹس برابر اور حقیقی ہیں۔

(ii) اگر $\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ ہو تو ω^2 معلوم کریں۔

$(\omega)^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^2$

$\omega^2 = \frac{(-1)^2+(\sqrt{-3})^2+2(-1)(\sqrt{-3})}{4}$

$= \frac{1-3-2\sqrt{-3}}{4} = \frac{-2-2\sqrt{-3}}{4} = \frac{2(-1-\sqrt{-3})}{4_2}$

$= \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

(iii) ثابت کریں کہ اکائی کے تمام جذرالمکعب کا مجموعہ صفر ہوتا ہے

حل: ہم جانتے ہیں کہ اکائی کے جذرالمکعب $1, \omega, \omega^2$ ہوتے ہیں

لہٰذا ہم نے ثابت کرنا ہے کہ $1+\omega+\omega^2=0$

LHS = $1+\omega+\omega^2 = 1 + \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} + \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

$= \frac{2-1+\sqrt{-3}-1-\sqrt{-3}}{2}$ ∵ $\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$

$= \frac{2-2+\sqrt{-3}-\sqrt{-3}}{2}$ & $\omega^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

$= \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow 1+\omega+\omega^2=0$

(iv) اکائی کے غیر حقیقی جذرالمکعب کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

حل: اکائی کے غیر حقیقی جذرالمکعب ω, ω^2 ہیں لہٰذا $(\omega)(\omega^2)$

$(\omega)(\omega^2) = \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)$

$\omega^3 = \frac{(-1)^2-(\sqrt{-3})^2}{2\times 2} = \frac{1-(-3)}{4} = \frac{1+3}{4}$

$= \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow (\omega)(\omega^2) = \omega^3 = 1$

(v) Same as Exercise 2.2 Q #3

(vi) $\omega^{37}+\omega^{38}+1 = ?$

$= \omega^{36}\cdot\omega + \omega^{36}\cdot\omega^2 + 1 = (\omega^3)^{12}\cdot\omega + (\omega^3)^{12}\cdot\omega^2 + 1$

$= (1)^{12}\cdot\omega + (1)^{12}\cdot\omega^2 + 1 = 1\omega + 1\omega^2 + 1$

$= 1+\omega+\omega^2 = 0$

(vii) $(1-\omega+\omega^2)^6 = ?$

$= [(1+\omega^2)-\omega]^6 = [(-\omega)-\omega]^6$ ∵ $1+\omega^2 = -\omega$

$= (-2\omega)^6 = (-2)^6\cdot\omega^6 = 64(\omega^3)^2$

$= 64(1)^2 = 64(1) = 64$

(viii) اگر ω اکائی کا جذرالمکعب ہو تو ایسی مساوات بنائیں جس کے روٹس 3ω اور $3\omega^2$ ہوں۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ اگر ω اکائی کا جذرالمکعب کا روٹ ہو تو

$1+\omega+\omega^2=0$ & $\omega^3=1$

کیونکہ 3ω اور $3\omega^2$ مطلوبہ روٹس ہیں اس لیے

روٹس کا مجموعہ = $3\omega+3\omega^2$

$S = 3(\omega+\omega^2) = 3(-1) = -3$

روٹس کا حاصل ضرب = $(3\omega)(3\omega^2)$

$P = 9\omega^3 = 9(1) = 9$

مطلوبہ مساوات

$x^2 - Sx + P = 0$

$x^2 - (-3)x + 9 = 0$

$x^2 + 3x + 9 = 0$

(ix) ترکیبی تقسیم کی مدد سے باقی اور حاصل قسمت معلوم کریں:

$(x^3+3x^2+2) \div (x-2)$ $x - a = x - 2$

$a = 2$

2	1	3	0	2
	↓	2	10	20
	1	5	10	22

باقی = $R = 22$ حاصل قسمت = $Q(x) = x^2+5x+10$

(x) ترکیبی تقسیم کی مدد سے ثابت کریں کہ $(x-2)$، x^3+x^2-7x+2 کا جزو ضربی

2	1	1	-7	2
	↓	2	6	-2
	1	3	-1	0

$(x-2)$

$x - a = x - 2$

$a = 2$

کیونکہ باقی صفر ہے لہٰذا $(x-2)$ کثیر رقمی کا جزو ضربی ہے۔

(xi) مساوات $2px^2+3qx-4r=0$ کے روٹس کا مجموعہ اور حاصل ضرب معلوم کریں۔

$a = 2p, \quad b = 3q, \quad c = -4r$

اگر α, β مساوات کے روٹس ہوں تو

روٹس کا مجموعہ = $\alpha+\beta = -\frac{b}{a}$

$= \frac{-3q}{2p}$

روٹس کا حاصل ضرب = $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-4r}{2p} = \frac{-2r}{p}$

(xii) اگر α, β مساوات x^2-4x+3 کے روٹس ہوں تو $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$ کی قیمت معلوم کریں۔

حل: فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں

مجموعہ = $\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = -\frac{(-4)}{1} = 4$ $a = 1$, $b = -4$, $c = 3$

حاصل ضرب = $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$

$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2} = \frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$

$= \frac{(4)^2-2(3)}{(3)^2} = \frac{16-6}{9} = \frac{10}{9}$

(xiii) اگر α, β مساوات $4x^2-3x+6=0$ کے روٹس ہوں تو معلوم کریں

حل: فرض کیا α, β مساوات کے روٹس ہیں $a = 4$, $b = -3$, $c = 6$

$\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-3)}{4} = 3/4$

$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{6}{4} = 3/2$

(a) $\alpha^2+\beta^2 = ?$

$= \alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta$

$= (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (3/4)^2 - 2(3/2)$

$= \frac{9}{16} - \frac{3}{1}$

$= \frac{9-48}{16}$

$= \frac{-39}{16}$

(b) $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$

$= \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

$= \frac{\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$= \frac{(3/4)^2-2(3/2)}{3/2}$

$= \frac{9/16 - 3/1}{3/2}$

$= \frac{\frac{9-48}{16}}{3/2}$

$= -\frac{39}{16_8}\times\frac{2}{3} = -\frac{13}{8}$

(c) $\alpha - \beta$

$= \sqrt{(\alpha-\beta)^2}$

$= \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$= \sqrt{(3/4)^2 - 4(3/2)}$

$= \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{6}{1}}$

$= \sqrt{\frac{9-96}{16}}$

$= \sqrt{\frac{-87}{16}}$

$= \frac{\sqrt{-87}}{4}$

06/8/13

Maths 10th Unit # 3

pakcity.org

Exercise 3.1

Q#1 نسبت کو $a:b$ اور کسر کی آسان (لفظی) شکل میں ظاہر کریں

(i) 750 روپے : 1250 روپے

$750 : 1250$

$\frac{750}{1250}$ کسر کی شکل میں $\frac{a}{b}$

$= \frac{3}{5}$

$= 3:5$

(ii) 450 سینٹی میٹر : 3 میٹر

$\because$ 1 میٹر = 100 سم، 3 میٹر = 300 سم

450 سم : 300 سم

کسر کی شکل میں $\frac{a}{b}$

$\frac{450}{300} = \frac{3}{2}$

$3:2$

(iii) 4 کلوگرام : 2 کلوگرام 750 گرام

$\because$ 1 کلوگرام = 1000 گرام
4 = 4000
2 = 2000

4000 گرام : 2750 گرام

$4000 : 2750$

$400 : 275$

$80 : 55$

$16 : 11$

$= \frac{16}{11}$

(iv) 27 منٹ 30 سیکنڈ : 1 گھنٹہ

1 منٹ = 60 سیکنڈ

$27 = 60 \times 27 = 1620$

27 منٹ 30 سیکنڈ $= 1620 + 30 = 1650$ سیکنڈ

1 گھنٹہ = 60 منٹ $= 60 \times 60$ سیکنڈ $= 3600$

1650 سیکنڈ : 3600 سیکنڈ

$1650 : 3600$

$165 : 360$

$33 : 72$

$11 : 24$

$= \frac{11}{24}$

(v) $75^\circ : 225^\circ$

$15 : 45$

$3 : 9$

$1 : 3 = \frac{1}{3}$

Q#2 کل طلبا = 60 لڑکیاں = 25

لڑکے $= 60 - 25 = 35$

(i) لڑکے : تمام طلبا

$35 : 60$

$7 : 12$

(ii) لڑکے : لڑکیاں

$35 : 25$

$7 : 5$

Q#3 اگر $3(4x-5y) = 2x-7y$ ہو تو $x:y$ معلوم کریں۔

$3(4x-5y) = 2x-7y$

$12x - 15y = 2x - 7y$

$12x - 2x = -7y + 15y$

$10x = 8y$

$\frac{x}{y} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$x : y = 4 : 5$

Q#4 p کی قیمت معلوم کریں

$2p+5 : 3p+4 = 3 : 4$

$\frac{2p+5}{3p+4} = \frac{3}{4}$

$4(2p+5) = 3(3p+4)$

$8p + 20 = 9p + 12$

$20 - 12 = 9p - 8p$

$8 = p$

$\boxed{p = 8}$

Q#5 x کی قیمت معلوم کریں

$3x+1 : 6+4x = 2 : 5$

$\frac{3x+1}{6x+4} = \frac{2}{5}$

$5(3x+1) = 2(6x+4)$

$15x + 5 = 12x + 8$

$15x - 12x = 8 - 5$

$3x = 3$

$x = \frac{3}{3} = 1$ $\boxed{x = 1}$

Q#6 چونکہ دو اعداد میں نسبت 5:8 ہے نسبت کے ہر عدد کو x سے ضرب دینے سے اعداد $5x$ اور $8x$ بن جاتے ہیں۔

$\therefore$ بشرط سوال

$5x+9 : 8x+9 = 8 : 11$

$\frac{5x+9}{8x+9} = \frac{8}{11}$

$11(5x+9) = 8(8x+9)$

$55x + 99 = 64x + 72$

$55x - 64x = 72 - 99$

$-9x = -27$

$x = \frac{-27}{-9} = 3$

پس مطلوبہ اعداد

$5x = 5(3) = 15$

$8x = 8(3) = 24$

$15, 24$

Q#7 چونکہ دو اعداد میں نسبت 4:13 ہے۔ نسبت کے ہر عدد کو x سے ضرب دینے سے اعداد $4x$ اور $13x$ بن جاتے ہیں

بشرط سوال

$4x+10 : 13x+10 = 1 : 2$

$\frac{4x+10}{13x+10} = \frac{1}{2}$

$2(4x+10) = 1(13x+10)$

$8x + 20 = 13x + 10$

$8x - 13x = 10 - 20$

$-5x = -10$

$x = \frac{-10}{-5} = 2$

پس مطلوبہ اعداد

$4x = 4(2) = 8$

$13x = 13(2) = 26$

$8, 26$

Q#8 اگر 5 کلوگرام آموں کی قیمت 250 روپے ہو تو 8 کلوگرام کی قیمت معلوم کریں۔

حل: فرض کیا 8 کلوگرام آموں کی قیمت = x روپے

تناسب کی شکل میں

آم : آم :: قیمت : قیمت

$5 : 8 :: 250 : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$5x = 8 \times 250$

$x = \frac{8 \times 250}{5} = 400$

پس 8 کلوگرام آموں کی قیمت 400 روپے ہے۔

Q#9 اگر $a:b = 7:6$ ہو تو $3a+5b : 7b-5a$ کی قیمت معلوم کریں۔

$a : b = 7 : 6$

$\frac{a}{b} = \frac{7}{6}$

$3a+5b : 7b-5a = \frac{3a+5b}{7b-5a}$

www.pakcity.org

شمار کنندہ اور مخرج کو 'b' پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{3a+5b}{7b-5a} = \frac{3\frac{a}{b}+5\frac{b}{b}}{7\frac{b}{b}-5\frac{a}{b}}$$

$$= \frac{3\left(\frac{a}{b}\right)+5}{7-5\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{3\left(\frac{7}{6}\right)+5}{7-5\left(\frac{7}{6}\right)} = \frac{\frac{21}{6}+\frac{5}{1}}{\frac{7}{1}-\frac{35}{6}}$$

$$= \frac{\frac{21+30}{6}}{\frac{42-35}{6}} = \frac{51/6}{7/6} = \frac{51}{6}\times\frac{6}{7} = \frac{51}{7}$$

$$= 51 : 7$$

Q#10

مکمل کریں۔

(i) $4x = ___$ تو $\frac{24}{7} = \frac{6}{x}$ اگر

$24x = 42$

$\frac{24x}{6} = \frac{42}{6}$

$\boxed{4x = 7}$

(ii) اگر $\frac{5a}{3x} = \frac{15b}{y}$ تو $ay = ?$

$5ay = (15b)(3x)$

$ay = \frac{45xb}{5}$

$\boxed{ay = 9bx}$

(iii) اگر $\frac{9pq}{2lm} = \frac{18p}{5m}$ تو $5q = ?$

$\frac{5q}{2lm} = \frac{18p}{9pm} \Rightarrow \frac{5q}{2lm} = \frac{2}{m}$

$5q = \frac{2(2lm)}{m}$

$\boxed{5q = 4l}$

Q # 11

x کی قیمت معلوم کریں

(i) $3x-2 : 4 :: 2x+3 : 7$

وسطین = طرفین کا حاصل ضرب

$(3x-2)(7) = (4)(2x+3)$

$21x - 14 = 8x + 12$

$21x - 8x = 12 + 14$

$13x = 26$

$x = \frac{26}{13}$

$\boxed{x = 2}$

(ii) $\frac{3x-1}{7} : \frac{3}{5} :: \frac{2x}{3} : \frac{7}{5}$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$\left(\frac{3x-1}{7}\right)\left(\frac{7}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2x}{3}\right)$

$\frac{3x-1}{5} = \frac{2x}{5}$

5 سے ضرب دینے سے

$3x - 1 = 2x$

$3x - 2x = 1$

$\boxed{x = 1}$

(iii) $\frac{x-3}{2} : \frac{5}{x-1} :: \frac{x-1}{3} : \frac{4}{x+4}$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$\left(\frac{x-3}{2}\right)\left(\frac{4}{x+4}\right) = \left(\frac{5}{x-1}\right)\left(\frac{x-1}{3}\right)$

$\frac{2x-6}{x+4} = \frac{5}{3}$

$3(2x-6) = 5(x+4)$

$6x - 18 = 5x + 20$

$6x - 5x = 20 + 18$

$\boxed{x = 38}$

(iv) $p^2+pq+q^2 : x :: \frac{p^3-q^3}{p+q} : (p-q)^2$

وسطین کا ___ = طرفین کا ___

$(p^2+pq+q^2)(p-q)^2 = \left(\frac{p^3-q^3}{p+q}\right)(x)$

$$x = \frac{(p^2+pq+q^2)(p-q)^2(p+q)}{p^3-q^3}$$

$$= \frac{(p^2+pq+q^2)(p-q)^2(p+q)}{(p-q)(p^2+pq+q^2)}$$

$$= \frac{(p-q)(p-q)(p+q)}{(p-q)}$$

$= (p-q)(p+q)$

$\boxed{x = p^2 - q^2}$

(v) $8-x : 11-x :: 16-x : 25-x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(8-x)(25-x) = (11-x)(16-x)$

$200 - 8x - 25x + x^2 = 176 - 11x - 16x + x^2$

$200 - 33x + x^2 = 176 - 27x + x^2$

$200 - 33x + x^2 - 176 + 27x - x^2 = 0$

$-6x + 24 = 0$

$-6x = -24 \Rightarrow 6x = 24$

$x = \frac{24}{6}$ $\boxed{x = 4}$

Exercise 3.2

Q#1

اگر x اور y تغیر راست میں ہوں اور $y=8$ جبکہ $x=2$ ہو تو معلوم کریں۔

(i) $y \propto x$

$y = kx$

$8 = k(2)$

$\frac{8}{2} = k$

$\boxed{k = 4}$

$y = kx$

$\boxed{y = 4x}$

(ii) $x = 5$

$y \propto x$

$y = kx$

$8 = k(2)$

$\frac{8}{2} = k$

$\boxed{k = 4}$

$y = kx$

$y = (4)(5)$

$\boxed{y = 20}$

(iii) $y = 28$

$y \propto x$

$y = kx$

$8 = k(2)$

$8/2 = k$

$\boxed{k = 4}$

$y = kx$

$28 = 4x$

$\frac{28}{4} = x$

$\boxed{x = 7}$

Q#2

$y \propto x$ $y = 7,\ x = 3$

(i) y کی قیمت معلوم کریں

$y \propto x$

$y = kx$

$7 = k(3)$

$\frac{7}{3} = k$

$y = kx$

$\boxed{y = \frac{7}{3}x}$

(ii) $x = ?$

$y = 35$

$y = \frac{7}{3}x$

$35 = \frac{7}{3}x$

$\frac{3}{7}\times 35 = x$

$\boxed{x = 15}$

(iii) $y = ?$

$x = 18$

$y = \frac{7}{3}x$

$y = \frac{7}{3}(18)$

$\boxed{y = 42}$

Q#3

$R \propto T$ $R = 5, T = 8$ ، R اور T میں مساوات معلوم کریں

$T = ?, R = 20$ اور $R = ?, T = 64$

$R \propto T$

$R = kT$

$5 = k(8)$

$k = \frac{5}{8}$

$R = kT$

$\boxed{R = \frac{5}{8}T}$

$R = \frac{5}{8}T$

$R = \frac{5}{8}(64)$

$\boxed{R = 40}$

$R = \frac{5}{8}T$

$20 = \frac{5}{8}T$

$\frac{8}{5}\times 20 = T$

$\boxed{T = 32}$

Q #4

$R \propto T^2$ $R = 8, T = 3$

$R = ?, T = 6$

$R \propto T^2$

$R = kT^2$

$8 = k(3)^2$

$8 = k(9)$

$\frac{8}{9} = k$

$R = kT^2$

$= \frac{8}{9}(6)^2$

$= \frac{8}{9}(36)$

$\boxed{R = 32}$

Q#5 $V \propto R^3$

$V=5,\ R=3$
$V=625,\ R=?$

$V \propto R^3$
$V = KR^3$
$5 = K(3)^3$
$5 = K(27)$
$\boxed{\frac{5}{27} = K}$

$V = KR^3$
$625 = \frac{5}{27}R^3$
$R^3 = 625 \times \frac{27}{5}$
$R^3 = 125 \times 27$
$R = (125\times 27)^{1/3}$
$= (5^3 \times 3^3)^{1/3}$
$= 5^{3\times\frac{1}{3}} \times 3^{3\times\frac{1}{3}}$
$= 5\times 3$
$\boxed{R = 15}$

Q#7 $y \propto \frac{1}{x}$ تغیر معکوس

$y=7,\ x=2$
$y=?,\ x=126$

$y \propto \frac{1}{x}$
$y = \frac{K}{x}$
$7 = \frac{K}{2}$
$\boxed{K=14}$
$y = \frac{K}{x}$
$y = \frac{14}{126} = \frac{1}{9}$
$\boxed{y = \frac{1}{9}}$

Q#9 $w \propto \frac{1}{z}$

$w=5,\ z=7$
$w=?,\ z=\frac{175}{4}$

$w \propto \frac{1}{z}$
$w = \frac{K}{z}$
$5 = \frac{K}{7}$
$\boxed{K=35}$
$w = \frac{K}{z}$
$w = \frac{35}{175/4} = \frac{35\times 4}{175}$
$\boxed{w = \frac{4}{5}}$

Q#6 $w \propto u^3$

$w=81,\ u=3$
$w=?,\ u=5$

$w \propto u^3$
$w = Ku^3$
$81 = K(3)^3$
$81 = K(27)$
$\frac{81}{27} = K$
$\boxed{K=3}$
$w = Ku^3$
$w = 3(5)^3$
$= 3(125)$
$\boxed{w = 375}$

Q#8 $y \propto \frac{1}{x}$

$y=4,\ x=3$
$x=?,\ y=24$

$y \propto \frac{1}{x}$
$y = \frac{K}{x}$
$4 = \frac{K}{3}$
$\boxed{K=12}$
$y = \frac{K}{x}$
$24 = \frac{12}{x}$
$x = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$
$\boxed{x = \frac{1}{2}}$

Q#10 $A \propto \frac{1}{r^2}$

$A=2,\ r=3$
$A=72,\ r=?$

$A = \frac{K}{r^2}$
$2 = \frac{K}{(3)^2}$
$2 = \frac{K}{9}$
$\boxed{K=18}$
$A = \frac{K}{r^2}$
$72 = \frac{18}{r^2}$
$r^2 = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$
$r = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$
$\boxed{r = \pm\frac{1}{2}}$

Q#11 $a \propto \frac{1}{b^2}$

$a=3,\ b=4$
$a=?,\ b=8$

$a = \frac{K}{b^2}$
$3 = \frac{K}{(4)^2} = \frac{K}{16}$
$\boxed{K=48}$
$a = \frac{K}{b^2} = \frac{48}{(8)^2}$
$= \frac{48}{64} = \frac{3}{4}$
$\boxed{a = \frac{3}{4}}$

Q#12 $v \propto \frac{1}{r^3}$

$v=5,\ r=3$
$v=?,\ r=6$
$r=?,\ v=320$

$v = \frac{K}{r^3}$
$5 = \frac{K}{(3)^3}$
$5 = \frac{K}{27}$
$\boxed{K = 135}$

$v = \frac{K}{r^3}$
$v = \frac{135}{(6)^3}$
$v = \frac{135}{216} = \frac{5}{8}$
$\boxed{v = \frac{5}{8}}$

$v = \frac{K}{r^3}$
$320 = \frac{135}{r^3}$
$r^3 = \frac{135}{320} = \frac{27}{64}$
$r^3 = \frac{27}{64}$
$r = \left(\frac{27}{64}\right)^{1/3}$
$r = \frac{3^{3\times\frac{1}{3}}}{4^{3\times\frac{1}{3}}}$
$\boxed{r = \frac{3}{4}}$

Q#13 $m \propto \frac{1}{n^3}$

$m=2,\ n=4$
$m=?,\ n=6$
$m=432,\ n=?$

$m = \frac{K}{n^3}$
$2 = \frac{K}{(4)^3}$
$2 = \frac{K}{64}$
$\boxed{K = 128}$
$m = \frac{K}{n^3}$
$m = \frac{128}{(6)^3}$
$m = \frac{128}{6\times 6\times 6} = \frac{64}{108} = \frac{16}{27}$
$\boxed{m = \frac{16}{27}}$

$m = \frac{K}{n^3}$
$432 = \frac{128}{n^3}$
$n^3 = \frac{128}{432} = \frac{64}{216} = \frac{4^3}{6^3}$
$n = \left(\frac{4^3}{6^3}\right)^{1/3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
$\boxed{n = \frac{2}{3}}$

06/8/13

Exercise 3.3

تیسرا متناسب معلوم کریں۔

Q#1

(i) $6, 12$
فرض کیا تیسرا متناسب ہے x
$6 : 12 :: 12 : x$
وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب
$6x = 12\times 12$
$x = \frac{12\times 12}{6}$
$x = 24$
پس تیسرا متناسب $= 24$

(ii) $a^3, 3a^2$
فرض کیا تیسرا متناسب $= x$
$a^3 : 3a^2 :: 3a^2 : x$
وسطین کا = طرفین کا
$a^3 x = (3a^2)(3a^2)$
$x = \frac{9a^4}{a^3} = 9a^4 a^{-3}$
$= 9a^{4-3} = 9a$
پس تیسرا متناسب $= 9a$

(iii) $a^2-b^2, a-b$
فرض کیا تیسرا متناسب $= x$
$a^2-b^2 : a-b :: a-b : x$
طرفین کا = وسطین کا
$(a^2-b^2)(x) = (a-b)(a-b)$
$x = \frac{(a-b)(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b}{a+b}$

پس تیسرا متناسب $= \frac{a-b}{a+b}$

www.pakcity.org

(iv) $(x-y)^2, x^3-y^3$

فرض کیا تیسرا تناسب = a

$(x-y)^2 : x^3-y^3 :: x^3-y^3 : a$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x-y)^2(a) = (x^3-y^3)(x^3-y^3)$

$a = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x-y)^2}$

$a = (x^2+xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = (x^2+xy+y^2)^2$

پس تیسرا تناسب = $(x^2+xy+y^2)^2$

(v) $(x+y)^2, x^2-xy-2y^2$

فرض کیا تیسرا تناسب = a

$(x+y)^2 : x^2-xy-2y^2 :: x^2-xy-2y^2 : a$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x+y)^2(a) = (x^2-xy-2y^2)(x^2-xy-2y^2)$

$a = \frac{(x^2-xy-2y^2)^2}{(x+y)^2} = \frac{(x^2-2xy+xy-2y^2)^2}{(x+y)^2}$

$= \frac{[x(x-2y)+y(x-2y)]^2}{(x+y)^2}$

$= \frac{[(x-2y)(x+y)]^2}{(x+y)^2} = \frac{(x-2y)^2(x+y)^2}{(x+y)^2}$

$= (x-2y)^2$

پس تیسرا تناسب = $(x-2y)^2$

(vi) $\frac{p^2-q^2}{p^3+q^3}, \frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$

فرض کیا تیسرا تناسب = x

$\frac{p^2-q^2}{p^3+q^3} : \frac{p-q}{p^2-pq+q^2} :: \frac{p-q}{p^2-pq+q^2} : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$\left(\frac{p^2-q^2}{p^3+q^3}\right)(x) = \frac{(p-q)}{p^2-pq+q^2} \times \frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$

$x = \frac{(p-q)^2}{(p^2-pq+q^2)^2} \times \frac{p^3+q^3}{p^2-q^2}$

$= \frac{(p-q)^2}{(p^2-pq+q^2)^2} \times \frac{(p+q)(p^2-pq+q^2)}{(p+q)(p-q)}$

$= \frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$

پس تیسرا تناسب = $\frac{p-q}{p^2-pq+q^2}$

Q#2

چوتھا تناسب معلوم کریں۔

(i) 5, 8, 15

فرض کیا چوتھا تناسب = x

$5 : 8 :: 15 : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$5x = 8\times15 \Rightarrow x = \frac{8\times15}{5} = 24$

پس چوتھا تناسب = 24

(ii) $4x^4, 2x^3, 18x^5$

فرض کیا چوتھا تناسب = a

$4x^4 : 2x^3 :: 18x^5 : a$

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

$(4x^4)(a) = (2x^3)(18x^5)$

$a = \frac{36x^8}{4x^4} = 9x^8 \cdot x^{-4} = 9x^{8-4} = 9x^4$

پس چوتھا تناسب = $9x^4$

(iii) $15a^5b^6, 10a^2b^5, 21a^3b^3$

فرض کیا چوتھا تناسب = x

$15a^5b^6 : 10a^2b^5 :: 21a^3b^3 : x$

$(15a^5b^6)x = (10a^2b^5)(21a^3b^3)$

$x = \frac{210a^5b^8}{15a^5b^6} = 14b^8 \cdot b^{-6} = 14b^{8-6} = 14b^2$

پس چوتھا تناسب = $14b^2$

(iv) $x^2-11x+24, x-3, 5x^4-40x^3$

فرض کیا چوتھا تناسب = a

$x^2-11x+24 : x-3 :: 5x^4-40x^3 : a$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x^2-11x+24)a = (x-3)(5x^4-40x^3)$

$a = \frac{(x-3)5x^3(x-8)}{x^2-11x+24}$

$= \frac{5x^3(x-3)(x-8)}{x^2-8x-3x+24} = \frac{5x^3(x-3)(x-8)}{x(x-8)-3(x-8)}$

$= \frac{5x^3(x-3)(x-8)}{(x-8)(x-3)} = 5x^3$

پس چوتھا تناسب = $5x^3$

(v) $(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2), p^3+q^3, p^3-q^3$

فرض کیا چوتھا تناسب = x

$(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2) : (p^3+q^3) :: (p^3-q^3) : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2)x = (p^3+q^3)(p^3-q^3)$

$x = \frac{(p^3+q^3)(p^3-q^3)}{(p^2-q^2)(p^2+pq+q^2)}$

$= \frac{(p+q)(p^2-pq+q^2)(p-q)(p^2+pq+q^2)}{(p+q)(p-q)(p^2+pq+q^2)}$

$= (p^2-pq+q^2)$

پس چوتھا تناسب = p^2-pq+q^2

Q#3

وسط فی التناسب معلوم کریں

(i) 20, 45

فرض کیا وسط فی التناسب = x

$20 : x :: x : 45$

وسطین کا = طرفین کا

$(20)(45) = x^2$

$x^2 = 900$

$x = \pm\sqrt{900} = \pm30$

پس وسط فی التناسب = ±30

(ii) $20x^3y^5, 5x^7y$

فرض کیا وسط فی التناسب = a

$20x^3y^5 : a :: a : 5x^7y$

وسطین کا = طرفین کا

$(20x^3y^5)(5x^7y) = a^2$

$a^2 = 100x^{10}y^6$

$a = \pm\sqrt{100x^{10}y^6} = \pm10x^5y^3$

پس وسط فی التناسب = $\pm10x^5y^3$

(iii) $15p^4qr^3,\ 135q^5r^7$

فرض کیا وسطی التناسب $= x$

$15p^4qr^3 : x :: x : 135q^5r^7$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(15p^4qr^3)(135q^5r^7) = x^2$

$x^2 = 2025\,p^4q^6r^{10}$

$x = \pm\sqrt{2025\,p^4q^6r^{10}} = \pm 45p^2q^3r^5$

پس وسطی التناسب $= \pm 45p^2q^3r^5$

(iv) $x^2-y^2,\ \dfrac{x-y}{x+y}$

فرض کیا وسطی التناسب $= a$

$x^2-y^2 : a :: a : \dfrac{x-y}{x+y}$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(x^2-y^2)\left(\dfrac{x-y}{x+y}\right) = a^2$

$a^2 = (x+y)(x-y)\left(\dfrac{x-y}{x+y}\right) = (x-y)^2$

$a = \pm\sqrt{(x-y)^2} = \pm(x-y)$

پس وسطی التناسب $= \pm(x-y)$

Q#4

متغیر کی قیمت معلوم کریں

(i) $5, p, 45$

$5 : p :: p : 45$

وسطین کا = طرفین کا

$(5)(45) = p^2$

$225 = p^2$

$p = \pm\sqrt{225}$

$= \pm 15$

(ii) $8, x, 18$

$8 : x :: x : 18$

وسطین کا = طرفین

$(8)(18) = x^2$

$144 = x^2$

$x = \pm\sqrt{144}$

$= \pm 12$

(iii) $12, 3p-6, 27$

$12 : 3p-6 :: 3p-6 : 27$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(12)(27) = (3p-6)^2$

$324 = (3p-6)^2$

$\sqrt{(3p-6)^2} = \pm\sqrt{324}$

$3p-6 = \pm 18$

$3p-6 = 18$ ؛ $3p-6 = -18$

$3p = 18+6$ ؛ $3p = -18+6$

$3p = 24$ ؛ $3p = -12$

$p = \dfrac{24}{3}$ ؛ $p = -\dfrac{12}{3}$

$p = 8$ ؛ $p = -4$

پس $p = 8, -4$

(5) (iv) $7, m-3, 28$

$7 : m-3 :: m-3 : 28$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(7)(28) = (m-3)^2$

$(m-3)^2 = 196$

$\sqrt{(m-3)^2} = \pm\sqrt{196} = \pm 14$

$m-3 = 14$ ؛ $m-3 = -14$

$m = 14+3$ ؛ $m = -14+3$

$= 17$ ؛ $= -11$

پس $m = 17, -11$

Exercise 3.4

اگر $a:b = c:d$ ہو تو ثابت کیجئے کہ

Q#1

(i) $\dfrac{4a+5b}{4a-5b} = \dfrac{4c+5d}{4c-5d}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو 4/5 سے ضرب دینے سے

$\dfrac{4a}{5b} = \dfrac{4c}{5d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{4a+5b}{4a-5b} = \dfrac{4c+5d}{4c-5d}$ (proved)

(ii) $\dfrac{2a+9b}{2a-9b} = \dfrac{2c+9d}{2c-9d}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو 2/9 سے ضرب دینے سے

$\dfrac{2a}{9b} = \dfrac{2c}{9d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{2a+9b}{2a-9b} = \dfrac{2c+9d}{2c-9d}$ پس

(iii) $\dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2} = \dfrac{c^3+d^3}{c^3-d^3}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو $\dfrac{c^2}{d^2}$ سے ضرب دینے سے

$\dfrac{ac^2}{bd^2} = \dfrac{c^3}{d^3}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2} = \dfrac{c^3+d^3}{c^3-d^3}$ (proved)

(iv) $\dfrac{a^2c+b^2d}{a^2c-b^2d} = \dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو $\dfrac{ac}{bd}$ سے ضرب دینے سے

$\dfrac{a^2c}{b^2d} = \dfrac{ac^2}{bd^2}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{a^2c+b^2d}{a^2c-b^2d} = \dfrac{ac^2+bd^2}{ac^2-bd^2}$ proved

(v) $pa+qb : pa-qb = pc+qd : pc-qd$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

طرفین کو p/q سے ضرب دینے سے

$\dfrac{pa}{qb} = \dfrac{pc}{qd}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{pa+qb}{pa-qb} = \dfrac{pc+qd}{pc-qd}$

یا

$pa+qb : pa-qb = pc+qd : pc-qd$

(vi) $\dfrac{a+b+c+d}{a+b-c-d} = \dfrac{a-b+c-d}{a-b-c+d}$

حل

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{c+d}{c-d}$

ابدال نسبت سے

$\dfrac{a+b}{c+d} = \dfrac{a-b}{c-d}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\dfrac{a+b+c+d}{a+b-c-d} = \dfrac{a-b+c-d}{a-b-c+d}$ (proved)

(vii) $\dfrac{2a+3b+2c+3d}{2a+3b-2c-3d} = \dfrac{2a-3b+2c-3d}{2a-3b-2c+3d}$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

طرفین کو 2/3 سے ضرب دینے سے

$$\frac{2a}{3b} = \frac{2c}{3d}$$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{2a+3b}{2a-3b} = \frac{2c+3d}{2c-3d}$$

ابدال نسبت سے

$$\frac{2a+3b}{2c+3d} = \frac{2a-3b}{2c-3d}$$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{2a+3b+2c+3d}{2a+3b-2c-3d} = \frac{2a-3b+2c-3d}{2a-3b-2c+3d} \text{ (proved)}$$

(viii) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{ac+bd}{ac-bd}$

حل

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

طرفین کو $\frac{a}{b}$ سے ضرب دینے سے

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{ac}{bd}$$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{ac+bd}{ac-bd} \text{ (proved)}$$

Q#2 ترکیب و تفصیل نسبت استعمال کرتے ہوئے قیمت معلوم کریں

(i) $x = \frac{4yz}{y+z}$ کی قیمت جبکہ $\frac{x+2y}{x-2y} + \frac{x+2z}{x-2z}$

$$x = \frac{4yz}{y+z}$$

2y پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{2y} = \frac{2 \cdot 4yz}{2y(y+z)}$$

$$\frac{x}{2y} = \frac{2z}{y+z}$$

$$x = \frac{4yz}{y+z}$$

طرفین کو 2z پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{2z} = \frac{2 \cdot 4yz}{2z(y+z)}$$

$$\frac{x}{2z} = \frac{2y}{y+z}$$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{x+2y}{x-2y} = \frac{2z+y+z}{2z-y-z} = \frac{y+3z}{z-y}$$

$$\frac{x+2z}{x-2z} = \frac{2y+y+z}{2y-y-z} = \frac{3y+z}{y-z}$$

طرفین کو جمع کرنے سے

$$\frac{x+2y}{x-2y} + \frac{x+2z}{x-2z} = \frac{y+3z}{z-y} + \frac{3y+z}{y-z}$$

$$= \frac{y+3z}{z-y} - \frac{3y+z}{z-y}$$

$$= \frac{y+3z-3y-z}{z-y} = \frac{2z-2y}{z-y}$$

$$= \frac{2(z-y)}{(z-y)} = 2$$

(ii) $m = \frac{10np}{n+p}$ کی قیمت جبکہ $\frac{m+5n}{m-5n} + \frac{m+5p}{m-5p}$

$$m = \frac{10np}{n+p}$$

5n پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{m}{5n} = \frac{2 \cdot 10np}{5n(n+p)} = \frac{2p}{n+p}$$

$$m = \frac{10np}{n+p}$$

5p پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{m}{5p} = \frac{2 \cdot 10np}{5p(n+p)} = \frac{2n}{n+p}$$

حل (6)

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{m+5n}{m-5n} = \frac{2p+n+p}{2p-n-p} = \frac{3p+n}{p-n}$$

$$\frac{m+5p}{m-5p} = \frac{2n+n+p}{2n-n-p} = \frac{3n+p}{n-p}$$

طرفین کو جمع کرنے سے

$$\frac{m+5n}{m-5n} + \frac{m+5p}{m-5p} = \frac{3p+n}{p-n} + \frac{3n+p}{n-p}$$

$$= \frac{3p+n}{p-n} - \frac{3n+p}{p-n} = \frac{3p+n-3n-p}{p-n}$$

$$= \frac{2p-2n}{p-n} = \frac{2(p-n)}{(p-n)} = 2$$

(iii) $x = \frac{12ab}{a-b}$ کی قیمت جبکہ $\frac{x-6a}{x+6a} - \frac{x+6b}{x-6b}$

$$x = \frac{12ab}{a-b}$$

6a پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{6a} = \frac{2 \cdot 12ab}{6a(a-b)} = \frac{2b}{a-b}$$

$$x = \frac{12ab}{a-b}$$

6b پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{6b} = \frac{2 \cdot 12ab}{6b(a-b)} = \frac{2a}{a-b}$$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{x+6a}{x-6a} = \frac{2b+a-b}{2b-a+b} = \frac{b+a}{3b-a}$$

عکس نسبت سے

$$\frac{x-6a}{x+6a} = \frac{3b-a}{b+a}$$

$$\frac{x+6b}{x-6b} = \frac{2a+a-b}{2a-a+b} = \frac{3a-b}{a+b}$$

طرفین کو تفریق کرنے سے

$$\frac{x-6a}{x+6a} - \frac{x+6b}{x-6b} = \frac{3b-a}{b+a} - \frac{3a-b}{a+b} = \frac{4(b-a)}{a+b}$$

$$= \frac{3b-a-3a+b}{a+b} = \frac{-4a+4b}{a+b} = \frac{4(b-a)}{(a+b)}$$

(iv) $x = \frac{3yz}{y-z}$ کی قیمت جبکہ $\frac{x-3y}{x+3y} - \frac{x+3z}{x-3z}$

$$x = \frac{3yz}{y-z}$$

3y پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{3y} = \frac{3yz}{3y(y-z)} = \frac{z}{y-z}$$

$$x = \frac{3yz}{y-z}$$

3z پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{x}{3z} = \frac{3yz}{3z(y-z)} = \frac{y}{y-z}$$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{x+3y}{x-3y} = \frac{z+y-z}{z-y+z} = \frac{y}{2z-y}$$

عکس نسبت سے

$$\frac{x-3y}{x+3y} = \frac{2z-y}{y}$$

$$\frac{x+3z}{x-3z} = \frac{y+y-z}{y-y+z} = \frac{2y-z}{z}$$

طرفین کو تفریق کرنے سے

$$\frac{x-3y}{x+3y} - \frac{x+3z}{x-3z} = \frac{2z-y}{y} - \frac{2y-z}{z}$$

$$= \frac{2z^2-yz-2y^2+yz}{yz} = \frac{2z^2-2y^2}{yz}$$

$$= \frac{2(z^2-y^2)}{yz}$$

(38)

(v) $S = \frac{6pq}{p-q}$ کی قیمت جبکہ $\frac{S-3p}{S+3p} + \frac{S+3q}{S-3q}$

$S = \frac{6pq}{p-q}$ $\qquad$ $S = \frac{6pq}{p-q}$

3p پر تقسیم کرنے سے $\qquad$ 3q پر تقسیم کرنے سے

$\frac{S}{3p} = \frac{2\cancel{6}p\cancel{q}}{\cancel{3p}(p-q)} = \frac{2q}{p-q}$ $\qquad$ $\frac{S}{3q} = \frac{2\cancel{6}p\cancel{q}}{\cancel{3q}(p-q)} = \frac{2p}{p-q}$

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$\frac{S+3p}{S-3p} = \frac{2q+p-q}{2q-p+q}$ $\qquad$ $\frac{S+3q}{S-3q} = \frac{2p+p-q}{2p-p+q}$

$\frac{S+3p}{S-3p} = \frac{q+p}{3q-p}$ $\qquad$ $= \frac{3p-q}{p+q}$

ابدال نسبت سے

$\frac{S-3p}{S+3p} = \frac{3q-p}{q+p}$

طرفین کو جمع کرنے سے

$$\frac{S-3p}{S+3p} + \frac{S+3q}{S-3q} = \frac{3q-p}{q+p} + \frac{3p-q}{q+p}$$

$$= \frac{3q-p+3p-q}{p+q}$$

$$= \frac{2p+2q}{p+q}$$

$$= \frac{2(p+q)}{(p+q)}$$

$$= 2$$

(vi) $\frac{(x-2)^2-(x-4)^2}{(x-2)^2+(x-4)^2} = \frac{12}{13}$ کو حل کریں

مسئلہ ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{(x-2)^2-(x-4)^2+(x-2)^2+(x-4)^2}{(x-2)^2-(x-4)^2-(x-2)^2-(x-4)^2} = \frac{12+13}{12-13}$$

$$\frac{2(x-2)^2}{-2(x-4)^2} = \frac{25}{-1}$$

$$\frac{(x-2)^2}{(x-4)^2} = \frac{25}{1}$$

جذر لینے سے

$$\sqrt{\frac{(x-2)^2}{(x-4)^2}} = \pm\sqrt{\frac{25}{1}}$$

$$\frac{x-2}{x-4} = \pm\frac{5}{1}$$

$\frac{x-2}{x-4} = +\frac{5}{1}$ | $\frac{x-2}{x-4} = -\frac{5}{1}$

$x-2 = 5(x-4)$ | $x-2 = -5(x-4)$

$x-2 = 5x-20$ | $x-2 = -5x+20$

$x-5x = -20+2$ | $x+5x = 20+2$

$-4x = -18$ | $6x = 22$

$x = \frac{-18}{-4}$ | $x = \frac{22}{6}$

$x = \frac{9}{2}$ | $= \frac{11}{3}$

S. Set $= \{\frac{9}{2}, \frac{11}{3}\}$

(vii) $\frac{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}}{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2}} = 2$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2}}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}} = \frac{2+1}{2-1}$$

$$\frac{2\sqrt{x^2+2}}{2\sqrt{x^2-2}} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2-2}} = \frac{3}{1}$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$\left(\frac{\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{x^2-2}}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 \Rightarrow \frac{(\sqrt{x^2+2})^2}{(\sqrt{x^2-2})^2} = \left(\frac{3}{1}\right)^2$$

$$\frac{x^2+2}{x^2-2} = \frac{9}{1} \Rightarrow x^2+2 = 9(x^2-2)$$

$$x^2+2 = 9x^2-18$$

$$x^2-9x^2 = -18-2$$

$$-8x^2 = -20 \Rightarrow x^2 = \frac{-20}{-8} = \frac{5}{2}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{5}{2}}$$

S. Set $= \{\pm\sqrt{\frac{5}{2}}\}$

(viii) $\frac{\sqrt{x^2+8p^2}-\sqrt{x^2-p^2}}{\sqrt{x^2+8p^2}+\sqrt{x^2-p^2}} = \frac{1}{3}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{\sqrt{x^2+8p^2}-\sqrt{x^2-p^2}+\sqrt{x^2+8p^2}+\sqrt{x^2-p^2}}{\sqrt{x^2+8p^2}-\sqrt{x^2-p^2}-\sqrt{x^2+8p^2}-\sqrt{x^2-p^2}} = \frac{1+3}{1-3}$$

$$\frac{2\sqrt{x^2+8p^2}}{-2\sqrt{x^2-p^2}} = \frac{4}{-2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x^2+8p^2}}{\sqrt{x^2-p^2}} = 2$$

طرفین کا مربع لینے سے

$$\left(\frac{\sqrt{x^2+8p^2}}{\sqrt{x^2-p^2}}\right)^2 = (2)^2 \Rightarrow \frac{(\sqrt{x^2+8p^2})^2}{(\sqrt{x^2-p^2})^2} = (2)^2$$

$$\frac{x^2+8p^2}{x^2-p^2} = 4 \Rightarrow x^2+8p^2 = 4(x^2-p^2)$$

$$x^2+8p^2 = 4x^2-4p^2$$

$$x^2-4x^2 = -4p^2-8p^2$$

$$-3x^2 = -12p^2 \Rightarrow x^2 = \frac{-12p^2}{-3} = 4p^2$$

$$x = \pm\sqrt{4p^2} = \pm 2p$$

S-Set $= \{\pm 2p\}$

(ix) $\frac{(x+5)^3-(x-3)^3}{(x+5)^3+(x-3)^3} = \frac{13}{14}$

ترکیب و تفصیل نسبت سے

$$\frac{(x+5)^3-(x-3)^3+(x+5)^3+(x-3)^3}{(x+5)^3-(x-3)^3-(x+5)^3-(x-3)^3} = \frac{13+14}{13-14}$$

$$\frac{2(x+5)^3}{-2(x-3)^3} = \frac{27}{-1} \Rightarrow \frac{(x+5)^3}{(x-3)^3} = (3)^3$$

جذر المکعب لینے سے

$$\sqrt[3]{\frac{(x+5)^3}{(x-3)^3}} = \sqrt[3]{(3)^3} \Rightarrow \left[\left(\frac{x+5}{x-3}\right)^3\right]^{1/3} = (3^3)^{1/3}$$

$$\frac{x+5}{x-3} = \frac{3}{1} \Rightarrow x+5 = 3(x-3)$$

$x+5 = 3x-9$ | $x = \frac{-14}{-2} = 7$

$x-3x = -9-5$ | S. Set $= \{7\}$

$-2x = -14$ |

Exercise 3.5

Q#1 s کا u^2 سے تغیر راست اور v سے تغیر معکوس

$S=7,\ u=3,\ v=2$

$S=?,\ u=6,\ v=10$

$S \propto \frac{u^2}{v}$

$S = k\frac{u^2}{v} \Rightarrow 7 = k\frac{(3)^2}{2}$

$14 = k(9) \Rightarrow \boxed{k = \frac{14}{9}}$

$S = k\frac{u^2}{v}$

$S = \frac{14}{9}\cdot\frac{(6)^2}{10} = \frac{14}{9}\cdot\frac{36}{10} = \frac{28}{5} \Rightarrow \boxed{S = \frac{28}{5}}$

Q#2 $w \propto xy^2z$

$w=5,\ x=2,\ y=3,\ z=10$

$w=?,\ x=4,\ y=7,\ z=3$

$w \propto xy^2z$

$w = kxy^2z$

$5 = k(2)(3)^2(10)$

$5 = k(2)(9)(10)$

$k = \frac{5}{(2)(9)(10)} = \frac{1}{36}$

$w = kxy^2z$

$w = \frac{1}{36}(4)(7)^2(3)$

$= \frac{1}{36}(4)(49)(3) = \frac{49}{3}$

$\boxed{w = \frac{49}{3}}$

Q#3 y کا x^3 سے تغیر راست اور z^2 اور t سے تغیر معکوس

$y=16,\ x=4,\ z=2,\ t=3$

$y=?,\ x=2,\ z=3,\ t=4$

$y \propto \frac{x^3}{z^2t}$

$y = k\frac{x^3}{z^2t}$

$16 = k\frac{(4)^3}{(2)^2(3)} = k\frac{64}{(4)(3)}$

$16 = \frac{16k}{3} \Rightarrow k = \frac{16\times3}{16}$

$\boxed{k=3}$

$y = k\frac{x^3}{z^2t}$

$y = \frac{3(2)^3}{(3)^2(4)} = \frac{3(8)}{(9)(4)}$

$\boxed{y = \frac{2}{3}}$

Q#4 u کا x^2 سے تغیر راست اور yz^3 سے تغیر معکوس

$u=2,\ x=8,\ y=7,\ z=2$

$u=?,\ x=6,\ y=3,\ z=2$

$u \propto \frac{x^2}{yz^3}$

$u = k\frac{x^2}{yz^3}$

$2 = k\frac{(8)^2}{(7)(2)^3} = k\frac{64}{7(8)}$

$2 = \frac{8k}{7}$

$k = \frac{(2)(7)}{8} = \frac{7}{4}$

$u = k\frac{x^2}{yz^3}$

$u = \frac{7}{4}\cdot\frac{(6)^2}{(3)(2)^3}$

$= \frac{7(36)}{(4)(3)(8)} = \frac{21}{8}$

$\boxed{u = \frac{21}{8}}$

Q#5 v کا xy^3 سے تغیر راست اور z^2 سے تغیر معکوس

$v=27,\ x=7,\ y=6,\ z=7$

$v=?,\ x=6,\ y=2,\ z=3$

$v \propto \frac{xy^3}{z^2}$

$v = k\frac{xy^3}{z^2}$

$27 = k\frac{(7)(6)^3}{(7)^2} = k\frac{(7)(216)}{49}$

$27 = \frac{216k}{7}$

$k = \frac{(7)(27)}{216} = \frac{7}{8}$

$v = k\frac{xy^3}{z^2}$

$v = \frac{7}{8}\cdot\frac{(6)(2)^3}{(3)^2}$

$= \frac{(7)(6)(8)}{(8)(9)} = \frac{14}{3}$

$\boxed{v = \frac{14}{3}}$

Q#6 w کا u کے مکعب سے تغیر معکوس ہو

$w=5,\ u=3$

$w=?,\ u=6$

$w \propto \frac{1}{u^3}$

$w = \frac{k}{u^3}$

$5 = \frac{k}{(3)^3}$

$5 = \frac{k}{27}$

$k = (27)(5) = 135$

$w = \frac{k}{u^3}$

$= \frac{135}{(6)^3}$

$= \frac{135}{216} = \frac{5}{8}$

$\boxed{w = \frac{5}{8}}$

Exercise 3.6

Q#1 اگر $a:b = c:d$ ہو تو ثابت کیجئے

(i) $\frac{4a-9b}{4a+9b} = \frac{4c-9d}{4c+9d}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ فرض کیا

$\frac{a}{b} = k \Rightarrow \boxed{a = bk}$, $\frac{c}{d} = k \Rightarrow \boxed{c = dk}$

$\frac{4a-9b}{4a+9b} = \frac{4c-9d}{4c+9d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{4(bk)-9b}{4(bk)+9b} = \frac{4(dk)-9d}{4(dk)+9d}$

$\frac{4bk-9b}{4bk+9b} = \frac{4dk-9d}{4dk+9d} \Rightarrow \frac{b(4k-9)}{b(4k+9)} = \frac{d(4k-9)}{d(4k+9)}$

$\frac{4k-9}{4k+9} = \frac{4k-9}{4k+9}$

LHS = RHS

(ii) $\frac{6a-5b}{6a+5b} = \frac{6c-5d}{6c+5d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{6(bk)-5b}{6(bk)+5b} = \frac{6(dk)-5d}{6(dk)+5d}$

$\frac{6bk-5b}{6bk+5b} = \frac{6dk-5d}{6dk+5d}$

$\frac{b(6k-5)}{b(6k+5)} = \frac{d(6k-5)}{d(6k+5)}$

$\frac{6k-5}{6k+5} = \frac{6k-5}{6k+5}$

LHS = RHS

(iii) $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{a^2+c^2}{b^2+d^2}}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$\frac{bk}{b} = \sqrt{\frac{(bk)^2+(dk)^2}{b^2+d^2}}$

$k = \sqrt{\frac{b^2k^2+d^2k^2}{b^2+d^2}}$

$k = \sqrt{\frac{k^2(b^2+d^2)}{(b^2+d^2)}}$

$k = \sqrt{k^2}$

$k = k$

LHS = RHS

(iv) $a^6+c^6 : b^6+d^6 = a^3c^3 : b^3d^3$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$(bk)^6+(dk)^6 : b^6+d^6 = (bk)^3(dk)^3 : b^3d^3$

$b^6k^6+d^6k^6 : b^6+d^6 = (b^3k^3)(d^3k^3) : b^3d^3$

$k^6(b^6+d^6) : b^6+d^6 = b^3d^3k^6 : b^3d^3$

$\frac{k^6(b^6+d^6)}{(b^6+d^6)} = \frac{b^3d^3k^6}{b^3d^3}$

$k^6 = k^6$

LHS = RHS.

www.pakcity.org

(v) $p(a+b)+qb : p(c+d)+qd = a:c$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$p(bk+b)+qb : p(dk+d)+qd = bk:dk$

$pb(k+1)+qb : pd(k+1)+qd = bk:dk$

$b[p(k+1)+q] : d[p(k+1)+q] = bk:dk$

$$\frac{b[p(k+1)+q]}{d[p(k+1)+q]} = \frac{bk}{dk} \Rightarrow \frac{b}{d} = \frac{b}{d}$$

LHS = RHS

(vi) $a^2+b^2 : \frac{a^3}{a+b} = c^2+d^2 : \frac{c^3}{c+d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$$(bk)^2+b^2 : \frac{(bk)^3}{bk+b} = (dk)^2+d^2 : \frac{(dk)^3}{dk+d}$$

$$b^2k^2+b^2 : \frac{b^3k^3}{bk+b} = d^2k^2+d^2 : \frac{d^3k^3}{dk+d}$$

$$b^2(k^2+1) : \frac{b^3k^3}{b(k+1)} = d^2(k^2+1) : \frac{d^3k^3}{d(k+1)}$$

$$\frac{b^2(k^2+1)}{b^3k^3/b(k+1)} = \frac{d^2(k^2+1)}{d^3k^3/d(k+1)}$$

$$\frac{b^2(k^2+1)b(k+1)}{b^3k^3} = \frac{d^2(k^2+1)d(k+1)}{d^3k^3}$$

$$\frac{(k+1)(k^2+1)}{k^3} = \frac{(k+1)(k^2+1)}{k^3}$$

LHS = RHS

(vii) $\frac{a}{a-b} : \frac{a+b}{b} = \frac{c}{c-d} : \frac{c+d}{d}$

a اور c کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{bk}{bk-b} : \frac{bk+b}{b} = \frac{dk}{dk-d} : \frac{dk+d}{d}$$

$$\frac{bk}{b(k-1)} : \frac{b(k+1)}{b} = \frac{dk}{d(k-1)} : \frac{d(k+1)}{d}$$

$$\frac{k}{k-1} : \frac{k+1}{1} = \frac{k}{k-1} : \frac{k+1}{1}$$

$$\frac{k}{k-1} \Big/ \frac{k+1}{1} = \frac{k}{k-1} \Big/ \frac{k+1}{1}$$

$$\frac{k}{k-1} \times \frac{1}{k+1} = \frac{k}{k-1} \times \frac{1}{k+1}$$

$$\frac{k}{(k-1)(k+1)} = \frac{k}{(k-1)(k+1)}$$

LHS = RHS

Q#2

اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ہو تو ثابت کریں

فرض کیا $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$

$\frac{a}{b} = k, \quad \frac{c}{d} = k, \quad \frac{e}{f} = k$

$\boxed{a = bk}, \quad \boxed{c = dk}, \quad \boxed{e = fk}$

(i) $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{a^2+c^2+e^2}{b^2+d^2+f^2}}$

a، c اور e کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{bk}{b} = \sqrt{\frac{(bk)^2+(dk)^2+(fk)^2}{b^2+d^2+f^2}}$$

$$k = \sqrt{\frac{b^2k^2+d^2k^2+f^2k^2}{b^2+d^2+f^2}} = \sqrt{\frac{k^2(b^2+d^2+f^2)}{(b^2+d^2+f^2)}}$$

$k = \sqrt{k^2} \Rightarrow k = k$

LHS = RHS

(ii) $\frac{ac+ce+ea}{bd+df+fb} = \left(\frac{ace}{bdf}\right)^{2/3}$

a، c اور e کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{(bk)(dk)+(dk)(fk)+(fk)(bk)}{bd+df+fb} = \left(\frac{bk\,dk\,fk}{bdf}\right)^{2/3}$$

$$\frac{bdk^2+dfk^2+fbk^2}{bd+df+fb} = \left(\frac{bdfk^3}{bdf}\right)^{2/3}$$

$$\frac{k^2(bd+df+fb)}{(bd+df+fb)} = (k^3)^{2/3}$$

$$k^2 = k^{3\times\frac{2}{3}} = k^2$$

LHS = RHS

(iii) $\frac{ac}{bd} + \frac{ce}{df} + \frac{ea}{fb} = \frac{a^2}{b^2} + \frac{c^2}{d^2} + \frac{e^2}{f^2}$

a، c اور e کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{(bk)(dk)}{bd} + \frac{(dk)(fk)}{df} + \frac{(fk)(bk)}{fb} = \frac{(bk)^2}{b^2} + \frac{(dk)^2}{d^2} + \frac{(fk)^2}{f^2}$$

$$\frac{bdk^2}{bd} + \frac{dfk^2}{df} + \frac{fbk^2}{fb} = \frac{b^2k^2}{b^2} + \frac{d^2k^2}{d^2} + \frac{f^2k^2}{f^2}$$

$k^2+k^2+k^2 = k^2+k^2+k^2$

$3k^2 = 3k^2$

LHS = RHS

Exercise 3.7

Q#1

رقبہ A اور ضلع l کے مربع میں تغیر راست ہے

$A = 27$ مربع انچ، $l = 3$ انچ

$A\propto l^2$

$A = kl^2$

$27 = k(3)^2$

$27 = k(9)$

$k = \frac{27}{9}$

$\boxed{k = 3}$

$A = ?$، $l = 4$ انچ

$A = kl^2$

$= 3(4)^2$

$= 3(16)$

$\boxed{A = 48}$ مربع انچ

$A = 12$ مربع انچ، $l = ?$

$A = kl^2$

$12 = 3l^2$

$\frac{12}{3} = l^2$

$l^2 = 4$

$\boxed{l = 2}$ انچ $\because l>0$

Q#2

سطحی رقبہ S اور رداس r کے مربع میں تغیر راست ہے

$S = 36\pi,\ r = ?$ & $r = 2,\ S = 16\pi$

$S \propto r^2$

$S = kr^2$

$16\pi = k(2)^2$

$16\pi = k(4)$

$k = \frac{16\pi}{4}$

$k = 4\pi$

$S = kr^2$

$36\pi = 4\pi r^2$

$\frac{36\pi}{4\pi} = r^2$

$r^2 = 9$

$\boxed{r = 3}$ $\because r>0$

www.pakcity.org

Q#3

قوت F کا کھینچاؤ کی مقدار S سے تغیر راست ہے

$F = ?$	$S = ?$	$F = 32$ پاؤنڈ
$S = 0.8$ انچ	$F = 50$ پاؤنڈ	$S = 1.6$ انچ

$F \propto S$

$F = KS$

$32 = K(1.6)$

$K = \frac{32}{1.6}$

$K = \frac{32}{16} \times 10$

$K = 20$

$F = KS$

$50 = 20S$

$S = \frac{50}{20}$

$S = 2.5$ انچ

$F = KS$

$= (20)(0.8)$

$F = 16$ پاؤنڈ

Q#4

روشنی کی شدت I کا فاصلے d کے مربع میں تغیر معکوس ہے

فاصلہ $= d = 12$ فٹ

شدت $= I = 20$ کینڈل پاور

فاصلہ $= 8$ فٹ

$I = ?$

$I \propto \frac{1}{d^2}$

$I = \frac{K}{d^2}$

$20 = \frac{K}{(12)^2} = \frac{K}{144}$

$K = 144 \times 20$

$K = 2880$

$I = \frac{K}{d^2}$

$= \frac{2880}{(8)^2} = \frac{2880}{64}$

$I = 45$ کینڈل پاور

Q#5

مائع کے دباؤ P کا گہرائی d میں تغیر راست ہے

بلندی $= d = 5$ فٹ

دباؤ $= P = 2.25$ پاؤنڈ فی مربع انچ

بلندی $= d = ?$

دباؤ $= 9$ پاؤنڈ فی مربع انچ

$P \propto d$

$P = Kd$

$2.25 = K(5)$

$K = \frac{2.25}{5}$

$K = 0.45$

$P = Kd$

$9 = (0.45)d$

$d = \frac{9}{0.45} = 20$

$d = 20$ فٹ

Q#6

مزدوری خرچ C کا مزدوروں کی تعداد n اور دن d میں تغیر مشترک

مزدور $= n = 800$

دن $= d = 13$

خرچ $= C = 286000$

مزدور $= n = 600$

دن $= d = 18$

خرچ $= C = ?$

$C \propto nd$

$C = Knd$

$286000 = K(13)(800)$

$K = \frac{286000}{(13)(800)}$

$K = 27.5$

$C = Knd$

$= (27.5)(600)(18)$

$C = 297000$ روپے

Q#7

ستون کے بوجھ C کا اس کے قطر کی چوتھی قوت میں تغیر راست اور لمبائی l کے مربع میں تغیر معکوس

بوجھ $= C = 63$ ٹن

قطر $= d = 6$ انچ

لمبائی $= l = 30$ فٹ

بوجھ $= C = 28$ ٹن

قطر $= d = 4$ انچ

لمبائی $= l = ?$

$C \propto \frac{d^4}{l^2}$

$C = \frac{Kd^4}{l^2}$

$63 = K\frac{(6)^4}{(30)^2} = K\frac{(1296)}{900}$

$K = \frac{(63)(900)}{1296}$

$K = 43.75$

$C = \frac{Kd^4}{l^2}$

$l^2 = \frac{Kd^4}{C} = \frac{(43.75)(4)^4}{28}$

$l^2 = \frac{(43.75)(256)}{28} = \frac{1120}{28}$

$l^2 = 400$

$l = \sqrt{400} = 20$ فٹ

Q#8

بوجھ اٹھانے کے لیے وقت T کا وزن w، گہرائی d کے ساتھ تغیر راست اور موٹر کی قوت P کے ساتھ تغیر معکوس ہے

وزن $= w = 500$ پاؤنڈ

گہرائی $= d = 40$ فٹ

پاور $= P = 4$ ہارس

وقت $= T = 25$ سیکنڈ

وقت $= T = 40$ سیکنڈ

وزن $= w = 800$ پاؤنڈ

گہرائی $= d = 120$ فٹ

پاور $= P = ?$

$T \propto \frac{wd}{P}$

$T = K\frac{wd}{P}$

$25 = K\frac{(500)(40)}{4} = K(5000)$

$K = \frac{25}{5000} = \frac{1}{200} \Rightarrow K = \frac{1}{200}$

$T = K\frac{wd}{P} \Rightarrow P = \frac{Kwd}{T}$

$P = \frac{1}{200}\frac{(800)(120)}{40} = 12 \Rightarrow P = 12$ ہارس پاور

Q#9

K.E کا m اور v کے مربع میں تغیر مشترک ہے

کمیت $= m = 45$ پاؤنڈ

رفتار $= v = 24$ فٹ فی سیکنڈ

$K.E = 4320$

$v = 44$ فٹ فی سیکنڈ

$m = 3000$ پاؤنڈ

$K.E = ?$

$K.E \propto mv^2$

$K.E = Kmv^2$

$4320 = K(45)(24)^2$

$4320 = K(45)(576)$

$K = \frac{4320}{(45)(576)} = 0.1667$

$K.E = Kmv^2$

$= (0.1667)(3000)(44)^2$

$= (0.1667)(3000)(1936)$

$K.E = 500 \times 1936 = 968000$ فٹ پاؤنڈ

متفرق مشق 3

Q#2

(vi) $6 : x :: 3 : 5$ معلوم کریں

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$6 \times 5 = 3x$

$\frac{30}{3} = x$

$x = 10$

(vii) 28, 4 کا تیسرا متناسب

فرض کیا تیسرا تناسب $= x$

$28 : 4 :: 4 : x$

وسطین کا = طرفین کا

$28x = 16$

$x = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}$

$x = \frac{4}{7}$

(viii) $u \propto \frac{1}{v}$

$u = 8$, $v = 3$

$u = 12$, $v = ?$

$u = \frac{K}{v}$

$8 = \frac{K}{3}$

$K = 24$

$u = \frac{K}{v}$

$v = \frac{K}{u} = \frac{24}{12}$

$v = 2$

(xi) $y \propto \frac{x^2}{z}$

$y = 28$, $z = 2$, $x = 7$, $y = ?$

$y = \frac{Kx^2}{z}$

$28 = \frac{K(7)^2}{(2)} = \frac{K(49)}{2}$

$K = \frac{28 \times 2}{49} = \frac{8}{7}$

$y = \frac{Kx^2}{z} = \frac{8}{7}\frac{x^2}{z}$

(vii) $x \propto y^2$

$x = 27$, $y = 4$

$x = 3$, $y = ?$

$x = Ky^2$

$27 = K(4)^2$

$K = \frac{27}{16}$

$x = Ky^2$

$3 = \frac{27}{16}y^2$

$y^2 = \frac{16 \times 3}{27}$

$y^2 = \frac{16}{9}$

$y = \pm\sqrt{\frac{16}{9}} = \pm\frac{4}{3}$

(xiii) $z \propto xy$

$z = 36$, $y = 3$, $x = 2$, $z = ?$

$z = Kxy$

$36 = K(2)(3)$

$K = \frac{36}{(2)(3)} = 6 \Rightarrow K = 6$

$z = Kxy = 6xy$

(ix) 8, 7, 6 کا چوتھا تناسب

فرض کیا چوتھا تناسب $= x$

$8 : 7 :: 6 : x$

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$(8)x = (7)(6)$

$x = \frac{42}{8}$

$x = \frac{21}{4}$

پس چوتھا متناسب $= \frac{21}{4}$

(xiv) $w \propto \frac{1}{v^2}$

$w = 2$, $v = 3$, $w = ?$

$w = \frac{K}{v^2}$

$2 = \frac{K}{(3)^2} = \frac{K}{9}$

$K = (2)(9) = 18$

$w = \frac{K}{v^2}$

$w = \frac{18}{v^2}$

(x) 16 اور 49 کا وسطی التناسب

فرض کیا وسطی التناسب $= x$

$16 : x :: x : 49$

وسطین = طرفین

$16 \times 49 = x^2$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{16 \times 49} \Rightarrow x = 4 \times 7 = 28$

www.pakcity.org EDUCATION

Maths 10th Unit # 4

pakcity.org

Exercise 4.1

Q#1 جزوی کسروں میں تحلیل کریں۔

$$\frac{7x-9}{(x+1)(x-3)}$$

فرض کیا کہ

$$\frac{7x-9}{(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-3)$ سے ضرب دینے سے

$$7x-9 = A(x-3) + B(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یعنی $x=-1$ درج کرنے سے

$$7(-1)-9 = A(-1-3) + B(-1+1)$$
$$-7-9 = A(-4) + B(0)$$
$$-16 = -4A + 0 \Rightarrow A = \frac{-16}{-4} = 4$$

$\boxed{A=4}$

مساوات (ii) میں $x-3=0$ یعنی $x=3$ درج کرنے سے

$$7(3)-9 = A(3-3) + B(3+1)$$
$$21-9 = A(0) + B(4)$$
$$12 = 4B \Rightarrow B = \frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{B=3}$$

مساوات (i) میں A اور B کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{7x-9}{(x+1)(x-3)} = \frac{4}{x+1} + \frac{3}{x-3}$$

Q#2 $$\frac{x-11}{(x-4)(x+3)}$$

فرض کیا کہ

$$\frac{x-11}{(x-4)(x+3)} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x+3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-4)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$x-11 = A(x+3) + B(x-4) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$-3-11 = A(-3+3) + B(-3-4)$$
$$-14 = A(0) + B(-7)$$
$$-14 = -7B \Rightarrow B = \frac{-14}{-7} = 2 \Rightarrow \boxed{B=2}$$

مساوات (ii) میں $x-4=0$ یا $x=4$ درج کرنے سے

$$4-11 = A(4+3) + B(4-4)$$
$$-7 = A(7) + B(0)$$
$$-7 = 7A \Rightarrow A = \frac{-7}{7} = -1 \Rightarrow \boxed{A=-1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x-11}{(x-4)(x+3)} = \frac{-1}{x-4} + \frac{2}{x+3}$$

Q#3 $$\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{3x-1}{(x+1)(x-1)}$$

فرض کیا کہ

$$\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{3x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$3x-1 = A(x-1) + B(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$3(-1)-1 = A(-1-1) + B(-1+1)$$
$$-3-1 = A(-2) + B(0)$$
$$-4 = -2A \Rightarrow A = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$3(1)-1 = A(1-1) + B(1+1)$$
$$3-1 = A(0) + B(2)$$
$$2 = 2B \Rightarrow B = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{B=1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

Q#4 $$\frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{x-5}{x^2+3x-x-3} = \frac{x-5}{x(x+3)-1(x+3)} = \frac{x-5}{(x+3)(x-1)}$$

فرض کیا کہ

$$\frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{x-5}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+3)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$x-5 = A(x-1) + B(x+3) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$-3-5 = A(-3-1) + B(-3+3)$$
$$-8 = A(-4) + B(0)$$
$$-8 = -4A \Rightarrow A = \frac{-8}{-4} = 2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1-5 = A(1-1) + B(1+3)$$
$$-4 = A(0) + B(4)$$
$$-4 = 4B \Rightarrow B = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow \boxed{B=-1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x-5}{x^2+2x-3} = \frac{2}{x+3} + \frac{-1}{x-1} = \frac{2}{x+3} - \frac{1}{x-1}$$

Q#5 $$\frac{3x+3}{(x-1)(x+2)}$$

فرض کیا کہ

$$\frac{3x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-1)(x+2)$ سے ضرب دینے سے

$$3x+3 = A(x+2) + B(x-1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$3(1)+3 = A(1+2) + B(1-1)$$
$$3+3 = A(3) + B(0)$$
$$6 = 3A \Rightarrow A = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$3(-2)+3 = A(-2+2) + B(-2-1)$$
$$-6+3 = A(0) + B(-3)$$
$$-3 = -3B \Rightarrow B = \frac{-3}{-3} = 1 \Rightarrow \boxed{B=1}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x+3}{(x-1)(x+2)} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+2}$$

Q#6 $$\frac{7x-25}{(x-4)(x-3)}$$

فرض کیا کہ

$$\frac{7x-25}{(x-4)(x-3)} = \frac{A}{x-4} + \frac{B}{x-3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-4)(x-3)$ سے ضرب دینے سے

$7x-25 = A(x-3)+B(x-4) \longrightarrow (ii)$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-4=0$ یا $x=4$ درج کرنے سے

$7(4)-25 = A(4-3)+B(4-4)$

$28-25 = A(1)+B(0)$

$3 = A \Rightarrow \boxed{A=3}$

مساوات (ii) میں $x-3=0$ یا $x=3$ درج کرنے سے

$7(3)-25 = A(3-3)+B(3-4)$

$21-25 = A(0)+B(-1)$

$-4 = -B \Rightarrow \boxed{B=4}$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{7x-25}{(x-4)(x-3)} = \frac{3}{x-4} + \frac{4}{x-3}$$

Q#7

$$\frac{x^2+2x+1}{(x-2)(x+3)} = \frac{x^2+2x+1}{x^2+x-6}$$

دی ہوئی کسر چونکہ غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$\begin{array}{r|l} x^2+x-6 & x^2+2x+1 \quad (1 \\ & \underline{\pm x^2 \pm x \mp 6} \\ & x+7 \end{array}$$

$$\frac{x^2+2x+1}{(x-2)(x+3)} = 1 + \frac{x+7}{x^2+x-6} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا

$$\frac{x+7}{x^2+x-6} = \frac{x+7}{(x-2)(x+3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+3} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $(x-2)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$x+7 = A(x+3)+B(x-2) \longrightarrow (iii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x-2=0$ یا $x=2$ درج کرنے سے

$2+7 = A(2+3)+B(2-2)$

$9 = A(5)+B(0)$

$9 = 5A \Rightarrow \boxed{A = \frac{9}{5}}$

مساوات (iii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$-3+7 = A(-3+3)+B(-3-2)$

$4 = A(0)+B(-5)$

$4 = -5B \Rightarrow \boxed{B = -\frac{4}{5}}$

A اور B کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{x+7}{x^2+x-6} = \frac{x+7}{(x-2)(x+3)} = \frac{9/5}{x-2} + \frac{-4/5}{x+3}$$

$$= \frac{9}{5(x-2)} - \frac{4}{5(x+3)}$$

اب مساوات (i) سے

$$\frac{x^2+2x+1}{(x-2)(x+3)} = 1 + \frac{9}{5(x-2)} - \frac{4}{5(x+3)}$$

Q#8

$$\frac{6x^3+5x^2-7}{3x^2-2x-1}$$

دی ہوئی کسر غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$\begin{array}{r|l} 3x^2-2x-1 & 6x^3+5x^2-7 \quad (2x+3 \\ & \underline{\pm 6x^3 \mp 4x^2 \mp 2x} \\ & 9x^2+2x-7 \\ & \underline{\pm 9x^2 \mp 6x \mp 3} \\ & 8x-4 \end{array}$$

$$\frac{6x^3+5x^2-7}{3x^2-2x-1} = 2x+3 + \frac{8x-4}{3x^2-2x-1} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا

$$\frac{8x-4}{3x^2-2x-1} = \frac{8x-4}{3x^2-3x+1x-1} = \frac{8x-4}{3x(x-1)+1(x-1)}$$

$$= \frac{8x-4}{(x-1)(3x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{3x+1} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $(x-1)(3x+1)$ سے ضرب دینے سے

$8x-4 = A(3x+1)+B(x-1) \longrightarrow (iii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x-1=0$ یا $x=+1$ درج کرنے سے

$8(+1)-4 = A(3(+1)+1)+B(+1-1)$

$+8-4 = A(+3+1)+B(0)$

$+4 = +4A \Rightarrow \frac{4}{4} = A \Rightarrow \boxed{A=1}$

مساوات (iii) میں $3x+1=0$ یا $3x=-1$ یا $x=-\frac{1}{3}$ درج کرنے سے

$8\left(-\frac{1}{3}\right)-4 = A\left[3\left(-\frac{1}{3}\right)+1\right]+B\left(-\frac{1}{3}-1\right)$

$-\frac{8}{3}-\frac{4}{1} = A(-1+1)+B\left(\frac{-1-3}{3}\right)$

$\frac{-8-12}{3} = A(0)+B\left(-\frac{4}{3}\right)$

$-\frac{20}{3} = -\frac{4}{3}B \Rightarrow B = -\frac{20}{3} \times -\frac{3}{4} = 5 \Rightarrow \boxed{B=5}$

A اور B کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{8x-4}{(x-1)(3x+1)} = \frac{1}{x-1} + \frac{5}{3x+1}$$

اب مساوات (i) سے

$$\frac{6x^3+5x^2-7}{3x^2-2x-1} = (2x+3) + \frac{1}{x-1} + \frac{5}{3x+1}$$

Exercise 4.2

جزوی کسور میں تحلیل کریں۔

Q#1

$$\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)}$$

فرض کیا

$$\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-1)^2(x-2)$ سے ضرب دینے سے

$x^2-3x+1 = A(x-1)(x-2)+B(x-2)+C(x-1)^2 \longrightarrow (ii)$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$(1)^2-3(1)+1 = A(1-1)(1-2)+B(1-2)+C(1-1)^2$

$1-3+1 = A(0)(-1)+B(-1)+C(0)^2$

$-1 = 0 - B + 0 \Rightarrow \boxed{B=1}$

مساوات (ii) میں $x-2=0$ یا $x=2$ درج کرنے سے

$(2)^2-3(2)+1 = A(2-1)(2-2)+B(2-2)+C(2-1)^2$

$4-6+1 = A(1)(0)+B(0)+C(1)^2$

$-1 = 0+0+C \Rightarrow \boxed{C=-1}$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$A+C=1$

$A-1=1 \Rightarrow A=1+1=2 \Rightarrow \boxed{A=2}$

www.pakcity.org

(3) مساوات (i) میں A، B، C کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{x^2-3x+1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{-1}{(x-2)}$$

$$=\frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{1}{(x-2)}$$

Q#2 $\frac{x^2+7x+11}{(x+2)^2(x+3)}$

فرض کیا

$$\frac{x^2+7x+11}{(x+2)^2(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{(x+2)^2}+\frac{C}{x+3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+2)^2(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+7x+11 = A(x+2)(x+3)+B(x+3)+C(x+2)^2 \longrightarrow (ii)$$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$(-2)^2+7(-2)+11 = A(-2+2)(-2+3)+B(-2+3)+C(-2+2)^2$$

$$4-14+11 = A(0)(1)+B(1)+C(0)^2$$

$$1 = 0+B+0 \Rightarrow \boxed{B=1}$$

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$(-3)^2+7(-3)+11 = A(-3+2)(-3+3)+B(-3+3)+C(-3+2)^2$$

$$9-21+11 = A(-1)(0)+B(0)+C(-1)^2$$

$$-1 = 0+0+C(1) \Rightarrow \boxed{C=-1}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$$A+C=1$$

$$A-1=1 \Rightarrow A=1+1=2 \Rightarrow \boxed{A=2}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+7x+11}{(x+2)^2(x+3)} = \frac{2}{x+2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{-1}{x+3}$$

$$=\frac{2}{x+2}+\frac{1}{(x+2)^2}-\frac{1}{x+3}$$

Q#3 $\frac{9}{(x-1)(x+2)^2}$

$$\frac{9}{(x-1)(x+2)^2} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2}+\frac{C}{(x+2)^2} \longrightarrow (i)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x-1)(x+2)^2$ سے ضرب دینے سے

$$9 = A(x+2)^2+B(x-1)(x+2)+C(x-1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$9 = A(1+2)^2+B(1-1)(1+2)+C(1-1)$$

$$9 = A(3)^2+B(0)(3)+C(0)$$

$$9 = 9A+0+0 \Rightarrow 9A=9 \Rightarrow A=\frac{9}{9}=1 \Rightarrow \boxed{A=1}$$

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$9 = A(-2+2)^2+B(-2-1)(-2+2)+C(-2-1)$$

$$9 = A(0)^2+B(-3)(0)+C(-3)$$

$$9 = 0+0-3C \Rightarrow C=\frac{9}{-3}=-3 \Rightarrow \boxed{C=-3}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$$A+B=0$$

$$1+B=0 \Rightarrow \boxed{B=-1}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{9}{(x-1)(x+2)^2} = \frac{1}{x-1}+\frac{-1}{(x+2)}+\frac{-3}{(x+2)^2}$$

$$=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}$$

Q#4 $\frac{x^4+1}{x^2(x-1)}$

چونکہ دی گئی کسر غیر واجب کسر ہے

بذریعہ تقسیم

$$=\frac{x^4+1}{x^3-x^2}$$

$$\begin{array}{r|l} & x+1 \\ x^3-x^2 & x^4+1 \\ & \pm x^4 \mp x^3 \\ & x^3+1 \\ & \pm x^3 \mp x^2 \\ & x^2+1 \end{array}$$

$$=(x+1)+\frac{x^2+1}{x^3-x^2} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا

$$\frac{x^2+1}{x^3-x^2} = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x-1} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $x^2(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+1 = A(x)(x-1)+B(x-1)+C(x^2) \longrightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x=0$ درج کرنے سے

$$(0)^2+1 = A(0)(0-1)+B(0-1)+C(0)^2$$

$$0+1 = 0+B(-1)+0 \Rightarrow 1=-B \Rightarrow \boxed{B=-1}$$

مساوات (iii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$(1)^2+1 = A(1)(1-1)+B(1-1)+C(1)^2$$

$$1+1 = A(1)(0)+B(0)+C(1)$$

$$2 = 0+0+C \Rightarrow \boxed{C=2}$$

مساوات (iii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$$A+C=1$$

$$A+2=1 \Rightarrow A=1-2=-1 \Rightarrow \boxed{A=-1}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+1}{x^3-x^2} = \frac{-1}{x}+\frac{-1}{x^2}+\frac{2}{x-1}$$

اب مساوات (i) سے

$$\frac{x^4+1}{x^2(x-1)} = (x+1)+\frac{-1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x-1}$$

Q#5 $\frac{7x+4}{(3x+2)(x+1)^2}$

فرض کیا

$$\frac{7x+4}{(3x+2)(x+1)^2} = \frac{A}{(3x+2)}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(3x+2)(x+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$7x+4 = A(x+1)^2+B(x+1)(3x+2)+C(3x+2) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $3x+2=0$ یا $3x=-2$ یا $x=-\frac{2}{3}$ درج کرنے سے

$$7\left(-\frac{2}{3}\right)+4 = A\left(-\frac{2}{3}+1\right)^2+B\left(-\frac{2}{3}+1\right)\left(3\left(-\frac{2}{3}\right)+2\right)+C\left(3\left(-\frac{2}{3}\right)+2\right)$$

$$\frac{-14}{3}+\frac{4}{1} = A\left(\frac{-2+3}{3}\right)^2+B\left(\frac{-2+3}{3}\right)(-2+2)+C(-2+2)$$

$$\frac{-14+12}{3} = A\left(\frac{1}{3}\right)^2+B\left(\frac{1}{3}\right)(0)+C(0)$$

$$-\frac{2}{3} = A\left(\frac{1}{9}\right)+0+0 \Rightarrow A=-\frac{2}{3}\times 9=-6 \Rightarrow \boxed{A=-6}$$

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$7(-1)+4 = A(-1+1)^2+B(-1+1)(3(-1)+2)+C(3(-1)+2)$$

$$-7+4 = A(0)^2+B(0)(-3+2)+C(-3+2)$$

$$-3 = 0+0+C(-1) \Rightarrow \boxed{C=3}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$$A+3B=0$$

$$-6+3B=0 \Rightarrow 3B=6 \Rightarrow B=\frac{6}{3}=2 \Rightarrow \boxed{B=2}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{7x+4}{(3x+2)(x+1)^2} = \frac{-6}{3x+2}+\frac{2}{x+1}+\frac{3}{(x+1)^2}$$

www.pakcity.org

Q#6 $\frac{1}{(x-1)^2(x+1)}$

$$\frac{1}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+1} \longrightarrow (i)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x-1)^2(x+1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x-1)(x+1) + B(x+1) + C(x-1)^2 \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1 = A(1-1)(1+1) + B(1+1) + C(1-1)^2$$
$$1 = A(0)(2) + B(2) + C(0)^2$$
$$1 = 0 + 2B + 0 \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow \boxed{B = \tfrac{1}{2}}$$

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A(-1-1)(-1+1) + B(-1+1) + C(-1-1)^2$$
$$1 = A(-2)(0) + B(0) + C(-2)^2$$
$$1 = 0 + 0 + 4C \Rightarrow 4C = 1 \Rightarrow \boxed{C = \tfrac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$$A + C = 0$$
$$A + \tfrac{1}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{A = -\tfrac{1}{4}}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{(x-1)^2(x+1)} = \frac{-1/4}{x-1} + \frac{1/2}{(x-1)^2} + \frac{1/4}{x+1}$$
$$= \frac{-1}{4(x-1)} + \frac{1}{2(x-1)^2} + \frac{1}{4(x+1)}$$

Q#7 $\frac{3x^2+15x+16}{(x+2)^2}$

چونکہ دی گئی کسر غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$= \frac{3x^2+15x+16}{x^2+4x+4}$$

$$x^2+4x+4 \,\overline{)\,3x^2+15x+16\,}\,(3$$
$$\underline{\pm 3x^2 \pm 12x \pm 12}$$
$$3x+4$$

$$= 3 + \frac{3x+4}{x^2+4x+4} \longrightarrow (i)$$

$$\frac{3x+4}{x^2+4x+4} = \frac{3x+4}{(x+2)^2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} \longrightarrow (ii)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x+2)^2$ سے ضرب دینے سے

$$3x+4 = A(x+2) + B \longrightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (iii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$3(-2)+4 = A(-2+2) + B$$
$$-6+4 = A(0) + B$$
$$-2 = 0 + B \Rightarrow \boxed{B = -2}$$

مساوات (iii) میں x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$$\boxed{A = 3}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x+4}{x^2+4x+4} = \frac{3}{x+2} + \frac{-2}{(x+2)^2}$$

مساوات (i) سے

$$\frac{3x^2+15x+16}{(x+2)^2} = 3 + \frac{3}{x+2} - \frac{2}{(x+2)^2}$$

Q#8 $\frac{1}{(x^2-1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)(x-1)(x+1)}$

$$= \frac{1}{(x+1)^2(x-1)}$$

(4)

$$\frac{1}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x-1} \longrightarrow (i)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x+1)^2(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x+1)(x-1) + B(x-1) + C(x+1)^2 \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A(-1+1)(-1-1) + B(-1-1) + C(-1+1)^2$$
$$1 = A(0)(-2) + B(-2) + C(0)^2$$
$$1 = 0 - 2B + 0 \Rightarrow -2B = 1 \Rightarrow \boxed{B = -\tfrac{1}{2}}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1 = A(1+1)(1-1) + B(1-1) + C(1+1)^2$$
$$1 = A(2)(0) + B(0) + C(2)^2$$
$$1 = 0 + 0 + 4C \Rightarrow 1 = 4C \Rightarrow \boxed{C = \tfrac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^2 کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$$A + C = 0$$
$$A + \tfrac{1}{4} = 0 \Rightarrow \boxed{A = -\tfrac{1}{4}}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{-1/4}{x+1} + \frac{-1/2}{(x+1)^2} + \frac{1/4}{x-1}$$
$$= \frac{-1}{4(x+1)} - \frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{4(x-1)}$$

Exercise 4.3

Q#1 جزوی کسروں میں تحلیل کریں۔

$$\frac{3x-11}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \longrightarrow (i)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x+3)(x^2+1)$ سے ضرب دینے سے

$$3x-11 = A(x^2+1) + (Bx+C)(x+3)$$
$$= A(x^2+1) + B(x^2+3x) + C(x+3) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$3(-3)-11 = A((-3)^2+1) + B((-3)^2+3(-3)) + C(-3+3)$$
$$-9-11 = A(9+1) + B(9-9) + C(0)$$
$$-20 = A(10) + B(0) + 0$$
$$-20 = 10A \Rightarrow A = \frac{-20}{10} = -2 \Rightarrow \boxed{A = -2}$$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$$A + B = 0 \quad \& \quad 3B + C = 3$$
$$-2 + B = 0 \qquad 3(2) + C = 3$$
$$\boxed{B = 2} \qquad 6 + C = 3 \Rightarrow C = 3-6 = -3$$
$$\boxed{C = -3}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x-11}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{-2}{x+3} + \frac{2x-3}{x^2+1}$$

Q#2

$$\frac{3x+7}{(x^2+1)(x+3)} = \frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{C}{x+3} \longrightarrow (i)$$ فرض کیا

طرفین کو $(x^2+1)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$3x+7 = (Ax+B)(x+3) + C(x^2+1)$$
$$= A(x^2+3x) + B(x+3) + C(x^2+1) \longrightarrow (ii)$$

www.pakcity.org

(5) یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$3(-3)+7 = A[(-3)^2+3(-3)] + B[-3+3] + C((-3)^2+1)$

$-9+7 = A(9-9) + B(0) + C(9+1)$

$-2 = A(0) + 0 + C(10)$

$10C = -2 \Rightarrow C = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{C = -\frac{1}{5}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$A + C = 0$ & $3A + B = 3$

$A - \frac{1}{5} = 0$; $3\left(\frac{1}{5}\right) + B = 3 \Rightarrow \frac{3}{5} + B = 3$

$\boxed{A = \frac{1}{5}}$; $B = \frac{3}{1} - \frac{3}{5} = \frac{15-3}{5} = \frac{12}{5}$

$\boxed{B = \frac{12}{5}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x+7}{(x^2+1)(x+3)} = \frac{\frac{1}{5}x + \frac{12}{5}}{x^2+1} + \frac{-\frac{1}{5}}{x+3}$$

$$= \frac{x+12}{5(x^2+1)} - \frac{1}{5(x+3)}$$

Q#3

$$\frac{1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \longrightarrow (i) \text{ فرض کیا}$$

طرفین کو $(x+1)(x^2+1)$ سے ضرب دینے سے

$1 = A(x^2+1) + (Bx+C)(x+1)$

$= A(x^2+1) + B(x^2+x) + C(x+1) \longrightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$1 = A[(-1)^2+1] + B[(-1)^2+(-1)] + C(-1+1)$

$1 = A(1+1) + B(1-1) + C(0)$

$1 = A(2) + B(0) + 0$

$2A = 1 \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{2}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$A + B = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} + B = 0 \Rightarrow \boxed{B = -\frac{1}{2}}$

$B + C = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} + C = 0 \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{2}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{(x+1)(x^2+1)} = \frac{1/2}{x+1} + \frac{-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}{x^2+1}$$

$$= \frac{1}{2(x+1)} + \frac{-\left(\frac{x-1}{2}\right)}{x^2+1} = \frac{1}{2(x+1)} - \frac{x-1}{2(x^2+1)}$$

Q#4

$$\frac{9x-7}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \longrightarrow (i) \text{ فرض کیا}$$

طرفین کو $(x+3)(x^2+1)$ سے ضرب دینے سے

$9x-7 = A(x^2+1) + (Bx+C)(x+3)$

$= A(x^2+1) + B(x^2+3x) + C(x+3) \longrightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$9(-3)+7 = A[(-3)^2+1] + B[(-3)^2+3(-3)] + C(-3+3)$

$-27-7 = A(9+1) + B(9-9) + C(0)$

$-34 = 10A + B(0) + 0$

$10A = -34 \Rightarrow A = -\frac{34}{10} = -\frac{17}{5} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{17}{5}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$A + B = 0 \Rightarrow -\frac{17}{5} + B = 0 \Rightarrow \boxed{B = \frac{17}{5}}$

$3B + C = 9 \Rightarrow 3\left(\frac{17}{5}\right) + C = 9 \Rightarrow \frac{51}{5} + C = 9$

$C = \frac{9}{1} - \frac{51}{5} = \frac{45-51}{5} = -\frac{6}{5} \Rightarrow \boxed{C = -\frac{6}{5}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{9x-7}{(x+3)(x^2+1)} = \frac{-17/5}{x+3} + \frac{\frac{17}{5}x - \frac{6}{5}}{x^2+1}$$

$$= \frac{-17}{5(x+3)} + \frac{17x-6}{5(x^2+1)}$$

Q#5

$$\frac{3x+7}{(x+3)(x^2+4)} = \frac{A}{x+3} + \frac{Bx+C}{x^2+4} \longrightarrow (i) \text{ فرض کیا}$$

طرفین کو $(x+3)(x^2+4)$ سے ضرب دینے سے

$3x+7 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x+3)$

$= A(x^2+4) + B(x^2+3x) + C(x+3) \longrightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$3(-3)+7 = A[(-3)^2+4] + B[(-3)^2+3(-3)] + C(-3+3)$

$-9+7 = A(9+4) + B(9-9) + C(0)$

$-2 = 13A + B(0) + 0$

$13A = -2 \Rightarrow \boxed{A = -\frac{2}{13}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$A + B = 0 \Rightarrow -\frac{2}{13} + B = 0 \Rightarrow \boxed{B = \frac{2}{13}}$

$3B + C = 3 \Rightarrow 3\left(\frac{2}{13}\right) + C = 3 \Rightarrow \frac{6}{13} + C = 3$

$C = \frac{3}{1} - \frac{6}{13} = \frac{39-6}{13} = \frac{33}{13} \Rightarrow \boxed{C = \frac{33}{13}}$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{3x+7}{(x+3)(x^2+4)} = \frac{-2/13}{x+3} + \frac{\frac{2}{13}x + \frac{33}{13}}{x^2+4}$$

$$= \frac{-2}{13(x+3)} + \frac{2x+33}{13(x^2+4)}$$

Q#6

$$\frac{x^2}{(x+2)(x^2+4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2+4} \longrightarrow (i) \text{ فرض کیا}$$

طرفین کو $(x+2)(x^2+4)$ سے ضرب دینے سے

$x^2 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x+2)$

$= A(x^2+4) + B(x^2+2x) + C(x+2) \longrightarrow (ii)$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$(-2)^2 = A[(-2)^2+4] + B[(-2)^2+2(-2)] + C(-2+2)$

$4 = A(4+4) + B(4-4) + C(0)$

$4 = 8A + B(0) + 0$

$8A = 4 \Rightarrow A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{2}}$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھتے سے

$A + B = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + B = 1 \Rightarrow B = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{B = \frac{1}{2}}$

$2B + C = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + C = 0$

$1 + C = 0 \Rightarrow \boxed{C = -1}$

www.pakcity.org

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2}{(x+2)(x^2+4)} = \frac{1/2}{x+2} + \frac{\frac{1}{2}x-1}{(x^2+4)}$$

$$= \frac{1}{2(x+2)} + \frac{\frac{x-2}{2}}{x^2+4} = \frac{1}{2(x+2)} + \frac{x-2}{2(x^2+4)}$$

Q#7

$$\frac{1}{x^3+1} = \frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

فرض کیا

$$\frac{1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{(x^2-x+1)} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x^2-x+1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)$$

$$1 = A(x^2-x+1) + B(x^2+x) + C(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A[(-1)^2-(-1)+1] + B[(-1)^2-1] + C(-1+1)$$

$$1 = A(1+1+1) + B(1-1) + C(0)$$

$$1 = 3A + B(0) + 0$$

$$3A = 1 \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{3}}$$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$$A + B = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} + B = 0 \Rightarrow \boxed{B = -\frac{1}{3}}$$

$$-A+B+C = 0 \Rightarrow -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} + C = 0 \Rightarrow \boxed{C = \frac{2}{3}}$$

$$C = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{(x^3+1)} = \frac{1/3}{(x+1)} + \frac{-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}{(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{1}{3(x+1)} + \frac{-\left(\frac{x-2}{3}\right)}{(x^2-x+1)} = \frac{1}{3(x+1)} - \frac{x-2}{3(x^2-x+1)}$$

Q#8

$$\frac{x^2+1}{x^3+1} = \frac{x^2+1}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

فرض کیا

$$= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{(x^2-x+1)} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x^2-x+1)$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+1 = A(x^2-x+1) + (Bx+C)(x+1)$$

$$= A(x^2-x+1) + B(x^2+x) + C(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$(-1)^2+1 = A[(-1)^2-(-1)+1] + B[(-1)^2-1] + C(-1+1)$$

$$1+1 = A(1+1+1) + B(1-1) + C(0)$$

$$2 = 3A + B(0) + 0 \Rightarrow 3A = 2 \Rightarrow \boxed{A = \frac{2}{3}}$$

مساوات (ii) میں x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

$$A + B = 1 \Rightarrow \frac{2}{3} + B = 1 \Rightarrow B = 1 - \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{B = \frac{1}{3}}$$

$$-A+B+C = 0$$

$$-\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + C = 0 \Rightarrow C = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{C = \frac{1}{3}}$$

A، B اور C کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+1}{x^3+1} = \frac{2/3}{x+1} + \frac{\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}}{(x^2-x+1)}$$

$$= \frac{2}{3(x+1)} + \frac{x+1}{3(x^2-x+1)}$$

Exercise 4.4

جزوی کسروں میں تحلیل کریں۔

Q#1

فرض کیا

$$\frac{x^3}{(x^2+4)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+4} + \frac{Cx+D}{(x^2+4)^2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x^2+4)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^3 = (Ax+B)(x^2+4) + Cx+D$$

$$= A(x^3+4x) + B(x^2+4) + Cx + D \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں x^3، x^2، x اور مستقل مقداروں کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

x^3 کے عددی سر: $\boxed{A=1}$

x^2 کے عددی سر: $\boxed{B=0}$

x کے عددی سر:

$$4A + C = 0 \Rightarrow 4(1) + C = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{C = -4}$$

مستقل مقداروں کے عددی سر:

$$4B + D = 0 \Rightarrow 4(0) + D = 0 \Rightarrow 0 + D = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{D = 0}$$

A، B، C اور D کی قیمتوں کو مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^3}{(x^2+4)^2} = \frac{1x+0}{x^2+4} + \frac{-4x+0}{(x^2+4)^2}$$

$$= \frac{x}{x^2+4} - \frac{4x}{(x^2+4)^2}$$

Q#2

فرض کیا

$$\frac{x^4+3x^2+x+1}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^4+3x^2+x+1 = A(x^2+1)^2 + (Bx+C)(x^2+1)(x+1) + (Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1) + (Bx+C)(x^3+x^2+x+1) + (Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1) + B(x^4+x^3+x^2+x) + C(x^3+x^2+x+1) + D(x^2+x) + E(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے

مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$(-1)^4+3(-1)^2-1+1 = A[(-1)^4+2(-1)^2+1] + B[(-1)^4+(-1)^3+(-1)^2-1] + C[(-1)^3+(-1)^2-1+1] + D[(-1)^2-1] + E(-1+1)$$

$$1+3(1) = A(1+2+1) + B(1-1+1-1) + C(-1+1) + D(1-1) + E(0)$$

$$4 = A(4) + B(0) + C(0) + D(0) + 0$$

$$4 = 4A \Rightarrow A = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \boxed{A=1}$$

مساوات (ii) میں x^4، x^3، x^2، x اور مستقل مقداروں کے عددی سروں کو برابر رکھتے ہیں

x^4 کے عددی سر:

$$A+B = 1 \Rightarrow 1 + B = 1 \Rightarrow B = 1-1 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{B=0}$$

x^3 کے عددی سر:

$$B+C = 0 \Rightarrow 0 + C = 0 \Rightarrow \boxed{C=0}$$

x^2 کے عددی سر:

$$2A+B+C+D = 3 \Rightarrow 2(1)+0+0+D = 3$$

$$2+D = 3 \Rightarrow D = 3-2 = 1 \Rightarrow \boxed{D=1}$$

x کے عددی سر:

$$B+C+D+E = 1 \Rightarrow 0+0+1+E = 1$$

$$1+E = 1 \Rightarrow E = 1-1 = 0 \Rightarrow \boxed{E=0}$$

A، B، C، D اور E کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^4+3x^2+x+1}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{1}{x+1} + \frac{(0)x+0}{x^2+1} + \frac{1x+0}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{0}{x^2+1} + \frac{x}{(x^2+1)^2} = \frac{1}{x+1} + \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

Q#3

$$\frac{x^2}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} \rightarrow (i) \text{ فرض کیا}$$

طرفین کو $(x+1)(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^2 = A(x^2+1)^2 + (Bx+C)(x+1)(x^2+1) + (Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1) + (Bx+C)(x^3+x^2+x+1) + (Dx+E)(x+1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1) + B(x^4+x^3+x^2+x) + C(x^3+x^2+x+1)$$

$$+ D(x^2+x) + E(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے
مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$(-1)^2 = A[(-1)^4+2(-1)^2+1] + B[(-1)^4+(-1)^3+(-1)^2+(-1)]$$

$$+ C[(-1)^3+(-1)^2+(-1)+1] + D[(-1)^2+(-1)] + E(-1+1)$$

$$1 = A(1+2+1) + B(1-1+1-1) + C(-1+1-1+1) + D(1-1) + E(0)$$

$$1 = 4A + 0 + 0 + 0$$

$$4A = 1 \Rightarrow \boxed{A = \frac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^4, x^3, x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

x^4 کے عددی سر

$$A+B=0 \Rightarrow \frac{1}{4}+B=0 \Rightarrow \boxed{B=-\frac{1}{4}}$$

x^3 کے عددی سر

$$B+C=0 \Rightarrow -\frac{1}{4}+C=0 \Rightarrow \boxed{C=\frac{1}{4}}$$

x^2 کے عددی سر

$$2A+B+C+D=1$$

$$2\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + D = 1 \Rightarrow \frac{1}{2}+D=1$$

$$D = 1-\frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{D=\frac{1}{2}}$$

x کے عددی سر

$$B+C+D+E=0$$

$$-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+E=0 \Rightarrow \boxed{E=-\frac{1}{2}}$$

A، B، C، D اور E کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2}{(x+1)(x^2+1)^2} = \frac{1/4}{x+1} + \frac{-\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}}{(x^2+1)} + \frac{\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1}{4(x+1)} - \frac{x-1}{4(x^2+1)} + \frac{x-1}{2(x^2+1)^2}$$

Q#4

$$\frac{x^2}{(x-1)(x^2+1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1} + \frac{Dx+E}{(x^2+1)^2} \rightarrow (i) \text{ فرض کیا}$$

طرفین کو $(x-1)(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^2 = A(x^2+1)^2 + (Bx+C)(x^2+1)(x-1) + (Dx+E)(x-1)$$

$$= A[x^4+2x^2+1] + (Bx+C)(x^3-x^2+x-1) + (Dx+E)(x-1)$$

$$= A(x^4+2x^2+1) + B(x^4-x^3+x^2-x) + C(x^3-x^2+x-1)$$

$$+ D(x^2-x) + E(x-1) \longrightarrow (ii)$$

مساوات (ii) x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے
مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$(1)^2 = A[(1)^4+2(1)^2+1] + B[(1)^4-(1)^3+(1)^2-1] + C[(1)^3-(1)^2$$

$$+1-1] + D[(1)^2-1] + E(1-1)$$

$$1 = A(1+2+1) + B(1-1+1-1) + C(1-1+1-1)$$

$$+ D(1-1) + E(1-1)$$

$$1 = A(4) + 0+0+0+0 \Rightarrow 1 = 4A \Rightarrow \boxed{A=\frac{1}{4}}$$

مساوات (ii) میں x^4, x^3, x^2 اور x کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

x^4 کے عددی سر

$$A+B=0 \Rightarrow \frac{1}{4}+B=0 \Rightarrow \boxed{B=-\frac{1}{4}}$$

x^3 کے عددی سر

$$-B+C=0 \Rightarrow -\left(-\frac{1}{4}\right)+C=0 \Rightarrow \boxed{C=-\frac{1}{4}}$$

x^2 کے عددی سر

$$2A+B-C+D=1 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right) + D = 1$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + D = 1 \Rightarrow D = 1-\frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{D=\frac{1}{2}}$$

x کے عددی سر

$$-B+C-D+E=0$$

$$-\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + E = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+E=0$$

$$\Rightarrow \boxed{E=\frac{1}{2}}$$

A، B، C، D اور E کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2}{(x-1)(x^2+1)^2} = \frac{1/4}{x-1} + \frac{-\frac{1}{4}x+\left(-\frac{1}{4}\right)}{(x^2+1)} + \frac{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{1}{4(x-1)} - \frac{x+1}{4(x^2+1)} + \frac{x+1}{2(x^2+1)^2}$$

Q#5

$$\frac{x^4}{(x^2+2)^2} = \frac{x^4}{x^4+4x^2+4}$$

چونکہ کسر ایک غیر واجب کسر ہے لہٰذا بذریعہ تقسیم

$$x^4+4x^2+4 \overline{\big)\, x^4 \,}\ 1$$
$$\underline{\pm x^4 \pm 4x^2 \pm 4}$$
$$-4x^2-4$$

$$\frac{x^4}{(x^2+2)^2} = 1 + \frac{-4x^2-4}{(x^2+2)^2} = 1 - 4\frac{x^2+1}{(x^2+2)^2} \longrightarrow (i)$$

$$\frac{x^2+1}{(x^2+2)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+2} + \frac{Cx+D}{(x^2+2)^2} \longrightarrow (ii) \text{ فرض کیا}$$

طرفین کو $(x^2+2)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x^2+1 = (Ax+B)(x^2+2) + Cx+D$$

$$x^2+1 = A(x^3+2x) + B(x^2+2) + Cx+D \longrightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے
مساوات (iii) سے x^3, x^2, x اور مستقل مقدار کے عددی سروں کو برابر رکھنے سے

x^3 کے عددی سر

$$\boxed{A=0}$$

x^2 کے عددی سر

$$\boxed{B=1}$$

x کے عددی سر

$$2A+C=0 \Rightarrow 2(0)+C=0 \Rightarrow \boxed{C=0}$$

مستقل مقدار

$$2B+D=0 \Rightarrow 1+D=0 \Rightarrow \boxed{D=-1}$$

A، B، C اور D کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{x^2+1}{(x^2+2)^2} = \frac{0x+1}{(x^2+2)} + \frac{+0x-1}{(x^2+2)^2}$$

$$= \frac{1}{(x^2+2)} - \frac{1}{(x^2+2)^2}$$

مساوات (i) سے

$$\frac{x^4}{(x^2+2)^2} = 1 - 4\left(\frac{1}{x^2+2} - \frac{1}{(x^2+2)^2}\right)$$

$$= 1 - \frac{4}{x^2+2} + \frac{4}{(x^2+2)^2}$$

Q#6 $\frac{x^5}{(x^2+1)^2} = \frac{x^5}{x^4+2x^2+1}$ چونکہ بسط کا درجہ بڑا ہے اس لیے لہٰذا ابتدا بذریعہ تقسیم

$$x^4+2x^2+1 \overline{)\,x^5\,}\quad \text{quotient } x$$
$$\pm x^5 \pm 2x^3 \pm x$$
$$-2x^3 - x$$

$$\frac{x^5}{(x^2+1)^2} = x + \frac{-2x^3-x}{x^4+2x^2+1} = x - \frac{2x^3+x}{(x^2+1)^2} \longrightarrow (i)$$

فرض کیا
$$\frac{2x^3+x}{(x^2+1)^2} = \frac{Ax+B}{(x^2+1)} + \frac{Cx+D}{(x^2+1)^2} \longrightarrow (ii)$$

طرفین کو $(x^2+1)^2$ سے ضرب دینے سے

$$2x^3+x = (Ax+B)(x^2+1) + Cx+D$$
$$= A(x^3+x) + B(x^2+1) + Cx + D \longrightarrow (iii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے
مساوات (iii) میں x^3، x^2، x اور مستقل مقداروں کے عددی سر کو برابر رکھنے سے

x^3 کے عددی سر: $\boxed{A=2}$

x^2 کے عددی سر: $\boxed{B=0}$

x کے عددی سر: $A+C=1 \Rightarrow 2+C=1 \Rightarrow C=1-2=-1$ $\boxed{C=-1}$

مستقل مقدار: $B+D=0 \Rightarrow 0+D=0 \Rightarrow \boxed{D=0}$

A، B، C اور D کی قیمتیں مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$$\frac{2x^3+x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x+0}{x^2+1} + \frac{-1x+0}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

مساوات (i) سے

$$\frac{x^5}{(x^2+1)^2} = x - \left(\frac{2x}{x^2+1} - \frac{x}{(x^2+1)^2}\right) = x - \frac{2x}{x^2+1} + \frac{x}{(x^2+1)^2}$$

متفرق مشق 4

Q#2

(v) فرض کیا
$$\frac{x-2}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+2)(x+3)$ سے ضرب دینے سے

$$x-2 = A(x+3) + B(x+2) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے
مساوات (ii) میں $x+2=0$ یا $x=-2$ درج کرنے سے

$$-2-2 = A(-2+3) + B(-2+2)$$
$$-4 = A(1) + B(0) \Rightarrow \boxed{A=-4}$$

مساوات (ii) میں $x+3=0$ یا $x=-3$ درج کرنے سے

$$-3-2 = A(-3+3) + B(-3+2)$$
$$-5 = A(0) + B(-1) \Rightarrow -B=-5 \Rightarrow \boxed{B=5}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x-2}{(x+2)(x+3)} = \frac{-4}{x+2} + \frac{5}{x+3}$$

(vi) فرض کیا
$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$1 = A(x-1) + B(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے
مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$1 = A(-1-1) + B(-1+1)$$
$$1 = A(-2) + 0 \Rightarrow -2A = 1 \Rightarrow \boxed{A = -\tfrac{1}{2}}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$1 = A(1-1) + B(1+1)$$
$$1 = A(0) + 2B \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow \boxed{B = \tfrac{1}{2}}$$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{-1/2}{x+1} + \frac{1/2}{x-1} = \frac{-1}{2(x+1)} + \frac{1}{2(x-1)}$$

(vii) فرض کیا
$$\frac{3}{(x+1)(x-1)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x-1)} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+1)(x-1)$ سے ضرب دینے سے

$$3 = A(x-1) + B(x+1) \longrightarrow (ii)$$

یہ مساوات x کی تمام قیمتوں کے لیے درست ہے کیونکہ یہ ایک مماثلت ہے
مساوات (ii) میں $x+1=0$ یا $x=-1$ درج کرنے سے

$$3 = A(-1-1) + B(-1+1)$$
$$3 = A(-2) + B(0) \Rightarrow -2A = 3 \Rightarrow \boxed{A = \tfrac{-3}{2}}$$

مساوات (ii) میں $x-1=0$ یا $x=1$ درج کرنے سے

$$3 = A(1-1) + B(1+1)$$
$$3 = A(0) + B(2) \Rightarrow 2B = 3 \Rightarrow \boxed{B = \tfrac{3}{2}}$$

A اور B کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{3}{(x+1)(x-1)} = \frac{-3/2}{x+1} + \frac{3/2}{x-1} = \frac{-3}{2(x+1)} + \frac{3}{2(x-1)}$$

(viii) فرض کیا
$$\frac{x}{(x-3)^2} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{(x-3)^2} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x-3)^2$ سے ضرب دینے سے

$$x = A(x-3) + B \longrightarrow (ii)$$

مساوات (ii) میں $x-3=0$ یا $x=3$ درج کرنے سے

$$3 = A(3-3) + B$$
$$3 = A(0) + B \Rightarrow 3 = 0 + B \Rightarrow \boxed{B=3}$$

مساوات (ii) میں x کو برابر رکھنے سے
$\boxed{A=1}$

A اور B کی قیمتیں درج کرنے سے

$$\frac{x}{(x-3)^2} = \frac{1}{x-3} + \frac{3}{(x-3)^2}$$

(ix) فرض کیا
$$\frac{x}{(x+a)(x-a)} = \frac{A}{x+a} + \frac{B}{x-a} \longrightarrow (i)$$

طرفین کو $(x+a)(x-a)$ سے ضرب دینے سے

$$x = A(x-a) + B(x+a) \longrightarrow (ii)$$

مساوات (ii) میں $x+a=0$ یا $x=-a$ درج کرنے سے

$$-a = A(-a-a) + B(-a+a)$$
$$-a = A(-2a) + B(0) \Rightarrow -a = -2aA \Rightarrow A = \frac{-a}{-2a}$$
$\boxed{A = \tfrac{1}{2}}$

مساوات (ii) میں $x-a=0$ یا $x=a$ درج کرنے سے

$$a = A(a-a) + B(a+a)$$
$$a = A(0) + B(2a) \Rightarrow 2aB = a \Rightarrow B = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$
$\boxed{B = \tfrac{1}{2}}$

A اور B کی قیمتیں مساوات (i) میں درج کرنے سے

$$\frac{x}{(x+a)(x-a)} = \frac{1}{2(x+a)} + \frac{1}{2(x-a)}$$

کیا $(x+3)^2 = x^2+6x+9$ ایک مماثلت ہے؟

حل: مماثلت ایک ایسی مساوات ہے جو متغیر کی ہر قیمت کے لیے درست ہوتی ہے لہٰذا یہ مساوات ایک مماثلت ہے۔

Maths 10th Unit # 5.

pakcity.org

Exercise 5.1

Q#1 $X=\{1,4,7,9\}$ & $Y=\{2,4,5,9\}$ اگر

(i) $X\cup Y=\{1,4,7,9\}\cup\{2,4,5,9\}$
$=\{1,2,4,5,7,9\}$

(ii) $X\cap Y=\{1,4,7,9\}\cap\{2,4,5,9\}$
$=\{4,9\}$

(iii) $Y\cup X=\{2,4,5,9\}\cup\{1,4,7,9\}$
$=\{1,2,4,5,7,9\}$

(iv) $Y\cap X=\{2,4,5,9\}\cap\{1,4,7,9\}$
$=\{4,9\}$

Q#2 X = مفرد اعداد جو 17 سے چھوٹے یا برابر ہوں، کا سیٹ
$=\{2,3,5,7,11,13,17\}$

Y = پہلے 12 قدرتی اعداد کا سیٹ $=\{1,2,3,\ldots\ldots 12\}$

(i) $X\cup Y=\{2,3,5,7,11,13,17\}\cup\{1,2,3\ldots\ldots 12\}$
$=\{1,2,3,\ldots\ldots 12,13,17\}=Y\cup\{13,17\}$

(ii) $Y\cup X=\{1,2,3,\ldots\ldots 12\}\cup\{2,3,5,7,11,13,17\}$
$=\{1,2,3,\ldots\ldots 12,13,17\}=Y\cup\{13,17\}$

(iii) $X\cap Y=\{2,3,5,7,11,13,17\}\cap\{1,2,3,\ldots\ldots 12\}$
$=\{2,3,5,7,11\}$

(iv) $Y\cap X=\{1,2,3,\ldots\ldots 12\}\cap\{2,3,5,7,11,13,17\}$
$=\{2,3,5,7,11\}$

Q#3 $X=\phi,\ Y=Z^+,\ T=O^+$

(i) $X\cup Y=\phi\cup Z^+=Z^+=Y$

(ii) $X\cup T=\phi\cup O^+=O^+=T$

(iii) $X\cap Y=\phi\cap Z^+=\phi=X$

(iv) $Y\cup T=Z^+\cup O^+=Z^+=Y$

(v) $X\cap T=\phi\cap O^+=\phi=X$

(vi) $Y\cap T=Z^+\cap O^+=O^+=T$

Q#4 $U=\{x\mid x\in N\wedge 3<x\leq 25\}$
$=\{4,5,6,\ldots\ldots 25\}$

$X=\{x\mid x\in P\wedge 8<x<25\}$
$=\{11,13,17,19,23\}$

$Y=\{x\mid x\in W\wedge 4\leq x\leq 17\}$
$=\{4,5,6,\ldots\ldots 17\}$

(i) $(X\cup Y)'=?$

$X\cup Y=\{11,13,17,19,23\}\cup\{4,5,6,\ldots 17\}$

$X\cup Y=\{4,5,6,\ldots\ldots 17,19,23\}$

$(X\cup Y)'=U-(X\cup Y)$
$=\{4,5,6,\ldots\ldots 25\}-\{4,5,6,\ldots 17,19,23\}$
$=\{18,20,21,22,24,25\}$

(ii) $X'\cap Y'=?$

$X'=U-X=\{4,5,6,\ldots\ldots 25\}-\{11,13,17,19,23\}$
$=\{4,5,6,\ldots\ldots 10,12,14,15,16,18,20,21,22,24,25\}$

$Y'=U-Y=\{4,5,6,\ldots\ldots 25\}-\{4,5,6,\ldots\ldots 17\}$
$=\{18,19,20,21,22,23,24,25\}$

$X'\cap Y'=\{4,5,6,\ldots 10,12,14,15,16,18,20,21,22,24,25\}\cap\{18,19,20,21,22,23,24,25\}$
$=\{18,20,21,22,24,25\}$

(iii) $(X\cap Y)'=?$

$X\cap Y=\{11,13,17,19,23\}\cap\{4,5,6,\ldots\ldots 17\}$
$=\{11,13,17\}$

$(X\cap Y)'=U-(X\cap Y)$
$=\{4,5,6,\ldots\ldots 25\}-\{11,13,17\}$
$=\{4,5,6,\ldots\ldots 10,12,14,15,16,18,19,20\ldots 25\}$

(iv) $X'\cup Y'=?$
as part (ii) above

$X'\cup Y'=\{4,5,6,\ldots\ldots 10,12,14,15,16,18,20,21,22,24,25\}\cup\{18,19,20,21,\ldots 25\}$
$=\{4,5,6,\ldots\ldots 10,12,14,15,16,18,19,20,21,\ldots\ldots 25\}$

Q#5 $X=\{2,4,6,\ldots 20\}$
$Y=\{4,8,12,\ldots 24\}$

(i) $X-Y=\{2,4,6,\ldots 20\}-\{4,8,12,\ldots 24\}$
$=\{2,6,10,14,18\}$

(ii) $Y-X=\{4,8,12,\ldots 24\}-\{2,4,6\ldots 20\}$
$=\{24\}$

Q#6 $A=N=\{1,2,3,4,\ldots\}$
$B=W=\{0,1,2,3,\ldots\}$

(i) $A-B=\{1,2,3,4,\ldots\}-\{0,1,2,3,\ldots\}$
$=\{\ \}=\phi$

(ii) $B-A=\{0,1,2,3,\ldots\}-\{1,2,3,4\ldots\}$
$=\{0\}$

Exercise 5.2

Q#1 $X=\{1,3,5,7,\ldots,19\}$
$Y=\{0,2,4,6,8,\ldots,20\}$
$Z=\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$

(i) $X\cup(Y\cup Z)=?$
$=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cup(\{0,2,4,6,8,\ldots,20\}\cup\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\})$
$=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cup\{0,2,3,4,5,6,7,8,10,11,12,13,14,16,17,18,19,20,23\}$
$=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,\ldots,20,23\}$

(ii) $(X\cup Y)\cup Z=?$
$X\cup Y=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cup\{0,2,4,6,8,\ldots,20\}$
$=\{0,1,2,3,4,5,6,7,\ldots,19,20\}$
$(X\cup Y)\cup Z=\{0,1,2,3,4,5,\ldots,20\}\cup\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$
$=\{0,1,2,3,4,5,\ldots,20,23\}$

(iii) $X\cap(Y\cap Z)=?$
$Y\cap Z=\{0,2,4,6,8,\ldots,20\}\cap\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$
$=\{2\}$
$X\cap(Y\cap Z)=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cap\{2\}$
$=\{\ \}=\phi$

(iv) $(X\cap Y)\cap Z=?$
$X\cap Y=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cap\{0,2,4,6,\ldots,20\}$
$=\{\ \}=\phi$
$(X\cap Y)\cap Z=\phi\cap\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$
$=\phi$

(v) $X\cup(Y\cap Z)=?$
$Y\cap Z=\{0,2,4,6,8,\ldots,20\}\cap\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$
$=\{2\}$
$X\cup(Y\cap Z)=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cup\{2\}$
$=\{1,2,3,5,7,\ldots,19\}$

(vi) $(X\cup Y)\cap(X\cup Z)=?$
$X\cup Y=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cup\{0,2,4,6,8,\ldots,20\}$
$=\{0,1,2,3,4,5,\ldots,20\}$
$X\cup Z=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cup\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$
$=\{1,2,3,5,7,\ldots,19,23\}$
$(X\cup Y)\cap(X\cup Z)=\{0,1,2,3,4,5,\ldots,20\}\cap\{1,2,3,5,7,\ldots,19,23\}$
$=\{1,2,3,5,7,\ldots,19\}$

(vii) $X\cap(Y\cup Z)=?$
$Y\cup Z=\{0,2,4,6,\ldots,20\}\cup\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$
$=\{0,2,3,4,5,6,7,8,10,11,12,13,14,16,17,18,19,20,23\}$
$X\cap(Y\cup Z)=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cap\{0,2,3,4,5,6,7,8,10,11,12,13,14,16,17,18,19,20,23\}$
$=\{3,5,7,11,13,17,19\}$

(viii) $(X\cap Y)\cup(X\cap Z)=?$
$X\cap Y=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cap\{0,2,4,6,\ldots,20\}$
$=\{\ \}$
$X\cap Z=\{1,3,5,7,\ldots,19\}\cap\{2,3,5,7,11,13,17,19,23\}$
$=\{3,5,7,11,13,17,19\}$
$(X\cap Y)\cup(X\cap Z)=\{\ \}\cup\{3,5,7,11,13,17,19\}$
$=\{3,5,7,11,13,17,19\}$

Q#2 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$, $B=\{2,4,6,8\}$ اگر $C=\{1,4,8\}$ ہو تو ثابت کریں

(i) $A\cap B=B\cap A$
$LHS=A\cap B=\{1,2,3,4,5,6\}\cap\{2,4,6,8\}$
$=\{2,4,6\}$
$RHS=B\cap A=\{2,4,6,8\}\cap\{1,2,3,4,5,6\}$
$=\{2,4,6\}$
پس ثابت ہوا کہ $A\cap B=B\cap A$

(ii) $A\cup B=B\cup A$
$LHS=A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}\cup\{2,4,6,8\}$
$=\{1,2,3,4,5,6,8\}$
$RHS=B\cup A=\{2,4,6,8\}\cup\{1,2,3,4,5,6\}$
$=\{1,2,3,4,5,6,8\}$
$LHS=RHS$ پس ثابت ہوا کہ $A\cup B=B\cup A$

(iii) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$
$(B\cup C)=\{2,4,6,8\}\cup\{1,4,8\}=\{1,2,4,6,8\}$
$A\cap(B\cup C)=\{1,2,3,4,5,6\}\cap\{1,2,4,6,8\}$
$=\{1,2,4,6\}\longrightarrow$ (i)
$A\cap B=\{1,2,3,4,5,6\}\cap\{2,4,6,8\}=\{2,4,6\}$
$A\cap C=\{1,2,3,4,5,6\}\cap\{1,4,8\}=\{1,4\}$
$(A\cap B)\cup(A\cap C)=\{2,4,6\}\cup\{1,4\}$
$=\{1,2,4,6\}\longrightarrow$ (ii)
جب (i) اور (ii) کی رو سے $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

(iv) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
$(B\cap C)=\{2,4,6,8\}\cap\{1,4,8\}=\{4,8\}$
$A\cup(B\cap C)=\{1,2,3,4,5,6\}\cup\{4,8\}=\{1,2,3,4,5,6,8\}\longrightarrow$ (i)
$(A\cup B)=\{1,2,3,4,5,6\}\cup\{2,4,6,8\}=\{1,2,3,4,5,6,8\}$
$(A\cup C)=\{1,2,3,4,5,6\}\cup\{1,4,8\}=\{1,2,3,4,5,6,8\}\longrightarrow$ (ii)
جب (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا کہ
$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

Q#3 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ اگر
$A=\{1,3,5,7,9\}$ $B=\{2,3,5,7\}$
ہو تو دی گئی ڈی مارگن کے قوانین کی تصدیق کریں۔
$(A\cap B)'=A'\cup B'$ & $(A\cup B)'=A'\cap B'$

$A\cap B=\{1,3,5,7,9\}\cap\{2,3,5,7\}=\{3,5,7\}$
$(A\cap B)'=U-(A\cap B)=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}-\{3,5,7\}$
$=\{1,2,4,6,8,9,10\}\longrightarrow$ (i)
$A'=U-A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}-\{1,3,5,7,9\}$
$=\{2,4,6,8,10\}$
$B'=U-B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}-\{2,3,5,7\}$
$=\{1,4,6,8,9,10\}$
$A'\cup B'=\{2,4,6,8,10\}\cup\{1,4,6,8,9,10\}$
$=\{1,2,4,6,8,9,10\}\longrightarrow$ (ii)
$(A\cap B)'=A'\cup B'$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

$A\cup B=\{1,3,5,7,9\}\cup\{2,3,5,7\}=\{1,2,3,5,7,9\}$
$(A\cup B)'=U-(A\cup B)=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}-\{1,2,3,5,7,9\}$
$=\{4,6,8,10\}\longrightarrow$ (iii)
$A'\cap B'=\{2,4,6,8,10\}\cap\{1,4,6,8,9,10\}$
$=\{4,6,8,10\}\longrightarrow$ (iv)
$(A\cup B)'=A'\cap B'$ جز (iii) اور (iv) کی رو سے ثابت ہوا

Q#4 $U=\{1,2,3,\ldots 20\}$
$X=\{1,3,7,9,15,18,20\}$, $Y=\{1,3,5,\ldots 17\}$
(i) $X-Y=X\cap Y'$
$X-Y=\{1,3,7,9,15,18,20\}-\{1,3,5,\ldots 17\}$
$=\{18,20\}\longrightarrow$ (i)
$Y'=U-Y=\{1,2,3,\ldots 20\}-\{1,3,5,\ldots 17\}$
$=\{2,4,6,8,\ldots 16,18,19,20\}$
$X\cap Y'=\{1,3,7,9,15,18,20\}\cap\{2,4,6,8,\ldots 16,18,19,20\}$
$=\{18,20\}\longrightarrow$ (ii)
$X-Y=X\cap Y'$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(ii) $Y-X=Y\cap X'$
$Y-X=\{1,3,5,\ldots 17\}-\{1,3,7,9,15,18,20\}$
$=\{5,11,13,17\}\longrightarrow$ (i)
$X'=U-X=\{1,2,3,\ldots 20\}-\{1,3,7,9,15,18,20\}$
$=\{2,4,5,6,8,10,11,12,13,14,16,17,19\}$
$Y\cap X'=\{1,3,5,\ldots 17\}\cap\{2,4,5,6,8,10,11,12,13,14,16,17,19\}$
$=\{5,11,13,17\}\longrightarrow$ (ii)
جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا
$Y-X=Y\cap X'$

Exercise 5.3

Q#1 اگر $U=\{1,2,3,4,\ldots 10\}$
$A=\{1,3,5,7,9\}$, $B=\{1,4,7,10\}$ ہو تو ثابت کریں
(i) $A-B=A\cap B'$
$A-B=\{1,3,5,7,9\}-\{1,4,7,10\}=\{3,5,9\}\longrightarrow$ (i)
$B'=U-B=\{1,2,3,4,\ldots 10\}-\{1,4,7,10\}$
$=\{2,3,5,6,8,9\}$
$A\cap B'=\{1,3,5,7,9\}\cap\{2,3,5,6,8,9\}$
$=\{3,5,9\}\longrightarrow$ (ii)
$A-B=A\cap B'$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(ii) $B-A=B\cap A'$
$B-A=\{1,4,7,10\}-\{1,3,5,7,9\}=\{4,10\}\longrightarrow$ (i)
$A'=U-A=\{1,2,3,4,\ldots 10\}-\{1,3,5,7,9\}$
$=\{2,4,6,8,10\}$
$B\cap A'=\{1,4,7,10\}\cap\{2,4,6,8,10\}$
$=\{4,10\}\longrightarrow$ (ii)
$B-A=B\cap A'$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(iii) $(A\cup B)'=A'\cap B'$
$A\cup B=\{1,3,5,7,9\}\cup\{1,4,7,10\}=\{1,3,4,5,7,9,10\}$
$(A\cup B)'=U-(A\cup B)=\{1,2,3,\ldots 10\}-\{1,3,4,5,7,9,10\}$
$=\{2,6,8\}\longrightarrow$ (i)
$A'=U-A=\{1,2,3,\ldots 10\}-\{1,3,5,7,9\}$
$=\{2,4,6,8,10\}$
$B'=U-B=\{1,2,3,\ldots 10\}-\{1,4,7,10\}$
$=\{2,3,5,6,8,9\}$
$A'\cap B'=\{2,4,6,8,10\}\cap\{2,3,5,6,8,9\}$
$=\{2,6,8\}\longrightarrow$ (ii)
$(A\cup B)'=A'\cap B'$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(iv) $(A\cap B)'=A'\cup B'$
$A\cap B=\{1,3,5,7,9\}\cap\{1,4,7,10\}=\{1,7\}$
$(A\cap B)'=U-(A\cap B)=\{1,2,3,4,\ldots 10\}-\{1,7\}$
$=\{2,3,4,5,6,8,9,10\}\longrightarrow$ (i)
$A'\cup B'=$ A' اور B' کی قیمتیں اوپر والے جز کی طرح لے لیں
$\{2,4,6,8,10\}\cup\{2,3,5,6,8,9\}$
$=\{2,3,4,5,6,8,9,10\}\longrightarrow$ (ii)
$(A\cap B)'=A'\cup B'$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(v) $(A-B)'=A'\cup B$
$A-B=\{1,3,5,7,9\}-\{1,4,7,10\}=\{3,5,9\}$
$(A-B)'=U-(A-B)=\{1,2,3,\ldots 10\}-\{3,5,9\}$
$=\{1,2,4,6,7,8,10\}\longrightarrow$ (i)
$A'=U-A=\{1,2,3,\ldots 10\}-\{1,3,5,7,9\}=\{2,4,6,8,10\}$
$A'\cup B=\{2,4,6,8,10\}\cup\{1,4,7,10\}$
$=\{1,2,4,6,7,8,10\}\longrightarrow$ (ii)
$(A-B)'=A'\cup B$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(vi) $(B-A)'=B'\cup A$
$B-A=\{1,4,7,10\}-\{1,3,5,7,9\}=\{4,10\}$
$(B-A)'=U-(B-A)=\{1,2,3,4,\ldots 10\}-\{4,10\}$
$=\{1,2,3,5,6,7,8,9\}\longrightarrow$ (i)
$B'=U-B=\{1,2,3,4,\ldots 10\}-\{1,4,7,10\}=\{2,3,5,6,8,9\}$
$B'\cup A=\{2,3,5,6,8,9\}\cup\{1,3,5,7,9\}$
$=\{1,2,3,5,6,7,8,9\}\longrightarrow$ (ii)
$(B-A)'=B'\cup A$ جز (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا کہ

Q#2 $U=\{1,2,3,4,\ldots,10\}$ $C=\{1,5,8,10\}$
$A=\{1,3,5,7,9\}$ & $B=\{1,4,7,10\}$

(i) $(A\cup B)\cup C = A\cup(B\cup C)$ ثابت کریں۔

$(A\cup B)=\{1,3,5,7,9\}\cup\{1,4,7,10\}=\{1,3,4,5,7,9,10\}$
$(A\cup B)\cup C=\{1,3,4,5,7,9,10\}\cup\{1,5,8,10\}$
$=\{1,3,4,5,7,8,9,10\}\longrightarrow$ (i)
$(B\cup C)=\{1,4,7,10\}\cup\{1,5,8,10\}=\{1,4,5,7,8,10\}$
$A\cup(B\cup C)=\{1,3,5,7,9\}\cup\{1,4,5,7,8,10\}$
$=\{1,3,4,5,7,8,9,10\}\longrightarrow$ (ii)
$(A\cup B)\cup C = A\cup(B\cup C)$ نمبر (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(ii) $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$
$(B\cap C)=\{1,4,7,10\}\cap\{1,5,8,10\}=\{1,10\}$
$A\cap(B\cap C)=\{1,3,5,7,9\}\cap\{1,10\}=\{1\}\longrightarrow$ (i)
$(A\cap B)=\{1,3,5,7,9\}\cap\{1,4,7,10\}=\{1,7\}$
$(A\cap B)\cap C=\{1,7\}\cap\{1,5,8,10\}=\{1\}\longrightarrow$ (ii)
$(A\cap B)\cap C = A\cap(B\cap C)$ نمبر (i) اور (ii) کی رو سے

(iii) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
$(B\cap C)=\{1,4,7,10\}\cap\{1,5,8,10\}=\{1,10\}$
$A\cup(B\cap C)=\{1,3,5,7,9\}\cup\{1,10\}=\{1,3,5,7,9,10\}\longrightarrow$ (i)
$(A\cup B)=\{1,3,5,7,9\}\cup\{1,4,7,10\}=\{1,3,4,5,7,9,10\}$
$(A\cup C)=\{1,3,5,7,9\}\cup\{1,5,8,10\}=\{1,3,5,7,8,9,10\}$
$(A\cup B)\cap(A\cup C)=\{1,3,4,5,7,9,10\}\cap\{1,3,5,7,8,9,10\}$
$=\{1,3,5,7,9,10\}\longrightarrow$ (ii)
$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ نمبر (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(iv) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$
$(B\cup C)=\{1,4,7,10\}\cup\{1,5,8,10\}=\{1,4,5,7,8,10\}$
$A\cap(B\cup C)=\{1,3,5,7,9\}\cap\{1,4,5,7,8,10\}=\{1,5,7\}\longrightarrow$ (i)
$(A\cap B)=\{1,3,5,7,9\}\cap\{1,4,7,10\}=\{1,7\}$
$(A\cap C)=\{1,3,5,7,9\}\cap\{1,5,8,10\}=\{1,5\}$
$(A\cap B)\cup(A\cap C)=\{1,7\}\cup\{1,5\}=\{1,5,7\}\longrightarrow$ (ii)
$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$ نمبر (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

Q#3 $U=N=\{1,2,3,4,\ldots\}$
$A=\phi=\{\ \}$, $B=P=\{2,3,5,7,11,\ldots\}$
ڈی مارگن کے قوانین کی جانچ کریں۔
$(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$ & $(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$
$A\cup B=\{\ \}\cup\{2,3,5,7,11,\ldots\}=\{2,3,5,7,11,\ldots\}$
$(A\cup B)^c=U-(A\cup B)=\{1,2,3,4,\ldots\}-\{2,3,5,7,11,\ldots\}$
$=\{1,4,6,8,9,10,12,\ldots\}\longrightarrow$ (i)
$A^c=U-A=\{1,2,3,4,\ldots\}-\{\ \}$
$=\{1,2,3,4,\ldots\}$
$B^c=U-B=\{1,2,3,4,\ldots\}-\{2,3,5,7,11,\ldots\}$
$=\{1,4,6,8,9,10,12,\ldots\}$
$A^c\cap B^c=\{1,2,3,4,\ldots\}\cap\{1,4,6,8,9,10,12,\ldots\}$
$=\{1,4,6,8,9,10,12,\ldots\}\longrightarrow$ (ii)
$(A\cup B)^c=A^c\cap B^c$ نمبر (i) اور (ii) کی رو سے ثابت ہوا

(4) $(A\cap B)=\{\ \}\cap\{2,3,5,7,11,\ldots\}$
$=\{\ \}$
$(A\cap B)^c=U-(A\cap B)=\{1,2,3,4,\ldots\}-\{\ \}$
$=\{1,2,3,4,\ldots\}\longrightarrow$ (iii)
$A^c\cup B^c=\{1,2,3,4,\ldots\}\cup\{2,3,5,7,11,\ldots\}$
$=\{1,2,3,4,\ldots\}\longrightarrow$ (iv)
$(A\cap B)^c=A^c\cup B^c$ نمبر (iii) اور (iv) کی رو سے ثابت ہوا

Exercise 5.4

Q#1 $A=\{a,b\}$ $B=\{c,d\}$
$A\times B=\{(a,c),(a,d),(b,c),(b,d)\}$
$B\times A=\{(c,a),(c,b),(d,a),(d,b)\}$

Q#2 $A=\{0,2,4\}$, $B=\{-1,3\}$
$A\times B=\{0,2,4\}\times\{-1,3\}$
$=\{(0,-1),(0,3),(2,-1),(2,3),(4,-1),(4,3)\}$
$B\times A=\{-1,3\}\times\{0,2,4\}$
$=\{(-1,0),(-1,2),(-1,4),(3,0),(3,2),(3,4)\}$
$A\times A=\{0,2,4\}\times\{0,2,4\}$
$=\{(0,0),(0,2),(0,4),(2,0),(2,2),(2,4),(4,0),(4,2),(4,4)\}$
$B\times B=\{-1,3\}\times\{-1,3\}$
$=\{(-1,-1),(-1,3),(3,-1),(3,3)\}$

Q#3 a اور b کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $(a-4,\ b-2)=(2,1)$
$a-4=2$ اور $b-2=1$
$a=2+4=6$ | $b=1+2=3$

(ii) $(2a+5,3)=(7,b-4)$
$2a+5=7$ اور $3=b-4$
$2a=7-5$ | $3+4=b$
$2a=2$ | $7=b$
$a=\frac{2}{2}$ | $b=7$
$a=1$

(iii) $(3-2a,\ b-1)=(a-7,\ 2b+5)$
$3-2a=a-7$ اور $b-1=2b+5$
$3=a+2a-7$ | $-1=2b-b+5$
$3+7=3a$ | $-1-5=b$
$10=3a$ | $-6=b$
$\frac{10}{3}=a$ | $b=-6$
$a=\frac{10}{3}$

Q#4 X اور Y کی قیمت معلوم کریں
$X\times Y=\{(a,a),(b,a),(c,a),(d,a)\}$
مرتب جوڑے میں پہلا رکن X سے اور دوسرا رکن Y سے ہوگا لہذا
$X=\{a,b,c,d\}$ & $Y=\{a\}$

Q#5 $X=\{a,b,c\}$, $Y=\{d,e\}$
X میں '3' ارکان ہیں جبکہ Y میں '2' ارکان ہیں لہذا
(i) $X\times Y$ کے ارکان $=3\times2=6$
(ii) $Y\times X$ کے ارکان $=2\times3=6$
(iii) $X\times X$ کے ارکان $=3\times3=9$

Exercise 5.5

Q#1 $L=\{a,b,c\}$, $M=\{3,4\}$ اگر
ہو تو $L\times M$ اور $M\times L$ کے دو ثنائی روابط لکھیں۔

$L\times M=\{a,b,c\}\times\{3,4\}$
$=\{(a,3),(a,4),(b,3),(b,4),(c,3),(c,4)\}$

$R_1=\{(a,3),(a,4)\}$ $R_2=\{(a,4),(b,3),(b,4)\}$
$R_3=\{(b,3),(b,4),(c,3)\}$ $R_4=\{(a,3),(b,3)\}$ so on

$M\times L=\{3,4\}\times\{a,b,c\}$
$=\{(3,a),(3,b),(3,c),(4,a),(4,b),(4,c)\}$

$R_1=\{(3,a),(3,b),(3,c),(4,a)\}$
$R_2=\{(4,a),(4,c)\}$ $R_3=\{(3,a),(4,a)\}$ so on

Q#2 $Y=\{-2,1,2\}$ جبکہ $Y\times Y$ کے دو ثنائی روابط لکھیں

$Y\times Y=\{-2,1,2\}\times\{-2,1,2\}$
$=\{(-2,-2),(-2,1),(-2,2),(1,-2),(1,1),(1,2),(2,-2),(2,1),(2,2)\}$

$R_1=\{(-2,-2),(-2,1)\}$ $R_2=\{(-2,2),(1,1),(1,2)\}$
$Dom(R_1)=\{-2\}$ $Dom(R_2)=\{-2,1\}$ so on
$Range(R_1)=\{-2,1\}$ $Range(R_2)=\{2,1\}$

Q#3 $L=\{a,b,c\}$, $M=\{d,e,f,g\}$ اگر
ہو تو دو ثنائی روابط معلوم کریں۔

(i) $L\times L=\{a,b,c\}\times\{a,b,c\}$
$=\{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,c),(c,a),(c,b),(c,c)\}$
$R_1=\{(a,a),(a,c),(b,c)\}$
$R_2=\{(a,b),(b,a),(c,b)\}$

(ii) $L\times M=\{a,b,c\}\times\{d,e,f,g\}$
$=\{(a,d),(a,e),(a,f),(a,g),(b,d),(b,e),(b,f),(b,g),(c,d),(c,e),(c,f),(c,g)\}$
$R_1=\{(a,d),(a,e),(a,g),(b,e)\}$
$R_2=\{(b,d),(b,f),(c,d),(c,e)\}$

(iii) $M\times M=\{d,e,f,g\}\times\{d,e,f,g\}$
$=\{(d,d),(d,e),(d,f),(d,g),(e,d),(e,e),(e,f),(e,g),(f,d),(f,e),(f,f),(f,g),(g,d),(g,e),(g,f),(g,g)\}$
$R_1=\{(d,d),(d,g),(e,f),(f,g)\}$
$R_2=\{(d,g),(e,g),(f,f),(g,f)\}$

Q#4 اگر M کے 5 ارکان ہوں تو ثنائی روابط کی تعداد معلوم کریں
حل $M\times M$ کے ثنائی روابط کی تعداد درج ذیل فارمولا سے معلوم کی جا سکتی ہے۔
ثنائی روابط کی تعداد $=2^{mn}$
$=2^{5\times5}=2^{25}$

Q#5 $L=\{x\mid x\in N\wedge x\leq 5\}=\{1,2,3,4,5\}$
$M=\{y\mid y\in P\wedge y<10\}=\{2,3,5,7\}$
L سے M پر روابط بنائیں۔

$L\times M=\{1,2,3,4,5\}\times\{2,3,5,7\}$
$=\{(1,2),(1,3),(1,5),(1,7),(2,2),(2,3),(2,5),(2,7),(3,2),(3,3),(3,5),(3,7),(4,2),(4,3),(4,5),(4,7),(5,2),(5,3),(5,5),(5,7)\}$

(i) $R_1=\{(x,y)\mid y<x\}$
ایسے مرتب جوڑے جن میں پہلا رکن دوسرے رکن سے بڑا ہو۔
$R_1=\{(3,2),(4,2),(4,3),(5,2),(5,3)\}$

(ii) $R_2=\{(x,y)\mid y=x\}$
ایسے مرتب جوڑے جن میں پہلا اور دوسرا رکن برابر ہوں
$R_2=\{(2,2),(3,3),(5,5)\}$

(iii) $R_3=\{(x,y)\mid x+y=6\}$
ایسے مرتب جوڑے جن کا مجموعہ 6 کے برابر ہو
$R_3=\{(1,5),(3,3),(4,2)\}$

(iv) $R_4=\{(x,y)\mid y-x=2\}$
ایسے مرتب جوڑے جن میں پہلے رکن کو دوسرے رکن سے تفریق کیا جائے تو 2 آتا ہے۔
$R_4=\{(1,3),(3,5),(5,7)\}$

$Dom(R_1)=\{3,4,5\}$ $Range(R_1)=\{2,3\}$
$Dom(R_2)=\{2,3,5\}$ $Range(R_2)=\{2,3,5\}$
$Dom(R_3)=\{1,3,4\}$ $Range(R_3)=\{5,3,2\}$
$Dom(R_4)=\{1,3,5\}$ $Range(R_4)=\{3,5,7\}$

Q#6 (i) $R_1=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
$Dom(R_1)=\{1,2,3,4\}$ $Range(R_1)=\{1,2,3,4\}$
R_1 بائی جیکٹو فنکشن ہے کیونکہ تفاعل ون ون اور آن ٹو ہے۔

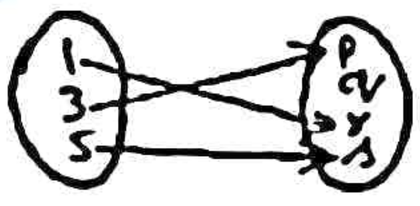
(ii) $R_2=\{(1,2),(2,1),(3,4),(3,5)\}$
$Dom(R_2)=\{1,2,3\}$ $Range(R_2)=\{1,2,4,5\}$
R_2 ربط ہے۔

(iii) $R_3=\{(b,a),(c,a),(d,a)\}$
$Dom(R_3)=\{b,c,d\}$ $Range(R_3)=\{a\}$
R_3 تفاعل ہے۔

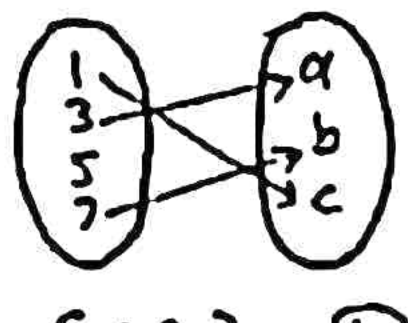
(iv) $R_4=\{(1,1),(2,3),(3,4),(4,3),(5,4)\}$
$Dom(R_4)=\{1,2,3,4,5\}$ $Range(R_4)=\{1,3,4\}$
R_4 اِن ٹو تفاعل ہے

(v) $R_5=\{(a,b),(b,a),(c,d),(d,e)\}$
$Dom(R_5)=\{a,b,c,d\}$ $Range(R_5)=\{a,b,d,e\}$
R_5 ون-ون تفاعل ہے۔

(vi) $R_6=\{(1,2),(2,3),(1,3),(3,4)\}$
$Dom(R_6)=\{1,2,3\}$ $Range(R_6)=\{2,3,4\}$
R_6 ربط ہے۔

(vii) $R_7=$


$Dom(R_7)=\{1,3,5\}$, $Range(R_7)=\{p,r,s\}$
R_7 ون-ون تفاعل ہے۔

(viii) $R_8=$


$Dom(R_8)=\{1,3,7\}$ $Range(R_8)=\{a,b,c\}$
R_8 ربط ہے۔

www.pakcity.org

Formula's of Unit # 6

① Arithmetic Mean حسابی اوسط

Ungrouped Data غیر گروہی مواد

(i) تعریف کے مطابق $\text{حسابی اوسط} = \bar{X} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{\text{تمام مقداروں کا مجموعہ}}{\text{تمام مقداروں کی تعداد}}$

(ii) بالواسطہ، مختصر یا کوڈنگ طریقہ Indirect Method

(a) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma D}{n}$ جبکہ $D = x - A$ ، A فرضی اوسط ہے

(b) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma u}{n} \times h$ جبکہ $u = \frac{x-A}{h}$

Grouped Data گروہی مواد

(i) براہ راست طریقہ Direct Method

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

(ii) بالواسطہ طریقہ Indirect Method

(a) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$ جبکہ $D = x - A$ ، A فرضی اوسط ہے

(b) $\bar{X} = A + \frac{\Sigma fu}{\Sigma f} \times h$ جبکہ $u = \frac{x-A}{h}$

② Median وسطانیہ

Ungrouped Data غیر گروہی مواد

(i) جب تعداد طاق ہو $\text{وسطانیہ} = \tilde{X} = \left(\frac{n+1}{2}\right)$ ویں قدر

(ii) جب تعداد جفت ہو $\text{وسطانیہ} = \tilde{X} = \frac{1}{2}\left(\frac{n}{2} \text{ ویں قدر} + \frac{n+2}{2} \text{ ویں قدر}\right)$

پہلے دیے گئے مواد کو بڑھتی یا گھٹتی ہوئی صورت میں لکھنا ضروری ہے

Grouped Data گروہی مواد

(i) غیر مسلسل مواد: مجموعی تعددات میں ایسا گروہ جو $\left(\frac{n}{2}\right)$ ویں قدر رکھتا ہو

(ii) مسلسل مواد: مجموعی تعددات میں سے $\left(\frac{n}{2}\right)$ ویں قدر والا گروہ معلوم کریں جو وسطانیہ گروہ کہلائے گا پھر یہ فارمولا استعمال کریں

$$\text{وسطانیہ} = l + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$$ جبکہ

$l =$ وسطانیہ گروہ کی حقیقی زیریں حد

$h =$ جماعتی وقفے کی جسامت

$f =$ وسطانیہ گروہ کا تعدد

$c =$ وسطانیہ گروہ سے پہلے والی جماعت کا مجموعی تعدد

$n =$ مجموعی تعدد

③ Mode عادہ

Ungrouped Data غیر گروہی مواد

مواد میں زیادہ بار آنے والی مد عادہ کہلاتی ہے۔

Grouped Data گروہی مواد

$$\text{عادہ} = l + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2} \times h$$ جبکہ

$l =$ عادہ گروہ کی حقیقی زیریں حد

$f_m =$ عادہ گروہ کا تعدد

$f_1 =$ عادہ گروہ سے پہلے گروہ کا تعدد

$f_2 =$ عادہ گروہ سے بعد والے گروہ کا تعدد

$h =$ جماعتی وقفے کا سائز

④ Geometric Mean اقلیدسی اوسط

(i) $G.M = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots\cdots x_n)^{1/n}$

(ii) غیر گروہی مواد کے لیے $G.M = \text{Antilog}\left(\frac{\Sigma \log x}{n}\right)$

(iii) گروہی مواد کے لیے $G.M = \text{Antilog}\left(\frac{\Sigma f \log x}{\Sigma f}\right)$

⑤ Harmonic Mean ہم آہنگ اوسط

(i) غیر گروہی مواد کے لیے $H.M = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$

(ii) گروہی مواد کے لیے $H.M = \frac{\Sigma f}{\Sigma f/x}$

⑥ Weighted Arithmetic Mean وزنی حسابی اوسط

$$\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w}$$

⑦ Range وسعت

$\text{وسعت} = \text{بڑی قیمت} - \text{چھوٹی قیمت} = X_m - X_o$

مسلسل گروہی مواد کے لیے

وسعت = آخری گروہ کی بالائی جماعتی حد − پہلے گروہ کی زیریں جماعتی حد

⑧ Variance تغیریت

(i) غیر گروہی مواد کے لیے: x کا تغیریت $= S^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}$

(ii) x کا تغیریت $= S^2 = \frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2$

گروہی مواد کے لیے $S^2 = \frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}\right)^2$

⑨ Standard Deviation معیاری انحراف

غیر گروہی مواد کے لیے:

(i) $S = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$

(ii) $S = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$

گروہی مواد کے لیے:

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}\right)^2}$$

Maths 10th Unit #6

Exercise 6.1

Q#1
خاندانوں میں افراد کی تعداد کی تعددی تقسیم

x	ٹیلی نشان	تعددات	مجموعی تعددات
2	/	1	1
3	///	3	1+3 = 4
4	HH /	6	4+6 = 10
5	////	4	10+4 = 14
6	///	3	14+3 = 17
7	HH /	6	17+6 = 23
8	HH	5	23+5 = 28
9	HH /	6	28+6 = 34
10	//	2	34+2 = 36
11	//	2	36+2 = 38
12	/	1	38+1 = 39

Q#2
تعددی تقسیم کا جدول

سب سے بڑی مد = 41 ، سب سے چھوٹی مد = 21

جماعتی حدود	حقیقی جماعتی حدود	درمیانی نقطہ/جماعتی نشان	ٹیلی	تعددات
20 — 24	19.5 — 24.5	$\frac{20+24}{2} = \frac{44}{2} = 22$	HH /	6
25 — 29	24.5 — 29.5	27	HH HH	10
30 — 34	29.5 — 34.5	32	HH HH //	12
35 — 39	34.5 — 39.5	37	HH ////	9
40 — 44	39.5 — 44.5	42	///	3

کل تعددات = 40

حقیقی جماعتی حدود	تعددات	مجموعی تعددات	حقیقی جماعتی حدود	مجموعی تعددات
14.5—19.5	0	0	19.5 سے کم	0
19.5—24.5	6	0+6 = 6	24.5 سے کم	6
24.5—29.5	10	6+10 = 16	29.5 سے کم	16
29.5—34.5	12	16+12 = 28	34.5 سے کم	28
34.5—39.5	9	28+9 = 37	39.5 سے کم	37
39.5—44.5	3	37+3 = 40	44.5 سے کم	40

Q#3
سب سے بڑی مد = 1240 ، سب سے چھوٹی مد = 450

جماعتی وقفے	ٹیلی نشان	تعددات (f)
450 — 549	//	2
550 — 649	//	2
650 — 749	///	3
750 — 849	HH /	6
850 — 949	HH	5
950 — 1049	//	2
1050 — 1149	HH	5
1150 — 1249	HH	5

کل تعددات = 30

Q#4
سب سے بڑی مد = 14 ، سب سے چھوٹی مد = 2

جماعتی وقفے	ٹیلی نشان	تعددات (f)
2 — 3	//	2
4 — 5	/	1
6 — 7	HH ////	9
8 — 9	HH	5
10 — 11	HH /	6
12 — 13	HH	5
14 — 15	///	3

(i) زیادہ سے زیادہ لوڈشیڈنگ کے وقفے = 6 — 7

(ii) کم سے کم لوڈشیڈنگ کا وقفہ = 4 — 5

Q#5

اوزان	حقیقی جماعتی حدود	درمیانی نقطہ/جماعتی نشان	تعددات f
20—24	19.5 — 24.5	$\frac{20+24}{2} = \frac{44}{2} = 22$	5
25—29	24.5 — 29.5	27	8
30—34	29.5 — 34.5	32	13
35—39	34.5 — 39.5	37	22
40—44	39.5 — 44.5	42	15
45—49	44.5 — 49.5	47	10
50—54	49.5 — 54.5	52	8

کالمی نقشہ کے مراحل

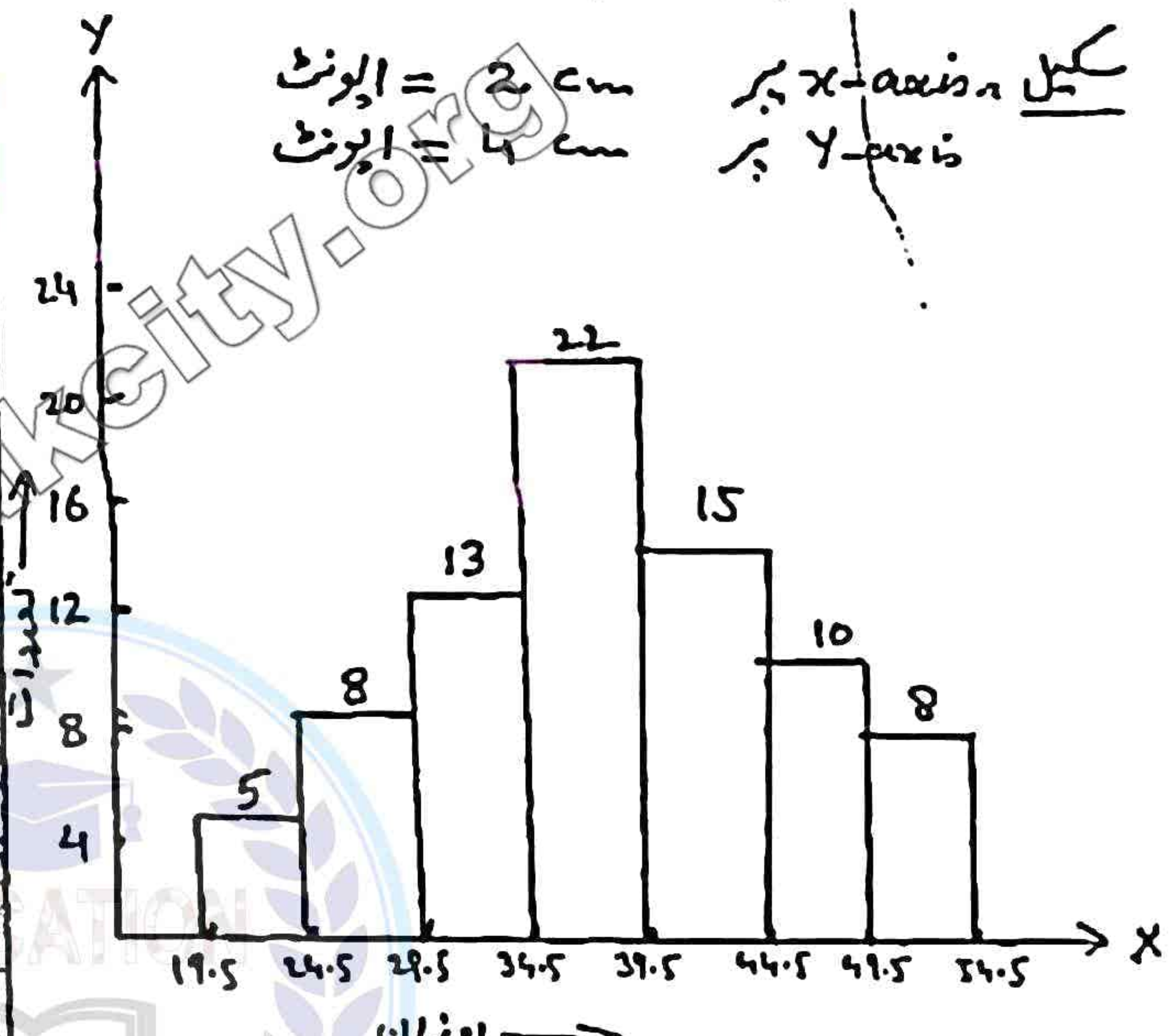
(i) x-axis پر مناسب سکیل لے کر حقیقی جماعتی حدود کا نشان لگایا

(ii) Y-axis پر مناسب سکیل استعمال کرتے ہوئے تعددات کا نشان لگایا

(iii) ہر جماعتی وقفے پر اس گروپ کے متعلقہ تعدد تک مستطیل کی اونچائی

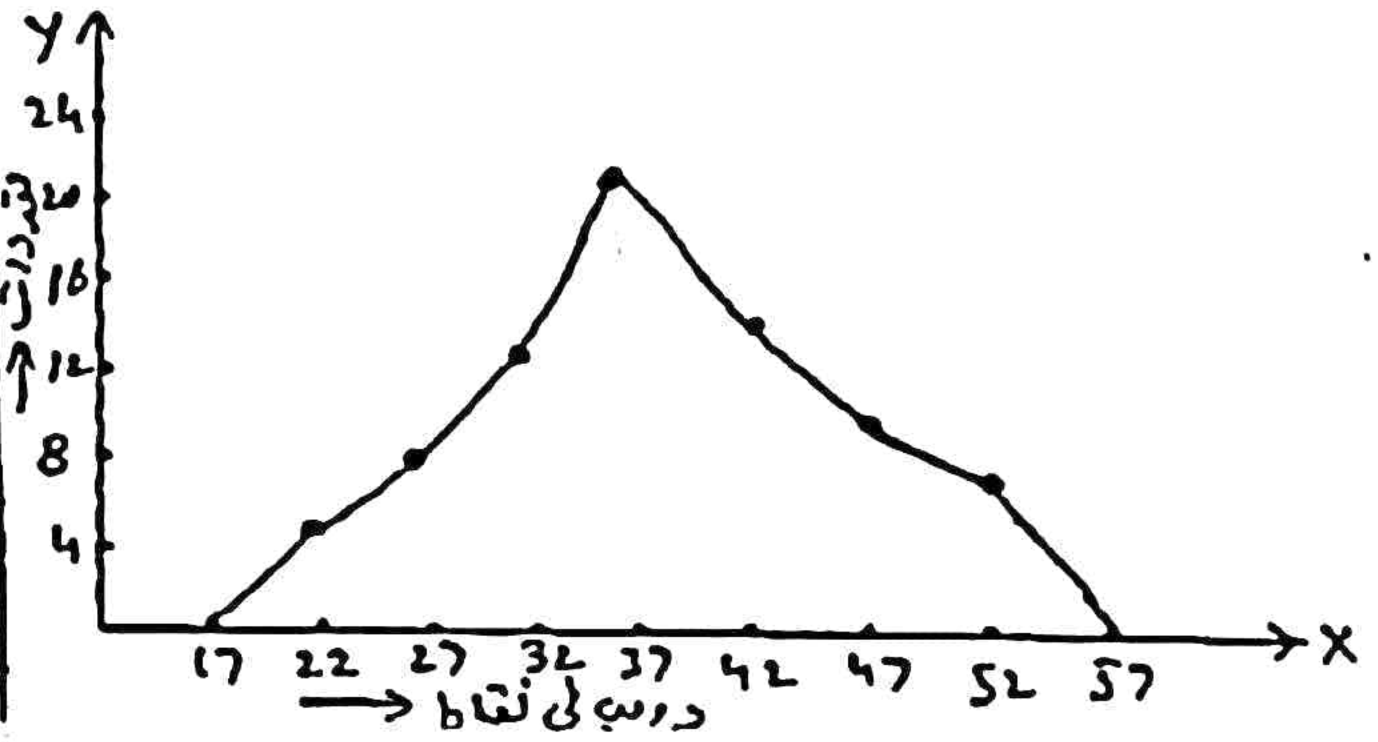
سکیل x-axis پر 2 cm = 1 یونٹ

Y-axis پر 4 cm = 1 یونٹ



اوزان ⟶

جماعتی حدود	حقیقی جماعتی حدود	درمیانی نقطہ	تعددات
15—19	14.5 — 19.5	17	0
20—24	19.5 — 24.5	22	5
25—29	24.5 — 29.5	27	8
30—34	29.5 — 34.5	32	13
35—39	34.5 — 39.5	37	22
40—44	39.5 — 44.5	42	15
45—49	44.5 — 49.5	47	10
50—54	49.5 — 54.5	52	8



Exercise 6-2

Q#3
حسابی اوسط معلوم کریں۔ بلاواسطہ/ آنرائی طریقہ

(i) 12, 14, 17, 20, 24, 29, 35, 45

مدات کا مجموعہ $= \Sigma x = 12+14+17+20+24+29+35+45 = 196$

مدات کی تعداد $= n = 8$ حسابی اوسط $= \bar{X} = ?$

حسابی اوسط $= \bar{X} = \dfrac{\text{مدات کا مجموعہ}}{\text{مدات کی تعداد}} = \dfrac{\Sigma x}{n}$

$\bar{X} = \dfrac{196}{8} = 24.5$

(ii) 200, 225, 350, 375, 270, 320, 290

مدات کا مجموعہ $= \Sigma x = 200+225+350+375+270+320+290 = 2030$

مدات کی تعداد $= n = 7$ حسابی اوسط $= \bar{X} = ?$

$\bar{X} = \dfrac{\Sigma x}{n} = \dfrac{2030}{7} = 290$

Q#4
بالواسطہ (مختصر/ کوڈنگ) طریقہ

(i) 12, 14, 17, 20, 24, 29, 35, 45

$A = 20, \quad h = 10, \quad n = 8$ فرض کیا

X	$D_i = x_i - A$	$U_i = \dfrac{x_i - A}{h}$
12	12−20 = −8	$\frac{12-20}{10} = \frac{-8}{10} = -0.8$
14	14−20 = −6	$\frac{14-20}{10} = \frac{-6}{10} = -0.6$
17	17−20 = −3	$\frac{17-20}{10} = \frac{-3}{10} = -0.3$
20	20−20 = 0	$\frac{20-20}{10} = \frac{0}{10} = 0$
24	24−20 = 4	$\frac{24-20}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$
29	29−20 = 9	$\frac{29-20}{10} = \frac{9}{10} = 0.9$
35	35−20 = 15	$\frac{35-20}{10} = \frac{15}{10} = 1.5$
45	45−20 = 25	$\frac{45-20}{10} = \frac{25}{10} = 2.5$
$\Sigma x = 196$	$\Sigma D_i = 36$	$\Sigma U_i = 3.6$

(i) مختصر طریقہ

حسابی اوسط $= A + \dfrac{\Sigma D_i}{n}$

$\bar{X} = 20 + \dfrac{36}{8} = 20 + 4.5 = 24.5$

(ii) کوڈنگ طریقہ

حسابی اوسط $= \bar{X} = A + \dfrac{\Sigma U_i}{n} \times h$

$\bar{X} = 20 + \dfrac{3.6}{8} \times 10 = 20 + \dfrac{36}{8} = 20 + 4.5 = 24.5$

(ii) 200, 225, 350, 375, 270, 320, 290

$A = 320, \quad h = 100, \quad n = 7$ فرض کیا

X	$D_i = x_i - A$	$U_i = \dfrac{x_i - A}{h}$
200	200−320 = −120	−120/100 = −1.2
225	225−320 = −95	−95/100 = −0.95
350	350−320 = 30	30/100 = 0.30
375	375−320 = 55	55/100 = 0.55
270	270−320 = −50	−50/100 = −0.50
320	320−320 = 0	0/100 = 0

(i) مختصر طریقہ

$\Sigma X = 2030$

$\Sigma D_i = -210$

$\Sigma U_i = -2.10$

(2) حسابی اوسط $= \bar{X} = A + \dfrac{\Sigma D_i}{n}$

$\bar{X} = 320 + \dfrac{-210}{7} = 320 - 30 = 290$

(ii) کوڈنگ طریقہ

حسابی اوسط $= \bar{X} = A + \dfrac{\Sigma U_i}{n} \times h$

$= 320 + \dfrac{-2.10}{7} \times 100 = 320 - \dfrac{210}{7} = 320 - 30 = 290$

Q#5
حسابی اوسط معلوم کریں۔

بلاواسطہ طریقہ

جماعت / گروہ	تعدادات f	درمیانی نقطہ x	f x
0—9	2	$\frac{0+9}{2} = 4.5$	4.5×2 = 9
10—19	10	14.5	145
20—29	5	24.5	122.5
30—39	9	34.5	310.5
40—49	6	44.5	267.0
50—59	7	54.5	381.5
60—69	1	64.5	64.5
	$\Sigma f = 40$		$\Sigma fx = 1299.5 \approx 1300$

حسابی اوسط $= \bar{X} = \dfrac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \dfrac{1300}{40} = 32.5$

بالواسطہ طریقہ

(i) $\bar{X} = A + \dfrac{\Sigma fD}{\Sigma f}$ (ii) $\bar{X} = A + \dfrac{\Sigma fU}{\Sigma f} \times h$

$h = 10, A = 34.5$ فرض کیا

جماعت	تعدادات f	درمیانی نقطہ x	$D = x - A$	$U = (x-A)/h$	fD	fu
0—9	2	4.5	4.5−34.5 = −30	$\frac{-30}{10} = -3$	2×−30 = −60	2×−3 = −6
10—19	10	14.5	14.5−34.5 = −20	$\frac{-20}{10} = -2$	10×−20 = −200	10×−2 = −20
20—29	5	24.5	24.5−34.5 = −10	$\frac{-10}{10} = -1$	−10×5 = −50	5×−1 = −5
30—39	9	34.5	34.5−34.5 = 0	$\frac{0}{10} = 0$	9×0 = 0	9×0 = 0
40—49	6	44.5	44.5−34.5 = 10	$\frac{10}{10} = 1$	6×10 = 60	6×1 = 6
50—59	7	54.5	54.5−34.5 = 20	$\frac{20}{10} = 2$	7×20 = 140	7×2 = 14
60—69	1	64.5	64.5−34.5 = 30	$\frac{30}{10} = 3$	1×30 = 30	1×3 = 3

$\Sigma f = 40$ $\Sigma fD = -80, \ \Sigma fu = -8$

(i) $\bar{X} = A + \dfrac{\Sigma fD}{\Sigma f}$

$A = 34.5, \Sigma fD = -80, \Sigma f = 40$

$\bar{X} = 34.5 + \dfrac{-80}{40} = 34.5 - 2 = 32.5$

(ii) $\bar{X} = A + \dfrac{\Sigma fU}{\Sigma f} \times h$

$A = 34.5, \Sigma fU = -8, \Sigma f = 40, h = 10$

$\bar{X} = 34.5 + \dfrac{-8}{40} \times 10 = 34.5 - 2 = 32.5$

Q#6
بلاواسطہ اور مختصر طریقہ سے حسابی اوسط معلوم کریں

A = 8 فرض کیا

جماعتی حدود	تعدادات f	درمیانی نقطہ x	$D = x - A$	fD	fx
4—6	10	5	5−8 = −3	10×−3 = −30	10×5 = 50
7—9	20	8	8−8 = 0	20×0 = 0	20×8 = 160
10—12	13	11	11−8 = 3	13×3 = 39	13×11 = 143
13—15	7	14	14−8 = 6	7×6 = 42	7×14 = 98

$\Sigma f = 50$ $\Sigma fD = 51$ $\Sigma fx = 451$

(i) بلاواسطہ طریقہ   (ii) مختصر طریقہ

www.pakcity.org

$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ $\quad$ $\bar{X} = A + \frac{\Sigma fD}{\Sigma f}$

$= \frac{451}{50}$ $\quad$ $= 8 + \frac{51}{50}$

$= 9.02$ $\quad$ $= 8 + 1.02 = 9.02$

(iii) اقلیدسی اوسط $(G.m) = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots\cdots x_n)^{1/n}$

$G.m = (5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14)^{1/4}$ $\quad n = 4$

$= (6061)^{1/4} = 8.82$

(iv) ہم آہنگ اوسط $= H.M = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$

$= \frac{4}{\frac{1}{5}+\frac{1}{8}+\frac{1}{11}+\frac{1}{14}} = \frac{4}{0.2+0.125+0.091+0.071}$

$= \frac{4}{0.487} = 8.21$

Q #7

وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں

ڈیٹا کو ترتیب دینے سے

2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 11, 12

چونکہ $n = 38$ لہٰذا

وسطانیہ $= \frac{1}{2}$ ($\frac{n}{2}$ ویں قدر + $\frac{n+2}{2}$ ویں قدر)

$= \frac{1}{2}$ ($\frac{38}{2}$ ویں قدر + $\frac{38+2}{2}$ ویں قدر)

$= \frac{1}{2}$ (19 ویں قدر + 20 ویں قدر)

$= \frac{1}{2}(7+7)$ $\quad \because$ 19 ویں قدر = 7، 20 ویں قدر = 7

$= \frac{1}{2}(14)$

$= 7$

چونکہ 4 اور 9 زیادہ بار ہے لہٰذا

عادہ $= 4, 9$

Q#8

عادہ اور وسطانیہ معلوم کریں۔

بستر زکی تعداد x	تعددات (f)	مجموعی تعددات
1	3	3
2	8	11
3	5	16
4	3	19
5	1	20

$\Sigma f = 20 \quad n = 20$

وسطانیہ = السا گروہ جو ($\frac{n}{2}$) ویں قدر رکھتا ہو

= " " " ($\frac{20}{2}$) " "

= " " " 10 " "

10 ویں قدر رکھنے والا گروہ 2 ہے لہٰذا وسطانیہ '2' ہے

زیادہ بار آنے والا عدد '2' ہے لہٰذا عادہ '2' ہے

Q #9

مندرجہ ذیل مواد فراکمل کے اوزان (کلوگرام) کو ظاہر کرتا ہے حسابی اوسط، وسطانیہ اور عادہ معلوم کریں

13/10/13

(3)

جماعتی وقفہ	f تعددات	x درمیانی نقطہ	f x
1—3	2	$\frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$	2×2 = 4
4—6	3	5	3×5 = 15
7—9	5	8	5×8 = 40
10—12	4	11	4×11 = 44
13—15	6	14	6×14 = 84
16—18	2	17	2×17 = 34
19—21	1	20	1×20 = 20

$\Sigma f = 23 \quad \Sigma fx = 241$

حسابی اوسط $= \bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{241}{23} = 10.478$ kg

جماعتی وقفہ	حقیقی جماعتی حدود	(f) تعددات	c.f مجموعی تعددات
1 — 3	0.5 — 3.5	2	2
4 — 6	3.5 — 6.5	3	2+3 = 5
7 — 9	6.5 — 9.5	5	5+5 = 10 → C
10 — 12	9.5 — 12.5	4	10+4 = 14 وسطانیہ گروہ
13 — 15	12.5 — 15.5	6	14+6 = 20
16 — 18	15.5 — 18.5	2	20+2 = 22
19 — 21	18.5 — 21.5	1	22 +1 = 23

وہ جماعت جو $\frac{n}{2}$ ویں یعنی $\frac{23}{2}$ ویں (11.5 ویں) قدر رکھتی ہے وہ 10—12 والا جماعتی وقفہ ہے لہٰذا یہ وسطانیہ گروہ ہوگا۔

وسطانیہ $= l + \frac{h}{f}\left(\frac{n}{2} - c\right)$ $\quad l = 9.5, \; h = 3, \; f = 4, \; n = 23, \; c = 10$

$= 9.5 + \frac{3}{4}\left(\frac{23}{2} - 10\right)$

$= 9.5 + \frac{3}{4}\left(\frac{23-20}{2}\right)$

$= 9.5 + \frac{3}{4}\left(\frac{3}{2}\right) = 9.5 + \frac{9}{8}$

$= 9.5 + 1.125 = 10.625$

جماعتی وقفہ	حقیقی جماعتی حدود	تعددات
1 — 3	0.5 — 3.5	2
4 — 6	3.5 — 6.5	3
7 — 9	6.5 — 9.5	5
10 — 12	9.5 — 12.5	4 → f_1
13 — 15	12.5 — 15.5	6 → f_m عادہ گروہ
16 — 18	15.5 — 18.5	2 → f_2
19 — 21	18.5 — 21.5	1

سب سے زیادہ تعدد والا گروہ 15—13 کا ہے لہٰذا یہ عادہ گروہ کہلاتا ہے

عادہ $= l + \frac{(f_m - f_1)}{2f_m - f_1 - f_2} \times h$ $\quad l = 12.5, \; f_m = 6, \; f_1 = 4, \; f_2 = 2, \; h = 3$

$= 12.5 + \frac{(6-4)}{2(6)-4-2} \times 3$

$= 12.5 + \frac{2}{12-6} \times 3$

$= 12.5 + \frac{1}{6} \times 6 = 12.5 + 1 = 13.5$

Q #10

ایک طالب علم نے امتحان میں درج ذیل نمبر حاصل کیے۔ انگلش میں 73، اردو 82، ریاضی میں 80، تاریخ 67 سائنس میں 62

(الف) اگر اوزان نمبروں کے مطابق بالترتیب 4، 3، 3، 2 اور 2 ہوں تو مناسب اوسط نمبر کیا ہوگا؟

(ب) اگر مساوی اوزان لیے جائیں تو اوسط نمبر کیا ہوگا؟

(الف)

وزن (w)	حاصل کردہ نمبر x	wx
4	73	4×73 = 292
3	82	3×82 = 246
3	80	3×80 = 240
2	67	2×67 = 134
2	62	2×62 = 124

$\Sigma w = 14$ $\Sigma wx = 1036$

$\bar{x}_w$ = اوسط نمبر $= \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{1036}{14} = 74$

(ب) اگر اوزان برابر لیے جائیں تو

w	x	wx
2	73	2×73 = 146
2	82	2×82 = 164
2	80	2×80 = 160
2	67	2×67 = 134
2	62	2×62 = 124

$\Sigma w = 10$ $\Sigma wx = 728$

$\bar{x}_w$ = اوسط نمبر $= \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{728}{10} = 72.8$

Q#11

فرض کیا پٹرول کی مقدار w اور پٹرول کی قیمت x ہو تو

پٹرول کی مقدار w	پٹرول کی قیمت x	wx
21.3 لیٹر	39.90 روپے	21.3×39.90 = 849.870
18.7 "	42.90 "	18.7×42.90 = 802.604
23.5 "	40.90 "	23.5×40.90 = 961.15

$\Sigma w = 63.5$ $\Sigma wx = 2613.624$

$\bar{x}_w = \frac{\Sigma wx}{\Sigma w} = \frac{2613.624}{63.5} = 41.159$

$= 41.16$ روپے فی لیٹر

Q#12

سادہ حرکتی اوسط معلوم کریں

سال	قیمتیں	کل تعداد	اوسط
2001	102	—	
2002	108	340	340/3 = 113.33
2003	130	378	378/3 = 126
2004	140	428	428/3 = 142.66
2005	158	478	478/3 = 159.33
2006	180	534	534/3 = 178
2007	196	576	576/3 = 192.33
2008	210	626	626/3 = 208.67
2009	220	660	660/3 = 220
2010	230	—	

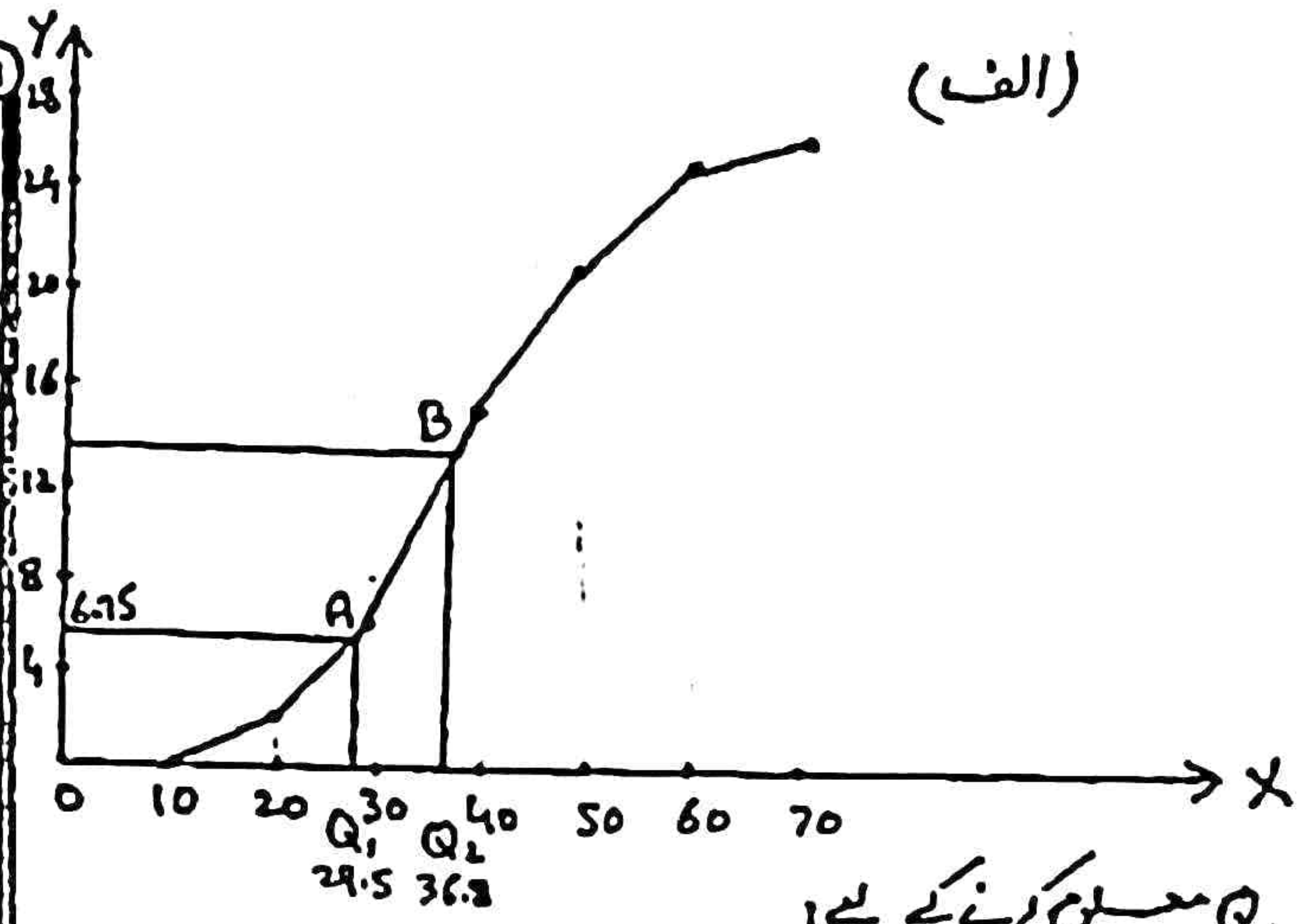
پہلی 3 قیمتوں کو جمع کر کے 340 بنا جس کو ان 3 قیمتوں کے درمیان لکھا گیا۔ درمیانی سال 2002 بنتا ہے اس کے بعد 2001 کی قیمت کو چھوڑ کر اگلی 3 قیمتوں کی گنتی اور ان کو جمع کر کے 2003 کے سامنے لکھا اسی طرح آخر تک یہی سلسلہ چلتا گیا۔

Q#13

حقیقی جماعتی حدود	تعدادات	مجموعی تعدادات	
0 — 10	0	0	10 سے کم
10 — 20	2	2	20 " "
20 — 30	5	2+5 = 7	30 " "
30 — 40	9	7+9 = 16	40 " "
40 — 50	6	16+6 = 22	50 " "
50 — 60	4	22+4 = 26	60 " "
60 — 70	1	26+1 = 27	70 " "

مجموعی کثیرالاضلاع، سکیل: X محور پر 1 چھوٹا سکیل = 2
Y محور پر 4 چھوٹے سکیل = 1

(الف)



Q_1 معلوم کرنے کے لیے:

(i) $\left(\frac{n}{4}\right)$ ویں مد معلوم کی جو کہ $\frac{27}{4}$ یعنی 6.75 بنتی ہے۔

(ii) Y-محور پر 6.75 کی گراف پر نشاندہی کی اور Y-محور سے افقی لائن کھینچی جو X-محور کے متوازی اور کثیرالاضلاع کو نقطہ A پر چھوتی ہے۔

(iii) نقطہ A سے عمودی لائن کھینچی جو X-محور پر نقطہ P پر ملی جو کہ 29.5 ہے۔

Q_2 یعنی وسطانیہ معلوم کرنے کے لیے:

(i) $\left(\frac{n}{2}\right)$ ویں مد معلوم کی جو کہ $\frac{27}{2}$ یعنی 13.5 بنتی ہے۔

(ii) Y-محور پر 13.5 کی گراف پر نشاندہی کی بعد Y-محور سے افقی لائن کھینچی جو X-محور کے متوازی اور کثیرالاضلاع کو نقطہ B پر چھوتی ہے۔

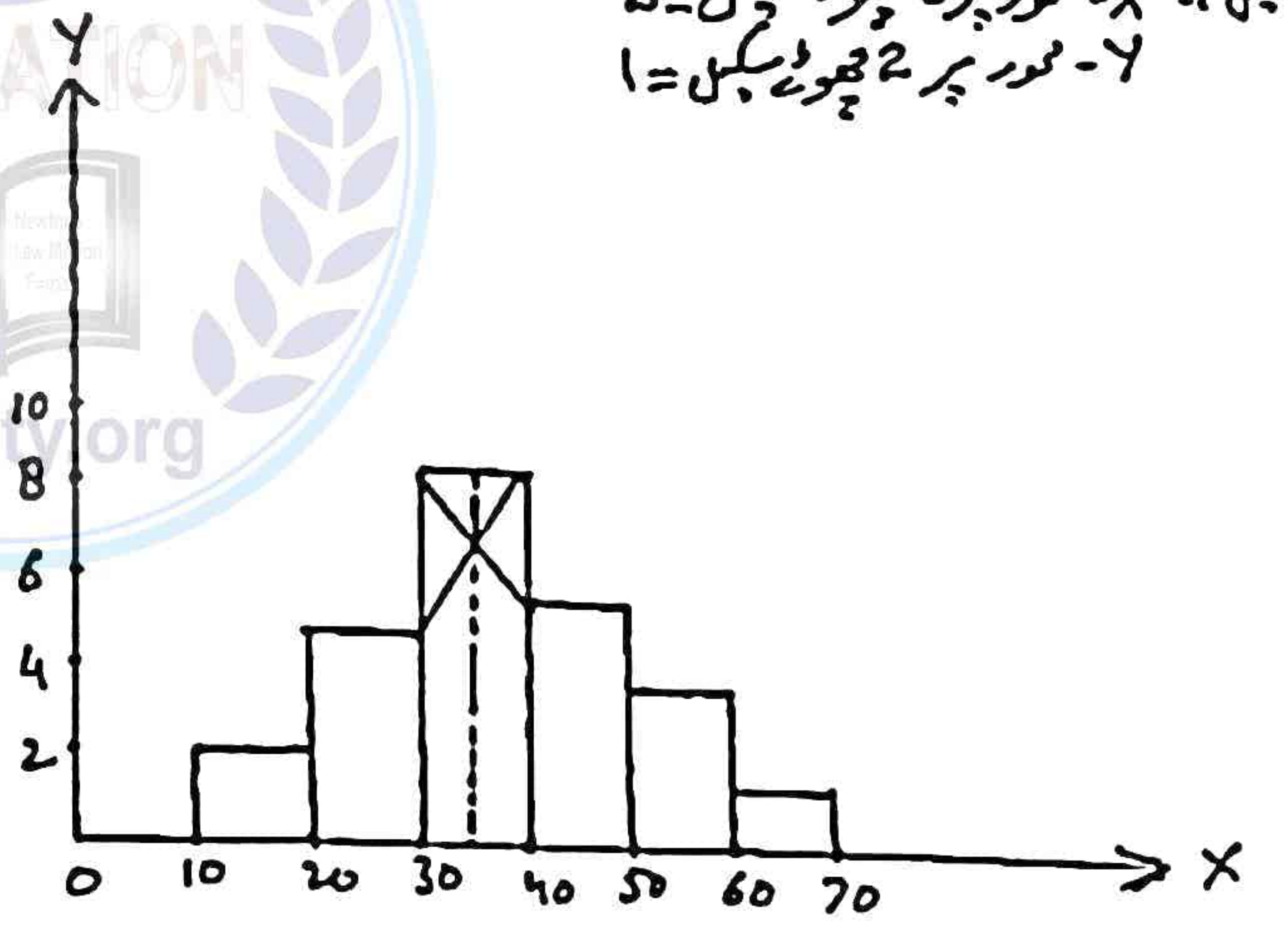
(iii) نقطہ B سے عمودی لائن کھینچی جس نے X-محور کو نقطہ Q پر قطع کیا جو 36.8 ہے۔

(ب) کالمی نقشہ بنا کر عادہ معلوم کریں۔

حقیقی جماعتی حدود	تعدادات (f)
10 — 20	2
20 — 30	5
30 — 40	9
40 — 50	6
50 — 60	4
60 — 70	1

کالمی نقشہ

سکیل: X-محور پر 1 چھوٹا سکیل = 2
Y-محور پر 2 چھوٹے سکیل = 1



تقریباً 35 = عادہ

Exercise 6.3

Q#4

5 اساتذہ کی تنخواہوں کا سعت اور معیاری انحراف معلوم کریں
11500, 12400, 15000, 14500, 14800

سب سے بڑی قیمت $= x_m = 15000$

سب سے چھوٹی قیمت $= x_o = 11500$

سعت $= x_m - x_o = 15000 - 11500 = 3500$

براہ راست طریقہ

I Method

x	x^2
11500	132250000
12400	153760000
15000	225000000
14500	210250000
14800	219040000

$\Sigma x = 68200$

$\Sigma x^2 = 940300000$

x کا معیاری انحراف $= \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{940300000}{5} - \left(\frac{68200}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{188060000 - (13640)^2}$

$= \sqrt{188060000 - 186049600}$

$= \sqrt{2010400}$

$= 1417.88$

معیاری انحراف بہ حسابی اوسط سے

II Method

حسابی اوسط $= \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$

$\bar{x} = \frac{11500 + 12400 + 15000 + 14500 + 14800}{5}$

$= \frac{68200}{5} = 13640$

معیاری انحراف $= S.D(x) = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$

x	$x - \bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
11500	11500 − 13640 = −2140	4579600
12400	12400 − 13640 = −1240	1537600
15000	15000 − 13640 = 1360	1849600
14500	14500 − 13640 = 860	739600
14800	14800 − 13640 = 1160	1345600

$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 10052000$

x کا معیاری انحراف $= \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$

$= \sqrt{\frac{10052000}{5}}$

$= \sqrt{2010400}$

$= 1417.88$

Q#5

معیاری انحراف معلوم کریں۔ (الف)

(i)

x	x^2
12	144
6	36
7	49
3	9
15	225
10	100
18	324
5	25

$\Sigma x = 76, \Sigma x^2 = 912$

معیاری انحراف $= S = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{912}{8} - \left(\frac{76}{8}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{912}{8} - (9.5)^2}$

$= \sqrt{114 - 90.25}$

$= \sqrt{23.75}$

$= 4.87$

(ii)

x	x^2
9	81
3	9
8	64
8	64
9	81
8	64
9	81
18	324

$\Sigma x = 72 \quad \Sigma x^2 = 768$

معیاری انحراف $= S = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{768}{8} - \left(\frac{72}{8}\right)^2}$

$= \sqrt{96 - (9)^2}$

$= \sqrt{96 - 81}$

$= \sqrt{15}$

$= 3.87$

(ب) تغیریت معلوم کریں۔

(S)

x	x^2
10	100
8	64
9	81
7	49
5	25
12	144
8	64
6	36
8	64
2	04

$\Sigma x = 75$

$\Sigma x^2 = 631$

تغیریت $= S^2 = \frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2$

$= \frac{631}{10} - \left(\frac{75}{10}\right)^2$

$= 63.1 - (7.5)^2$

$= 63.1 - 56.25$

$= 6.85$

Q#6

اوسط لمبائی اور معیاری انحراف معلوم کریں۔

لمبائی	f تعددات	x درمیانی قیمت	fx
20 — 22	3	$\frac{20+22}{2} = \frac{42}{2} = 21$	3×21 = 63
23 — 25	6	24	144
26 — 28	12	27	324
29 — 31	9	30	270
32 — 34	2	33	66

$\Sigma f = 32 \qquad \Sigma fx = 867$

اوسط لمبائی $= \bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{867}{32} = 27.09375$

لمبائی	f تعددات	x	fx	x^2	fx^2
20 — 22	3	$\frac{20+22}{2} = 21$	3×21 = 63	441	3×441 = 1323
23 — 25	6	24	144	576	3456
26 — 28	12	27	324	729	8748
29 — 31	9	30	270	900	8100
32 — 34	2	33	66	1089	2178

$\Sigma f = 32 \qquad \Sigma fx = 867 \qquad \Sigma fx^2 = 23805$

معیاری انحراف $= S.D = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{23805}{32} - \left(\frac{867}{32}\right)^2} = \sqrt{743.9063 - 734.0713}$

$= \sqrt{9.8350} = 3.136$

Q#7

مواد کی مدد سے سعت معلوم کریں۔

جماعتی حدود	حقیقی جماعتی حدود	f تعددات
33 — 40	32.5 — 40.5	28
41 — 50	40.5 — 50.5	31
51 — 60	50.5 — 60.5	12
61 — 70	60.5 — 70.5	9
71 — 75	70.5 — 75.5	5

پہلے گروہ کی زیریں جماعتی حد $= 32.5$

آخری گروہ کی بالائی جماعتی حد $= 75.5$

پہلے گروہ کی زیریں جماعتی حد − آخری گروہ کی بالائی جماعتی حد = سعت

$= 75.5 - 32.5$

$= 43$

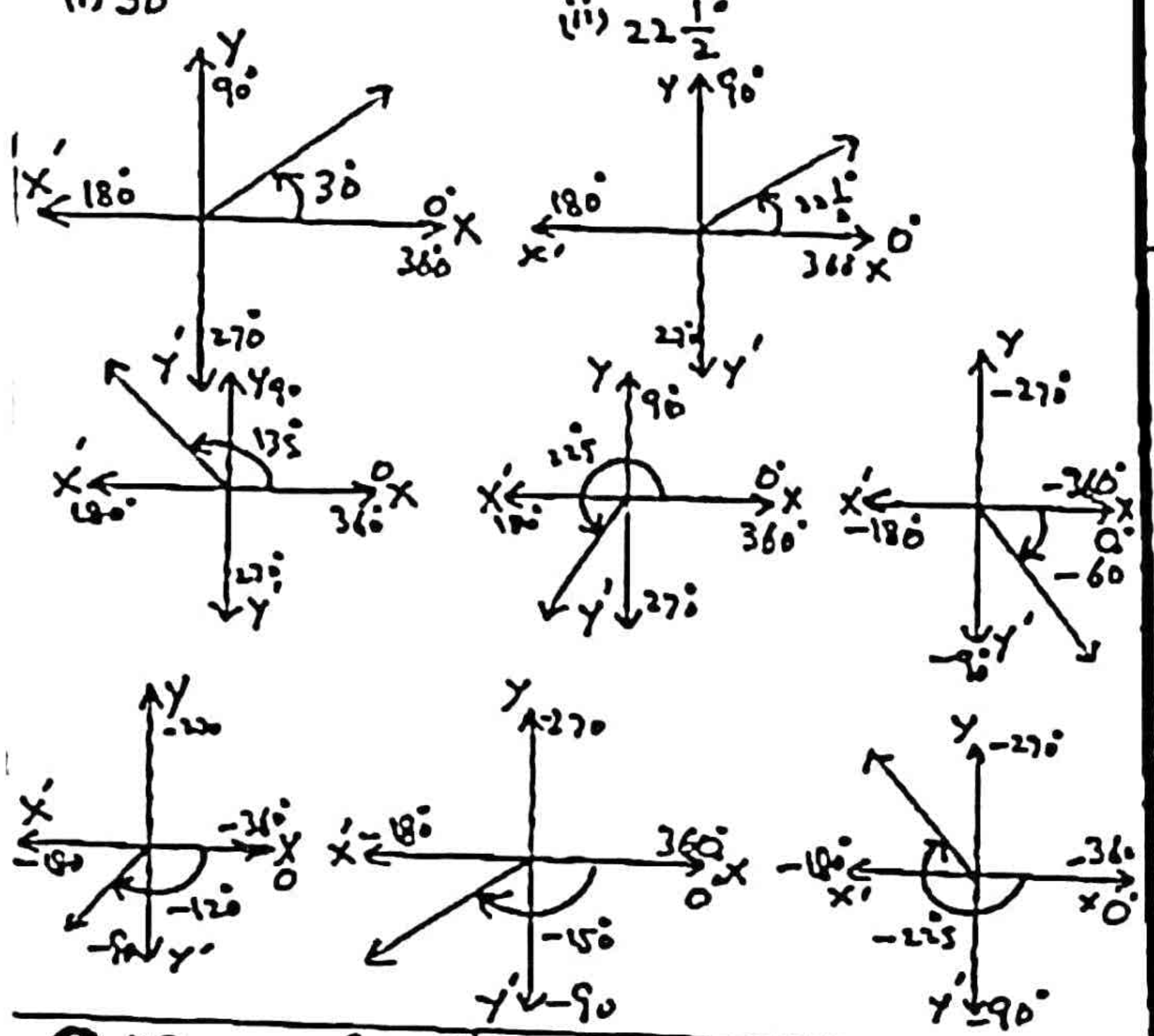
Maths 10th Unit #7

pakcity.org

Exercise 7.1

Q#1 زاویوں کو XY- مستوی میں ظاہر کریں۔

(i) 30° (ii) $22\frac{1}{2}^\circ$



Q#2 60 کے اساس میں دیے گئے زاویوں کو اعشاری شکل میں لکھیں۔

(i) $45^\circ 30'$

$= 45^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ$

$= 45^\circ + \frac{1}{2}^\circ$

$= 45^\circ + 0.5^\circ$

$= 45.5^\circ$

(ii) $60^\circ 30' 30''$

$= 60^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ + \left(\frac{30}{60\times 60}\right)^\circ$

$= 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^\circ + \left(\frac{1}{120}\right)^\circ$

$= 60^\circ + 0.5^\circ + (0.00833)^\circ$

$= 60.50833^\circ$

(iii) $125^\circ 22' 50''$

$= 125^\circ + \left(\frac{22}{60}\right)^\circ + \left(\frac{50}{60\times 60}\right)^\circ = 125^\circ + 0.3666 + 0.01388$

$= 125.3805^\circ$

Q#3 مندرجہ ذیل کو D°, m′ اور S″ میں لکھیں۔

(i) $47.36^\circ = 47^\circ + 0.36^\circ$

$= 47^\circ + (.36 \times 60)'$

$= 47^\circ + (21.6)' = 47^\circ + 21' + (0.6)'$

$= 47^\circ + 21' + (0.6 \times 60)''$

$= 47^\circ + 21' + 36'' = 47^\circ 21' 36''$

(ii) $125.45^\circ = 125^\circ + (.45)^\circ$

$= 125^\circ + (45 \times 60)' = 125^\circ + 27' = 125^\circ 27'$

(iii) $225.75^\circ = 225^\circ + 0.75^\circ$

$= 225^\circ + (0.75 \times 60)' = 225^\circ + 45' = 225^\circ 45'$

(iv) $-22.5^\circ = -(22^\circ + 0.5^\circ)$

$= -[22^\circ + (0.5\times 60)'] = -[22^\circ + 30'] = -22^\circ 30'$

(v) $-67.58^\circ = -(67^\circ + 0.58^\circ)$

$= -[67^\circ + (0.58 \times 60)'] = -[67^\circ + 34.8']$

$= -[67^\circ + 34' + 0.8'] = -[67^\circ + 34' + (0.8\times 60)'']$

$= -[67^\circ + 34' + 48''] = -67^\circ 34' 48''$

(vi) 315.18°

$= 315^\circ + 0.18^\circ = 315^\circ + (0.18 \times 60)'$

$= 315^\circ + 10.8' = 315^\circ + 10' + 0.8'$

$= 315^\circ + 10' + (0.8 \times 60)''$

$= 315^\circ + 10' + 48'' = 315^\circ 10' 48''$

Q#4 ریڈین میں لکھیے

(i) $30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$

(ii) $60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$

(iii) $135^\circ = 135 \times \frac{\pi}{180} = \frac{3}{4}\pi$

(iv) $225^\circ = 225 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5}{4}\pi$

(v) $-150^\circ = -150 \times \frac{\pi}{180} = -\frac{5}{6}\pi$

(vi) $-225^\circ = -225 \times \frac{\pi}{180} = -\frac{5}{4}\pi$

(vii) $300^\circ = 300 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5}{3}\pi$

(viii) $315^\circ = 315 \times \frac{\pi}{180} = \frac{7}{4}\pi$

Q#5 ڈگری میں تبدیل کریں۔

(i) $\frac{3\pi}{4}$

$= \frac{3\times 180}{4}$

$= 3 \times 45^\circ$

$= 135^\circ$

(ii) $\frac{5\pi}{6}$

$= \frac{5\times 180}{6}$

$= 5 \times 30^\circ$

$= 150^\circ$

(iii) $\frac{7\pi}{8}$

$= \frac{7\times 180}{8}$

$= 7 \times \frac{45}{2}$

$= 157.5^\circ$

(iv) $\frac{13\pi}{16}$

$= \frac{13\times 180}{16}$

$= 13 \times \frac{45}{4}$

$= 146.25^\circ$

(v) 3

$= 3 \times \frac{180}{\pi}$

$= 3 \times \frac{180}{3.1428}$

$= 3 \times 57.27$

$= 171.8$

(vi) 4.5

$= 4.5 \times \frac{180}{\pi}$

$= 4.5 \times \frac{180}{3.1428}$

$= 4.5 \times 57.27$

$= 257.72$

(vii) $-\frac{7\pi}{8}$

$= -\frac{7\times 180}{8}$

$= -7 \times \frac{45}{2}$

$= -157.5$

(viii) $-\frac{13}{16}\pi$

$= -\frac{13\times 180}{16}$

$= -13 \times \frac{45}{4}$

$= -146.25^\circ$

Exercise 7.2

Q#1 θ معلوم کیجئے جبکہ

(i) $l = 2$ سم, $r = 3.5$ سم, $\theta = ?$

$l = r\theta$

$\theta = \frac{l}{r}$

$= \frac{2}{3.5}$

$= 0.57$ ریڈین

(ii) $l = 4.5$ میٹر, $r = 2.5$ میٹر, $\theta = ?$

$l = r\theta$

$\theta = \frac{l}{r}$

$= \frac{4.5}{2.5}$

$= 1.8$ ریڈین

Q#2 l معلوم کیجئے جبکہ

(i) $l = ?$, $r = 4.9$ سم, $\theta = 180^\circ$

$l = r\theta$

$= 4.9(180^\circ)$

$= 4.9(\pi)$

$= 4.9(3.14)$

$= 15.39$ سم

(ii) $l = ?$, $r = 15$ mm, $\theta = 60^\circ 30'$

$= 60^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ$

$= 60^\circ + 0.5^\circ$

$= 60.5^\circ \times \frac{\pi}{180}$

$l = r\theta$

$= 15 \times 60.5 \frac{\pi}{180}$

$= \frac{15 \times 60.5 \times 3.14}{180}$

$= 15.83$ mm

Q#3 r معلوم کیجئے جبکہ

(i) $l = 4$ سم, $\theta = \frac{1}{4}$ ریڈین

$l = r\theta$

$r = \frac{l}{\theta}$

$= \frac{4}{1/4}$

$r = 4 \times \frac{4}{1}$

$= 16$ سم

(ii) $l = 52$ سم, $\theta = 45^\circ$

$\theta = 45^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$ ریڈین

$l = r\theta$

$r = \frac{l}{\theta} = \frac{52}{\pi/4} = \frac{52\times 4}{3.1428}$

$r = \frac{208}{3.1428} = 66.21$ سم

Q#4 قوس کی لمبائی معلوم کریں جو دائرے کے مرکز پر 1.5 ریڈین کا زاویہ بناتی ہے جبکہ دائرہ کا رداس 12 میٹر ہے۔

$\theta = 1.5$ ریڈین $\quad r = 12m \quad l = ?$

$l = r\theta = 12m \times 1.5 = 18\,m$

Q#5 ایک چکر میں فاصلہ $= 2\pi r \;;\; r = 10m$

3.5 چکروں میں فاصلہ $= l = 3.5 \times 2\pi r = 7\pi r$

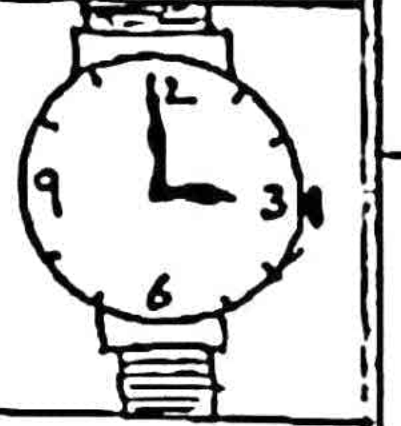
$= 7 \times 3.1428 \times 10$

$= 220\,m$

Q#6 3 بجے گھڑی کی سوئیوں کے درمیان زاویہ $= \frac{1}{4}(360°)$

$= \frac{1}{4}(2\pi)$ ریڈین

$= \frac{\pi}{2}$ ریڈین

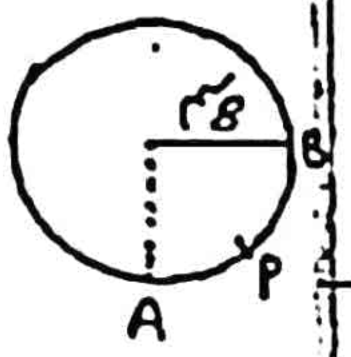


Q#7 قوس APB کی لمبائی کتنی ہوگی؟

$r = 8$ سم $\quad \theta = 90° = \frac{\pi}{2}$ ریڈین

$l = r\theta = 8 \times \frac{\pi}{2} = 4\pi$

$= 4 \times 3.1428 = 12.57$ سم



Q#8 رداس $= r = 12$ سم $\quad \theta = 84°$

لمبائی $= l = ?$ $\quad = 84 \times \frac{\pi}{180} = \frac{21}{45}\pi$

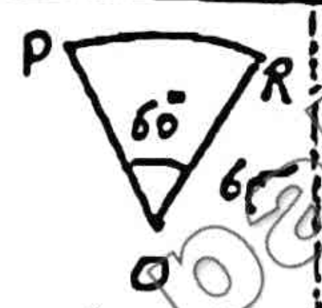
$l = r\theta = 12 \times \frac{21}{45}\pi$

$= \frac{28}{5}\pi = \frac{28}{5} \times 3.1428 = 17.6$ سم

Q#9 (a) OPR کا رقبہ معلوم کریں

$\theta = 60° = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$

$r = 6$ سم



OPR کا رقبہ (قطاع دائرہ) $= \frac{1}{2}r^2\theta$

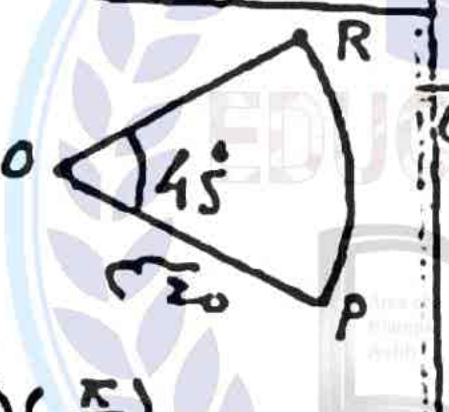
$= \frac{1}{2}(6)^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}(36)\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$= 6\pi = 6(3.1428) = 18.85$ مربع سم

(b) OPR کا رقبہ معلوم کریں

$\theta = 45° = 45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$

$r = 20$ سم



OPR قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(20)^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}(400)\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$= 50\pi = 50(3.1428) = 157.14$ مربع سم

Q#10 قطاع دائرے کا رداس $= r = 7$ میٹر

زاویہ $= \theta = 20° = 20 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{9}$

قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(7)^2\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{1}{2}(49)\left(\frac{\pi}{9}\right)$

$= \frac{49(3.1428)}{18} = 8.56$ مربع میٹر

Q#11 $r = 56 + 10 = 66$ سم

$\theta = 80° = 80 \times \frac{\pi}{180} = \frac{4}{9}\pi$

قطاع دائرہ کا رقبہ = جتنا کپڑا درکار ہوگا

$= \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}(66)^2\left(\frac{4}{9}\pi\right)$

$= \frac{1}{2}(66)(66)\left(\frac{4}{9}\right)\pi$

$= 11 \times 22 \times 4\pi = 11 \times 22 \times 4 \times 3.1428$

$= 3041.45$ مربع سم

Q#12 قطاع دائرہ کا رقبہ $= ?$

رداس $= r = 10$ سم $\quad$ زاویہ $= \theta = \frac{\pi}{5}$ ریڈین

قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

$= \frac{1}{2}(10)^2\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2}(100)\left(\frac{\pi}{5}\right) = 10\pi$

$= 10(3.1428) = 31.428$ مربع سم

Q#13 قطاع دائرہ کا رقبہ $= 10$ مربع میٹر

رداس $= r = 2$ میٹر $\quad$ زاویہ $= \theta = ?$

قطاع دائرہ کا رقبہ $= \frac{1}{2}r^2\theta$

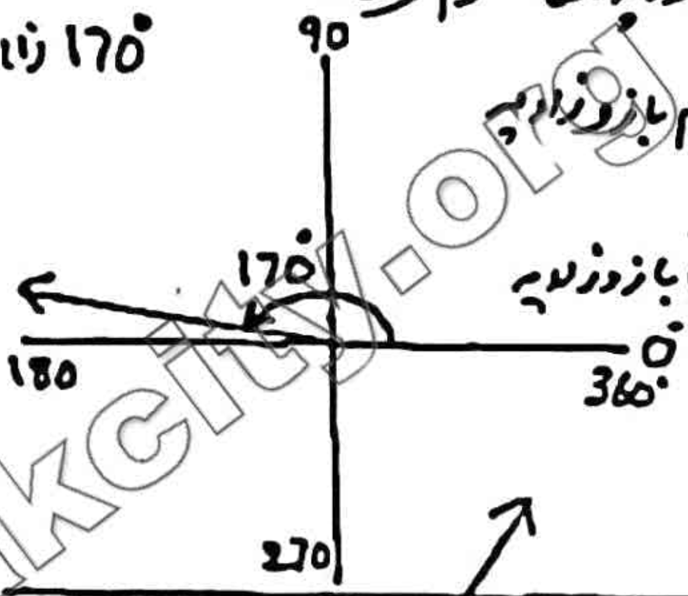
$2 \times$ قطاع دائرہ کا رقبہ $= r^2\theta \Rightarrow \theta = \frac{2 \times \text{قطاع دائرہ کا رقبہ}}{r^2}$

$\theta = \frac{2 \times 10}{(2)^2} = \frac{2 \times 10}{4} = 5$ ریڈین $\quad$ (مشق 7.2 ختم)

Exercise 7.3

Q#1 پروٹریکٹر یا پیمانہ کی مدد سے معیاری حالت میں ظاہر کریں ہر زاویے کا مثبت اور منفی ہم بازو زاویہ بھی معلوم کریں۔

(i) 170°



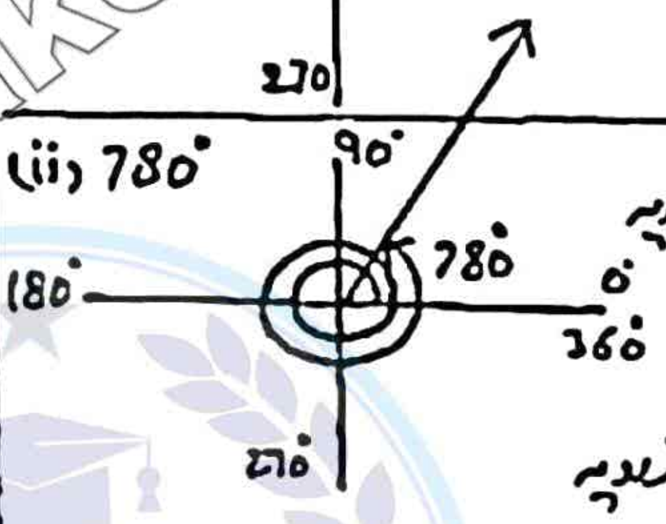
مثبت ہم بازو زاویہ $= 170° + 360°$

$= 530°$

منفی ہم بازو زاویہ $= 170° - 360°$

$= -190°$

(ii) 780°



مثبت ہم بازو زاویہ $= 60°$

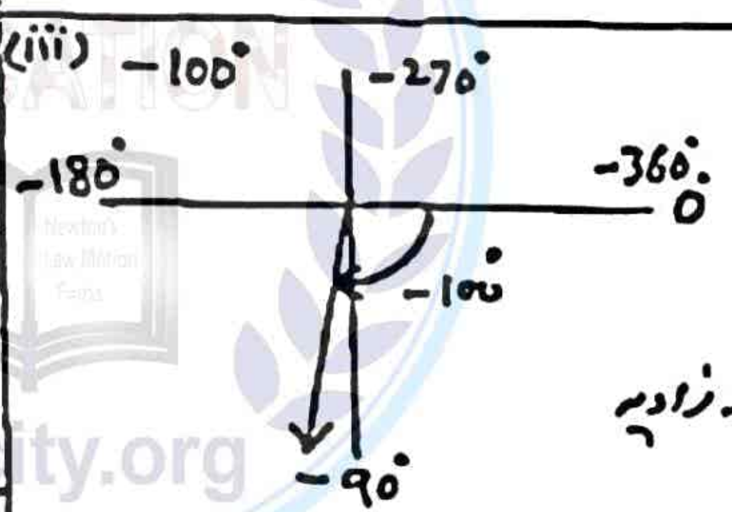
$\because 780° = 2 \times 360° + 60°$

$= 720° + 60°$

منفی ہم بازو زاویہ $= 60° - 360°$

$= -300°$

(iii) −100°



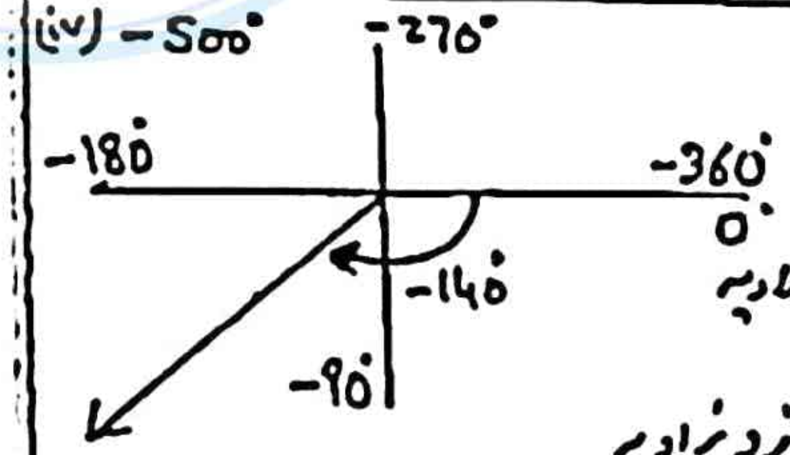
مثبت ہم بازو زاویہ $= -100° + 360°$

$= 260°$

منفی ہم بازو زاویہ $= -100° - 360°$

$= -460°$

(iv) −500°



$-500° = -360° + (-140°)$

مثبت ہم بازو زاویہ $= -140° + 360°$

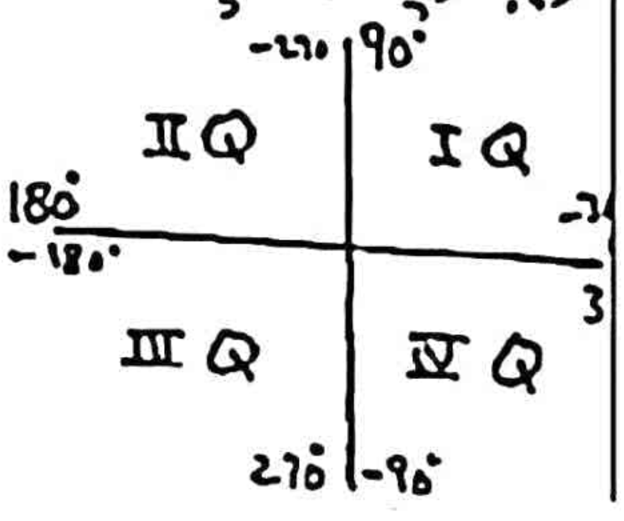
$= 220°$

منفی ہم بازو زاویہ $= -140°$

Q#2 قریب ترین ربع زاویوں کی شناخت کریں جن کے درمیان زاویہ واقع ہے

(i) 156°

زاویہ 156° دوسرے ربع میں واقع ہے قریب ترین ربع زاویہ 90° اور 180° ہیں۔



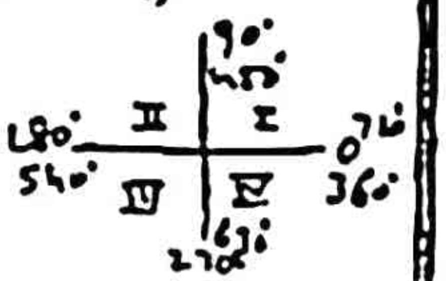
pakcity.org

(ii) 318°

چونکہ زاویہ 318° چوتھے ربع میں واقع ہے لہٰذا قریب ترین ربعی زاویے 270° اور 360° ہیں۔

(iii) 572°

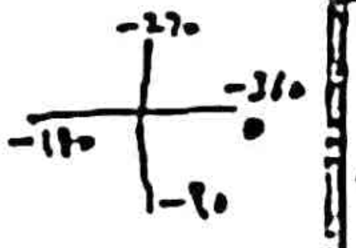
چونکہ زاویہ 572° تیسرے ربع میں واقع ہوگا لہٰذا قریب ترین ربعی زاویے 540° اور 630° ہیں۔



(iv) -330°

-330° کے قریب ترین ربعی زاویے

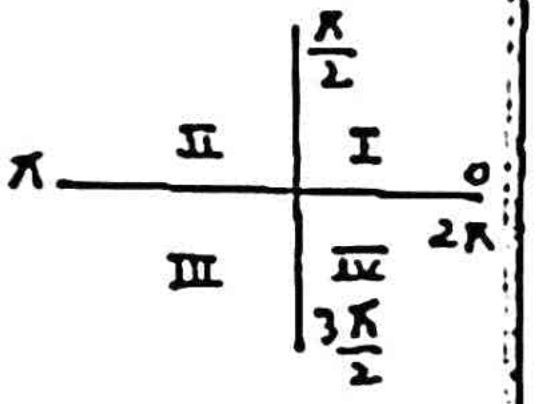
0 اور 90° کے درمیان یا -270° سے -360° یعنی



Q#3 قریب ترین ربعی زاویے لکھیں۔

(i) $\frac{\pi}{3}$ $\left(\because \pi = 180^\circ,\ \frac{\pi}{3} = \frac{180}{3} = 60^\circ\right)$

$\frac{\pi}{3}$ کے قریب ترین ربعی زاویے $= 0, \frac{\pi}{2}$



(ii) $\frac{3\pi}{4}$ $\left[\frac{3(180)}{4} = 135^\circ\right]$

$\frac{3\pi}{4}$ کے قریب ترین ربعی زاویے $= \frac{\pi}{2}, \pi$

(iii) $-\frac{\pi}{4}$ $\left(-\frac{180}{4} = -45^\circ\right)$

$-\frac{\pi}{4}$ کے قریب ترین ربعی زاویے $= 0, -\frac{\pi}{2}$

(iv) $-\frac{3\pi}{4}$

$-\frac{3\pi}{4}$ کے قریب ترین ربعی زاویے $= -\frac{\pi}{2}, -\pi$

Q#4 زاویہ θ کس ربع میں ہوگا۔

(i) $\sin\theta > 0, \tan\theta < 0$ ربع II

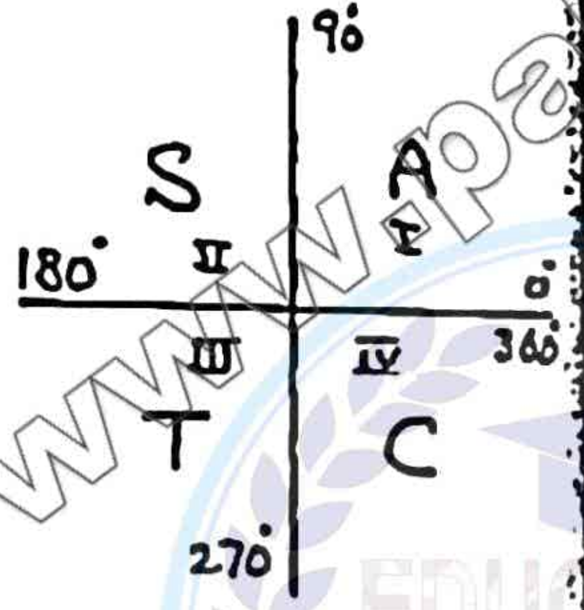
(ii) $\cos\theta < 0, \sin\theta < 0$ ربع III

(iii) $\sec\theta > 0, \sin\theta < 0$ ربع IV

(iv) $\cos\theta < 0, \tan\theta < 0$ ربع II

(v) $\text{cosec}\,\theta > 0, \cos\theta > 0$ ربع I

(vi) $\sin\theta < 0, \sec\theta < 0$ ربع III



A = All +ve
S = Sin & Cosec +ve
C = Cos & Sec +ve
T = Tan & Cot +ve

Q#5

(i) $\cos(-150^\circ) = \ldots + \ldots \cos 150^\circ$

(ii) $\sin(-310^\circ) = \ldots - \ldots \sin 310^\circ$

(iii) $\tan(-210^\circ) = \ldots - \ldots \tan 210^\circ$

(iv) $\cot(-45^\circ) = \ldots - \ldots \cot 45^\circ$

(v) $\sec(-60^\circ) = \ldots + \ldots \sec 60^\circ$

(vi) $\text{cosec}(-137^\circ) = \ldots - \ldots \text{cosec}\,137^\circ$

Q#6 زاویہ θ کا ربع معلوم کرکے 6 تکونیاتی نسبتیں معلوم کریں

(i) $(-2, 3)$

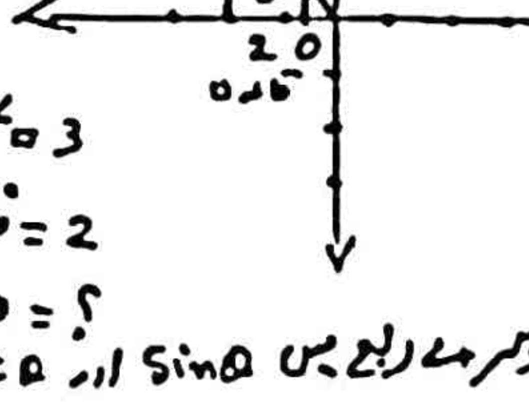
نقطہ $(-2,3)$ ربع II میں واقع ہے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (3)^2 + (2)^2$

$= 9 + 4 = 13$

عمود = 3، قاعدہ = 2، وتر = ?



وتر $= \sqrt{13}$

دوسرے ربع میں $\text{cosec}\,\theta$ اور $\sin\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوتی ہیں۔

عمود = 3، قاعدہ = 2، وتر $= \sqrt{13}$

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{-2}{\sqrt{13}}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{-3}{2}$; $\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{-\sqrt{13}}{2}$

$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{13}}{3}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{-2}{3}$

(ii) $(-3, -4)$

نقطہ $(-3,-4)$ ربع III میں واقع ہے

قاعدہ = 3، وتر = ?

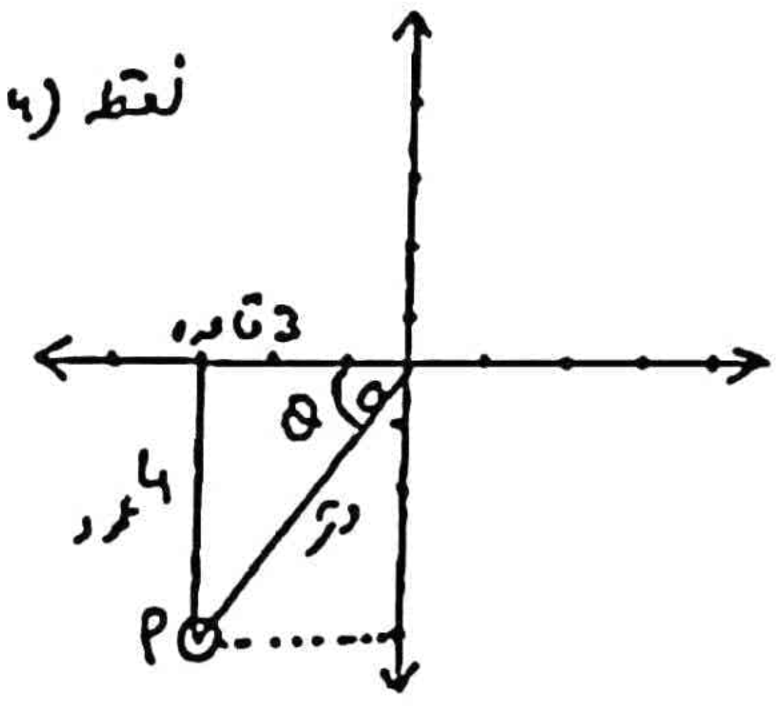
عمود = 4

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (4)^2 + (3)^2$

$= 16 + 9 = 25$

وتر $= \sqrt{25} = 5$



عمود = 4، قاعدہ = 3، وتر = 5

تیسرے ربع میں $\cot\theta$ اور $\tan\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوتی ہیں۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{-4}{5}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{-3}{5}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{4}{3}$; $\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{-5}{4}$

$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{-5}{3}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{3}{4}$

(iii) $(\sqrt{2}, 1)$

نقطہ $(\sqrt{2}, 1)$ ربع I میں واقع ہے

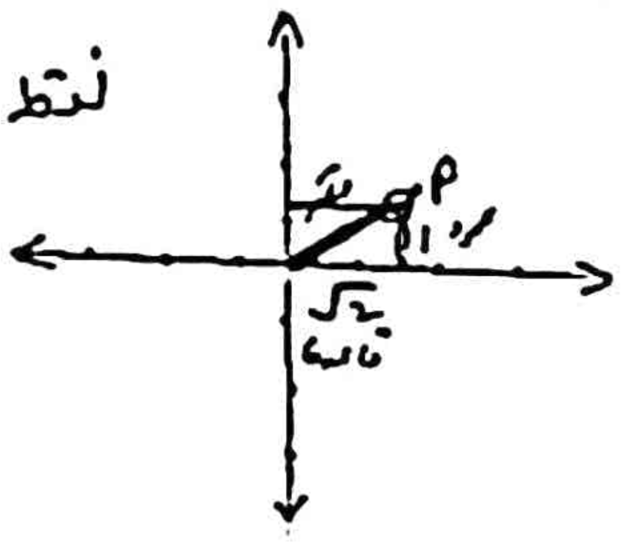
قاعدہ $= \sqrt{2}$، عمود = 1، وتر = ?

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (1)^2 + (\sqrt{2})^2$

$= 1 + 2 = 3$

وتر $= \sqrt{3}$



$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

Q#7 $\cos\theta = -\frac{2}{3}$ دوسرے ربع میں ہو θ

S	A
T	C

$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{-2}{3}$; قاعدہ = −2، وتر = 3

مسئلہ فیثا غورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

$= (3)^2 - (2)^2$

$= 9 - 4 = 5$

عمود $= \sqrt{5}$

چونکہ θ دوسرے ربع میں ہے لہٰذا $\sin\theta$ اور $\text{cosec}\,\theta$ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوں گی۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$; $\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{5}}{-2}$

$\text{cosec}\,\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sec\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{3}{-2}$

Q#8 $\tan\theta = \frac{4}{3}$ تو باقی قیمتیں معلوم کریں $\sin\theta < 0$

دی گئی شرط کے مطابق θ تیسرے ربع میں واقع ہے۔

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{4}{3}$ عمود = 4، قاعدہ = 3

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$= (4)^2 + (3)^2$

$= 16 + 9 = 25$

$\text{وتر} = \sqrt{25} = 5$

چونکہ θ تیسرے ربع میں واقع ہے

لہٰذا Tanθ اور Cotθ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوں گی۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = -\frac{4}{5}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = -\frac{3}{5}$

$\text{Cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = -\frac{5}{4}$; $\text{Sec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = -\frac{5}{3}$

$\text{Cot}\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{3}{4}$

Q#9

$\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ θ تیسرے ربع میں نہیں ہے

Sinθ تیسرے اور چوتھے ربع میں منفی ہوتا ہے لہٰذا

S	A
T	C

θ چوتھے ربع میں واقع ہے۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ عمود = 1، وتر = $\sqrt{2}$

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{قاعدہ})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{عمود})^2$

$= (\sqrt{2})^2 - (1)^2$

$= 2 - 1 = 1$

$\text{قاعدہ} = \sqrt{1} = 1$

چونکہ θ چوتھے ربع میں ہے لہٰذا

Secθ اور Cosθ کے علاوہ تمام قیمتیں منفی ہوں گی۔

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = -\frac{1}{1} = -1$; $\text{Sec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$

$\text{Cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{-\sqrt{2}}{1} = -\sqrt{2}$

Q#10

$\text{Cosec}\theta = \frac{13}{12}$ ہو تو باقی قیمتیں معلوم کریں $\text{Sec}\theta > 0$

Secθ اور Cosecθ کی قیمتیں صرف پہلے ربع میں مثبت ہوتی ہیں

$\text{Cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{13}{12}$ لہٰذا θ پہلے ربع میں واقع ہے۔

وتر = 13 ، عمود = 12

مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{قاعدہ})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{عمود})^2$

$= (13)^2 - (12)^2 = 169 - 144$

$= 25$

$\text{قاعدہ} = \sqrt{25} = 5$

چونکہ θ پہلے ربع میں واقع ہے

لہٰذا تمام قیمتیں مثبت ہوں گی۔

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{12}{13}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{5}{13}$

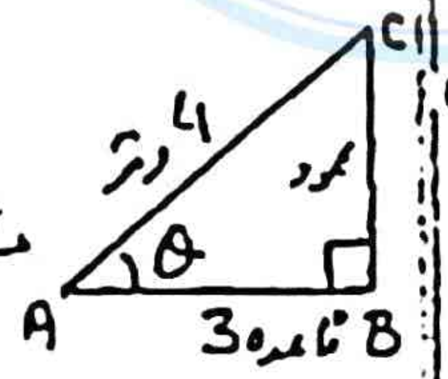
$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{12}{5}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{5}{12}$

$\text{Sec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{13}{5}$

Q#11

(i) ΔABC میں

وتر = 4 ، قاعدہ = 3



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

$= (4)^2 - (3)^2 = 16 - 9 = 7$

$\text{عمود} = \sqrt{7}$

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$; $\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{3}{4}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$; $\text{Sec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{4}{3}$

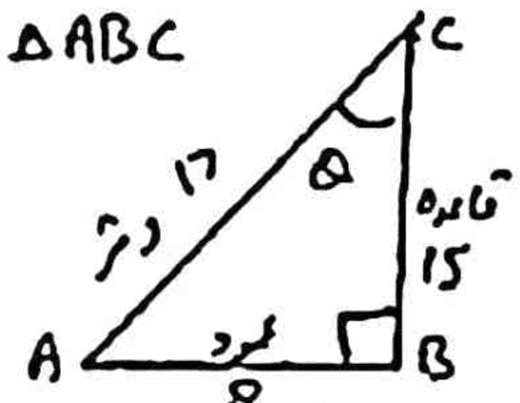
$\text{Cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{4}{\sqrt{7}}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$

(ii) ΔABC میں

وتر = 17

عمود = 8

قاعدہ = 15



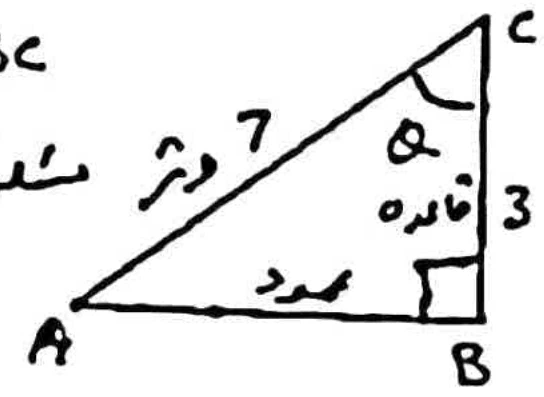
$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}} = \frac{8}{17}$; $\text{Sec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{قاعدہ}} = \frac{17}{15}$

$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{15}{17}$; $\text{Cosec}\theta = \frac{\text{وتر}}{\text{عمود}} = \frac{17}{8}$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{8}{15}$; $\cot\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{عمود}} = \frac{15}{8}$

(iii) ΔABC میں

وتر = 7 ، قاعدہ = 3



مسئلہ فیثاغورث کی رو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

$= (7)^2 - (3)^2$

$= 49 - 9 = 40$

$\text{عمود} = \sqrt{40} = \sqrt{4\times10} = 2\sqrt{10}$

$\sin\theta = \text{عمود}/\text{وتر} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$; $\text{Cosec}\theta = \text{وتر}/\text{عمود} = \frac{7}{2\sqrt{10}}$

$\cos\theta = \text{قاعدہ}/\text{وتر} = \frac{3}{7}$; $\text{Sec}\theta = \text{وتر}/\text{قاعدہ} = 7/3$

$\tan\theta = \text{عمود}/\text{قاعدہ} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$; $\cot\theta = \text{قاعدہ}/\text{عمود} = 3/2\sqrt{10}$

Q#12

جدول اور کیلکولیٹر کے بغیر تکونیاتی تفاعل کی قیمتیں معلوم کریں

(i) $\tan 30° = \frac{\sin 30°}{\cos 30°} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(ii) $\tan 330° = \frac{\sin 330°}{\cos 330°} = \frac{\sin(360°-30°)}{\cos(360°-30°)}$

$= \frac{-\sin 30°}{\cos 30°} = \frac{-1/2}{\sqrt{3}/2}$

$= -\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

	90	
180	S | A	
	T | C	
	270	

(iii) $\text{Sec } 330° = \frac{1}{\cos 330°} = \frac{1}{\cos(360°-30°)}$

$= \frac{1}{\cos 30°} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

(iv) $\cot\frac{\pi}{4} = \frac{\cos \pi/4}{\sin \pi/4} = \frac{1/\sqrt{2}}{1/\sqrt{2}}$ $(\because \frac{\pi}{4} = 45°)$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{1} = 1$

(v) $\cos\frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$

(vi) $\text{Cosec}\frac{2\pi}{3} = \frac{1}{\sin\frac{2\pi}{3}} = \frac{1}{\sin(\pi - \frac{\pi}{3})}$

$= \frac{1}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

(vii) $\cos(-450°) = \cos(-720° + 270°)$

$= \cos(2(-1)360° + 270°)$

$= \cos 270°$ $(\because k2\pi + \theta = \theta, k \in Z)$

$= \cos(360° - 90°)$

$= \cos 90°$

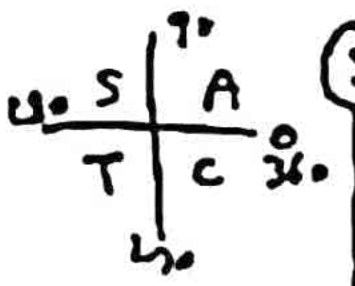
$= 0$

(viii) $\tan(-9\pi)$

$= \tan(-10\pi + \pi)$

$= \tan[2(-5)\pi + \pi]$ $\because (2k\pi + \theta = \theta,\ k \in Z)$

$= \tan\pi = \frac{\sin\pi}{\cos\pi} = \frac{0}{-1} = 0$



(ix) $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \cos\left[-\pi + \frac{\pi}{6}\right]$

$= -\cos\frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}/2$

(x) $\sin\frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)$

$= -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

(xi) $\cot\frac{7\pi}{6} = \frac{\cos 7\pi/6}{\sin 7\pi/6} = \frac{\cos(\pi + \pi/6)}{\sin(\pi + \pi/6)}$

$= \frac{-\cos\pi/6}{-\sin\pi/6} = \frac{-\sqrt{3}/2}{-1/2} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \times -\frac{2}{1}$

$= \sqrt{3}$

(xii) $\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ)$

$= -\cos 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

20/1/13

Exercise 7.4

Q#1

مختصر کرکے ایک رکن یا اس کی آسان شکل میں لکھئے۔

$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 = \tan^2 x$ $\because \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$

Q#2 $\tan x \sin x \sec x$

$= \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \sin x \cdot \frac{1}{\cos x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2 = \tan^2 x$

Q#3 $\frac{\tan x}{\sec x}$

$= \tan x \cdot \frac{1}{\sec x}$

$= \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos x = \sin x$ $\because \cos x = \frac{1}{\sec x}$

Q#4 $1 - \cos^2 x$

$= 1 - (1 - \sin^2 x)$

$= 1 - 1 + \sin^2 x = \sin^2 x$

ہم جاصیوں
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
$\cos^2\theta = 1 - \sin^2 x$

Q#5 $\sec^2 x - 1$

$= 1 + \tan^2 x - 1$ $\because \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$

$= \tan^2 x$

Q#6 $\sin^2 x \cdot \cot^2 x$

$= \sin^2 x \cdot \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cos^2 x$ $\because \cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$

Q#7 $(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta) = \cos^2\theta$

LHS $= (1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)$

$= (1)^2 - \sin^2\theta$

$= 1 - \sin^2\theta$

$= \cos^2\theta$

$=$ RHS

ہم جاصیوں
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

Q#8 $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta} = 1 + \tan\theta$

LHS $= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta}$

$= \tan\theta + 1 = 1 + \tan\theta$

$=$ RHS.

Q#9 $(\tan\theta + \cot\theta)\tan\theta = \sec^2\theta$

LHS $= (\tan\theta + \cot\theta)\tan\theta$

$= \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)$

$= \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{1}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta$

$=$ RHS

متبادل طریقہ — Alternate

$= \tan^2\theta + \cot\theta\tan\theta$

$= \tan^2\theta + \frac{1}{\tan\theta} \cdot \tan\theta$

$= \tan^2\theta + 1$

$= \sec^2\theta$

$=$ RHS.

Q#10 $(\cot\theta + \csc\theta)(\tan\theta - \sin\theta) = \sec\theta - \cos\theta$

LHS $= (\cot\theta + \csc\theta)(\tan\theta - \sin\theta)$

$= \left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{1}{\sin\theta}\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{1}\right)$

$= \left(\frac{\cos\theta + 1}{\sin\theta}\right)\left(\frac{\sin\theta - \sin\theta\cos\theta}{\cos\theta}\right)$

$= \frac{(1 + \cos\theta)\sin\theta(1 - \cos\theta)}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \frac{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}{\cos\theta} = \frac{(1)^2 - (\cos\theta)^2}{\cos\theta}$

$= \frac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\cos^2\theta}{\cos\theta}$

$= \sec\theta - \cos\theta$ $\because \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$=$ RHS

Q#11 $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\tan^2\theta - 1} = \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$

LHS $= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\tan^2\theta - 1} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - 1}$

$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{\cos^2\theta}} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta} \times \frac{\cos^2\theta}{1}$

$= \frac{\sin\theta + \cos\theta}{(\sin\theta)^2 - (\cos\theta)^2} \times \cos^2\theta$

$= \frac{\cos^2\theta(\sin\theta + \cos\theta)}{(\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \cos\theta)} = \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$

$=$ RHS.

Q#12 $\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} + \sin\theta = \csc\theta$

LHS $= \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{1} = \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\sin\theta}$

$= \frac{1}{\sin\theta} = \csc\theta$

$=$ RHS.

Q#13 $\sec\theta - \cos\theta = \tan\theta\sin\theta$

LHS $= \sec\theta - \cos\theta$

$= \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{1} = \frac{1 - \cos^2\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \sin\theta$

$= \tan\theta\sin\theta$

$=$ RHS

Q#14 $\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \cos\theta = \sec\theta$

LHS $= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{1} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$ $=$ RHS

Q#15 $\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta\,\text{cosec}\,\theta$

$LHS = \tan\theta + \cot\theta$

$= \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} = \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \dfrac{1}{\sin\theta}\cdot\dfrac{1}{\cos\theta}$

$= \text{cosec}\,\theta . \sec\theta = \sec\theta\,\text{cosec}\,\theta$

$= RHS$

Q#16 $(\tan\theta + \cot\theta)(\cos\theta + \sin\theta) = \sec\theta + \text{cosec}\,\theta$

$LHS = (\tan\theta + \cot\theta)(\cos\theta + \sin\theta)$

$= \left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)(\cos\theta + \sin\theta)$

$= \left(\dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)(\cos\theta + \sin\theta)$

$= \left(\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}\right)(\cos\theta + \sin\theta) = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \dfrac{\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \dfrac{1}{\sin\theta} + \dfrac{1}{\cos\theta} = \text{cosec}\,\theta + \sec\theta$

$= RHS$

Q#17 $\sin\theta(\tan\theta + \cot\theta) = \sec\theta$

$LHS = \sin\theta(\tan\theta + \cot\theta)$

$= \sin\theta\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$

$= \sin\theta\left(\dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\right)$

$= \sin\theta\left(\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}\right) = \dfrac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$= RHS$

Q#18 $\dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta} + \dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = 2\,\text{cosec}\,\theta$

$LHS = \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta} + \dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

$= \dfrac{(1+\cos\theta)^2 + \sin^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \dfrac{1+\cos^2\theta+2\cos\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$= \dfrac{\sin^2\theta + \cos^2\theta + 1 + 2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$= \dfrac{1+1+2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \dfrac{2+2\cos\theta}{\sin\theta(1+\cos\theta)}$

$= \dfrac{2(1+\cos\theta)}{\sin\theta(1+\cos\theta)} = \dfrac{2}{\sin\theta} = 2\,\text{cosec}\,\theta$

$= RHS.$

Q#19 $\dfrac{1}{1-\cos\theta} + \dfrac{1}{1+\cos\theta} = 2\,\text{cosec}^2\theta$

$LHS = \dfrac{1}{1-\cos\theta} + \dfrac{1}{1+\cos\theta}$

$= \dfrac{1+\cos\theta+1-\cos\theta}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)} = \dfrac{2}{(1)^2-(\cos\theta)^2}$

$= \dfrac{2}{1-\cos^2\theta} = \dfrac{2}{\sin^2\theta}$ $\quad \because 1-\cos^2\theta = \sin^2\theta$

$= 2\,\text{cosec}^2\theta = RHS$

Q#20 $\dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} - \dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} = 4\tan\theta\sec\theta$

$LHS = \dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta} - \dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}$

$= \dfrac{(1+\sin\theta)^2 - (1-\sin\theta)^2}{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}$

(6)

$= \dfrac{1+\sin^2\theta+2\sin\theta - (1+\sin^2\theta-2\sin\theta)}{(1)^2-(\sin\theta)^2}$

$= \dfrac{1+\sin^2\theta+2\sin\theta-1-\sin^2\theta+2\sin\theta}{1-\sin^2\theta}$

$= \dfrac{4\sin\theta}{1-\sin^2\theta} = \dfrac{4\sin\theta}{\cos^2\theta}$ $\quad \because 1-\sin^2\theta = \cos^2\theta$

$= \dfrac{4\sin\theta}{\cos\theta.\cos\theta} = 4\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\dfrac{1}{\cos\theta}$

$= 4\tan\theta\sec\theta$ $\quad \because \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$ & $\dfrac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$

$= RHS$

Q#21 $\sin^3\theta = \sin\theta - \sin\theta\cos^2\theta$

$LHS = \sin^3\theta$

$= \sin\theta . \sin^2\theta$

$= \sin\theta(1-\cos^2\theta)$ $\quad \because \sin^2\theta = 1-\cos^2\theta$

$= \sin\theta - \sin\theta\cos^2\theta$

$= RHS$

Q#22 $\cos^4\theta - \sin^4\theta = (\cos^2\theta - \sin^2\theta)$

$LHS = \cos^4\theta - \sin^4\theta$

$= (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2$

$= (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$

$= (1)(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$

$= \cos^2\theta - \sin^2\theta = RHS$

Q#23 $\sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$

$LHS = \sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}$

$= \sqrt{\dfrac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}\times\dfrac{1-\cos\theta}{1-\cos\theta}}$

$= \sqrt{\dfrac{(1)^2-(\cos\theta)^2}{(1-\cos\theta)^2}} = \sqrt{\dfrac{1-\cos^2\theta}{(1-\cos\theta)^2}}$

$= \sqrt{\dfrac{\sin^2\theta}{(1-\cos\theta)^2}} = \dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$ $\quad \because 1-\cos^2\theta = \sin^2\theta$

$= RHS$

Q#24 $\sqrt{\dfrac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}} = \dfrac{\sec\theta+1}{\tan\theta}$

$LHS = \sqrt{\dfrac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}}$

$= \sqrt{\dfrac{\sec\theta+1}{\sec\theta-1}\times\dfrac{\sec\theta+1}{\sec\theta+1}}$

$= \sqrt{\dfrac{(\sec\theta+1)^2}{(\sec\theta)^2-(1)^2}} = \sqrt{\dfrac{(\sec\theta+1)^2}{\sec^2\theta-1}}$

$= \sqrt{\dfrac{(\sec\theta+1)^2}{\tan^2\theta}}$ $\quad \because \sec^2\theta = 1+\tan^2\theta$ & $\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$

$= \dfrac{\sec\theta+1}{\tan\theta}$

$= RHS.$

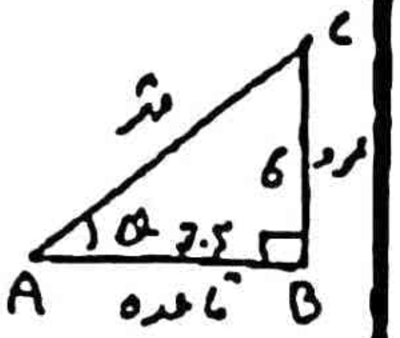
Exercise 7.5

Q#1

سورج کا زاویہ صعود $= \theta = ?$

آدمی کا قد $= m\overline{BC} =$ عمود $= 6$ فٹ

آدمی کا سایہ $= m\overline{AB} =$ قاعدہ $= 3.5$ فٹ



ΔABC میں

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{6}{3.5} \approx 1.7142$

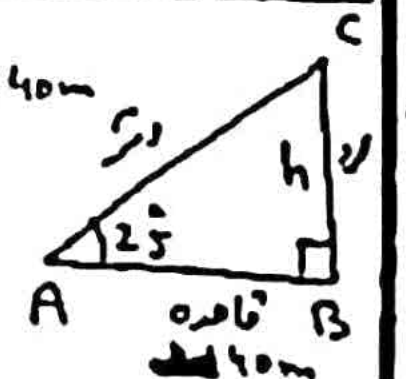
$\theta = \tan^{-1}(1.7142) \approx 59.74°$ پس زاویہ صعود $= 59.74°$

Q#2

درخت کا سایہ $= m\overline{AB} =$ قاعدہ $= 40m$

زاویہ صعود $= \theta = 25°$

درخت کی اونچائی $= m\overline{BC} =$ عمود $= h = ?$



ΔABC میں

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 25° = \frac{h}{40m} \Rightarrow h = \tan 25° \times 40m$

$h = 0.4663 \times 40 \approx 18.65m$

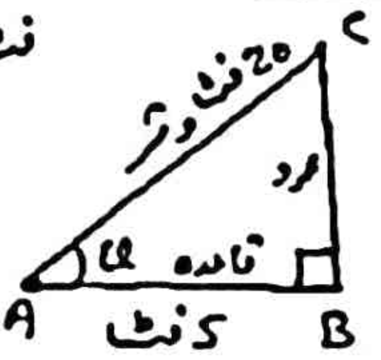
پس درخت کی اونچائی $\approx 18.65m$

Q#3

سیڑھی کی لمبائی $= m\overline{AC} =$ وتر $= 20$ فٹ

سیڑھی اور دیوار کا درمیانی فاصلہ $= m\overline{AB} =$ قاعدہ $= 5$ فٹ

سیڑھی کا زاویہ صعود $= \theta = ?$



ΔABC میں

$\cos\theta = \frac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \frac{5 \text{ فٹ}}{20 \text{ فٹ}} = \frac{1}{4}$

$\cos\theta = 0.25 \Rightarrow \theta = \cos^{-1}(0.25) \approx 75.52°$

پس زاویہ صعود $= 75.52°$

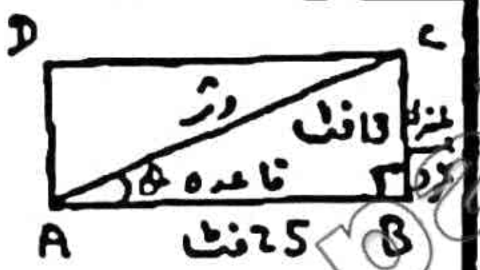
Q#4

مستطیل کا قاعدہ $= m\overline{AB} = 25$ فٹ

مستطیل کی بلندی $= h = m\overline{BC} = 13$ فٹ

مستطیل کا وتر $= m\overline{AC}$

زاویہ صعود $= \theta = ?$



ΔABC میں

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = \frac{13 \text{ فٹ}}{25 \text{ فٹ}} = 0.52$

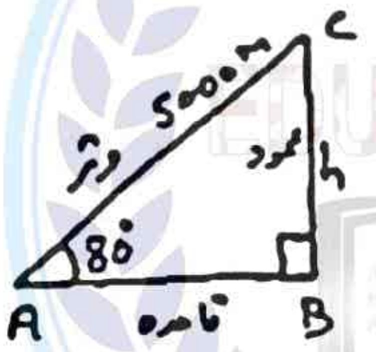
$\theta = \tan^{-1} 0.52 \approx 27.47°$ پس زاویہ صعود $\approx 27.47°$

Q#5

زاویہ $= \theta = 80°$

راکٹ کا طے کردہ فاصلہ $= m\overline{AC} =$ وتر $= 5000m$

راکٹ کی زمین سے بلندی $= h = m\overline{BC} =$ عمود $= ?$



ΔABC میں

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$

$\sin 80° = \frac{h}{5000m} \Rightarrow h = \sin 80° \times 5000$

$h = 0.9848 \times 5000 \approx 4924m$

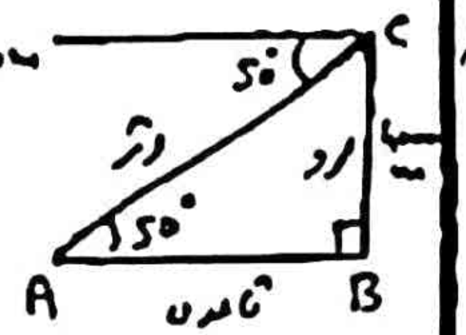
پس راکٹ کی زمین سے بلندی $\approx 4924m$

Q#6

جہاز کی بلندی $= m\overline{BC} =$ عمود $= 4000m$

زاویہ نزول $= 50°$

جہاز سے ائیر پورٹ کا فاصلہ $= m\overline{AB} =$ قاعدہ $= ?$



ΔABC میں

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 50° = \frac{4000m}{m\overline{AB}} \Rightarrow m\overline{AB} = \frac{4000m}{\tan 50°}$

$m\overline{AB} \approx \frac{4000}{1.19175} \approx 3356.4m$

پس ائیر پورٹ سے جہاز کا فاصلہ $\approx 3356.4m$

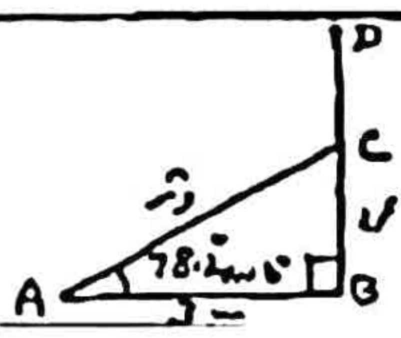
Q#7

پول کی بلندی $= m\overline{BD}$

پول کا نصف $= m\overline{BC} =$ عمود $= ?$

زاویہ $= \theta = 78.2°$

نالہ کا پول سے فاصلہ $= m\overline{AB} =$ قاعدہ $= 3m$



ΔABC میں

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 78.2° = \frac{m\overline{BC}}{3m} \Rightarrow m\overline{BC} = \tan 78.2° \times 3$

$m\overline{BC} \approx 4.7867 \times 3 \approx 14.36$

چونکہ $m\overline{BC} = m\overline{CD}$

لہٰذا $m\overline{CD} = 14.36$

پول کی بلندی $= m\overline{BD} = m\overline{BC} + m\overline{CD}$

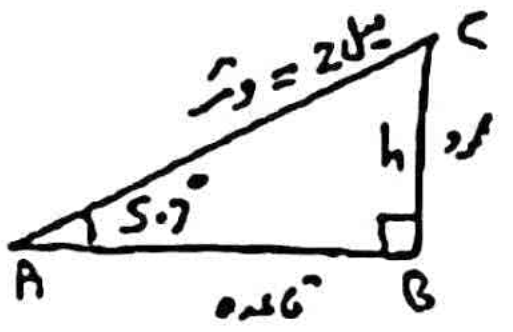
$= 14.36 + 14.36 = 28.72m$

Q#8

زاویہ $= \theta = 5.7°$

اونچائی کی جانب فاصلہ $= m\overline{AC} =$ وتر $= 2$ میل

سطح سمندر سے بلندی $= m\overline{BC} =$ عمود $= h = ?$



ΔABC میں

$\sin\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{وتر}}$

$\sin 5.7° = \frac{h}{2 \text{ میل}} \Rightarrow h = \sin 5.7° \times 2$ میل

$h \approx 0.0993 \times 2 \approx 0.199$ میل

پس سطح سمندر سے بلندی ≈ 0.199 میل

Q#9

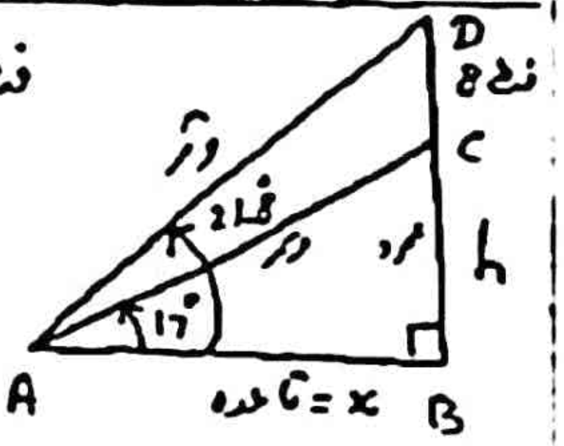
انٹینا کی بلندی $= m\overline{DC} = 8$ فٹ

زمین سے چھت کا زاویہ صعود $= m\angle BAC = 17°$

انٹینا کا زاویہ صعود $= m\angle BAD = 21.8°$

مکان کی بلندی $= m\overline{BC} =$ عمود $= h = ?$

فرض کیا $m\overline{AB} =$ قاعدہ $= x$



ΔABC میں

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 17° = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\tan 17°} \approx \frac{h}{0.3057} \longrightarrow (i)$

ΔABD میں

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 21.8° = \frac{h+8}{x} \Rightarrow x = \frac{h+8}{\tan 21.8} = \frac{h+8}{0.3999} \longrightarrow (ii)$

مساوات (i) اور (ii) کی رو سے

$\frac{h}{0.3057} = \frac{h+8}{0.3999}$

$h(0.3999) = (h+8)(0.3057)$

$0.3999h = 0.3057h + 2.4456$

$0.3999h - 0.3057h \approx 2.4456$

$0.0942h = 2.4456 \Rightarrow h = \frac{2.4456}{0.0942} \approx 25.96$

پس مکان کی بلندی $= h \approx 25.96$ فٹ

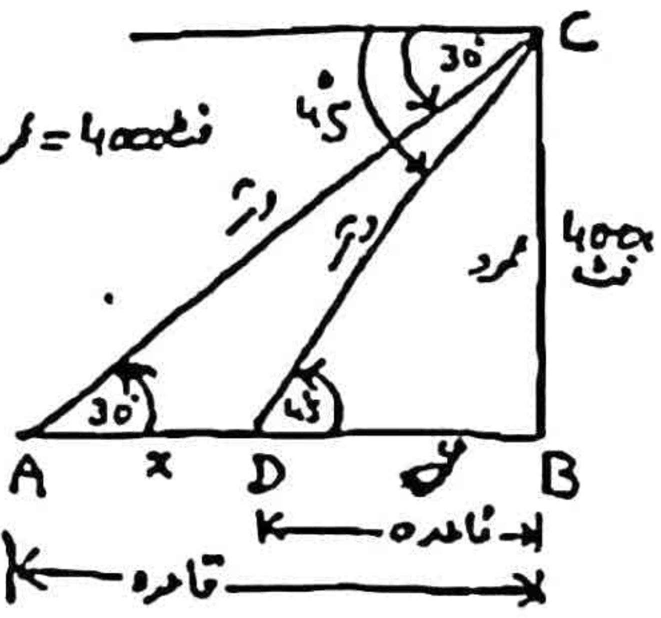
Q#10

مشاہداتی مقام کی بلندی $= m\overline{BC} =$ عمود $= 4000$ فٹ

پہلی کشتی کا زاویہ نزول $= 30°$

دوسری کشتی کا زاویہ نزول $= 45°$

دونوں کشتیوں کا درمیانی فاصلہ $= \overline{AD} = ?$



ΔBCD میں

$\theta = 45°$

عمود $= 4000$ فٹ، قاعدہ $= m\overline{BD} = y$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 45° = \frac{4000}{y} \Rightarrow y = \frac{4000}{\tan 45°}$

$y = \frac{4000}{1} = 4000$ فٹ

ΔABC میں

$\theta = 30°$

عمود $= 4000$ فٹ، قاعدہ $= m\overline{AB} = x + y$

$\tan\theta = \frac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 30° = \frac{4000}{x+y}$

$x + y = \frac{4000}{\tan 30°} = \frac{4000}{0.57735} = 6928.2$

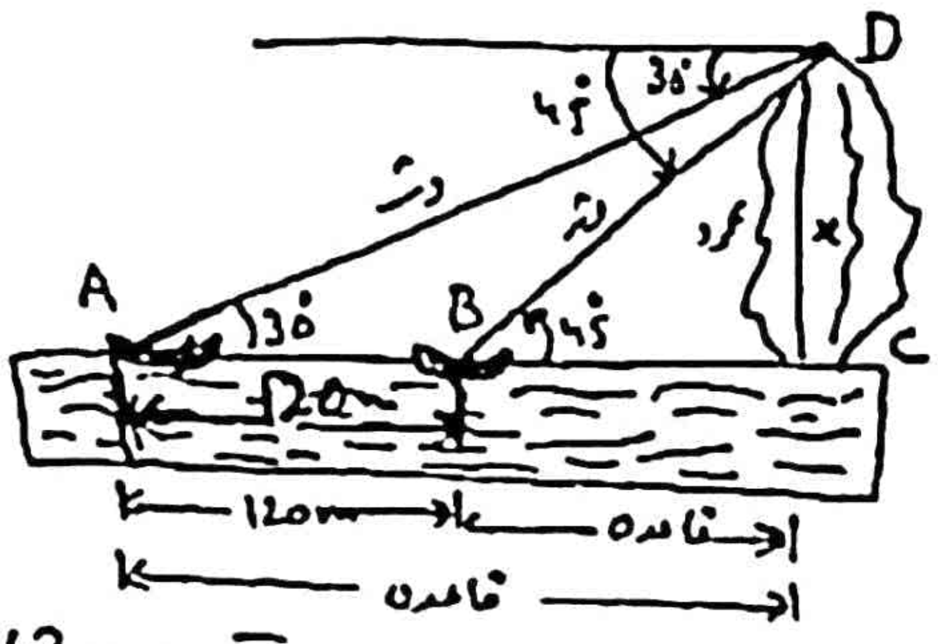
$x + y = 6928.2$ فٹ

$x + 4000 = 6928.2$

$x = 6928.2 - 4000 = 2928.2$ فٹ

قریباً 2928.2 فٹ = پس کشتیوں کے درمیان فاصلہ

Q # 11



جہازوں کے درمیان فاصلہ $= m\overline{AB} = 120\,m$

چٹان کی بلندی $= m\overline{CD} =$ عمود $= ?$

فرض کیا $m\overline{BC} = y = ?$

$\theta = 45°$ میں ΔBCD

عمود $= x = ?$ قاعدہ $= y = ?$

$\tan\theta = \dfrac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 45° = \dfrac{x}{y}$

$1 = \dfrac{x}{y} \Rightarrow x = y \longrightarrow$ (i)

$\theta = 30°$ میں ΔACD

قاعدہ $= m\overline{AC} = 120 + y$

$\tan\theta = \dfrac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 30° = \dfrac{x}{120+y}$

$0.57735 = \dfrac{x}{120+y} \Rightarrow x = (0.57735)(120+y)$

مساوات (i) اور (ii) کی مدد سے $\longrightarrow$ (ii)

$y = (0.57735)(120 + y)$

$y = 69.282 + 0.57735y$

$y - 0.57735y = 69.282$

$0.42265y = 69.282$

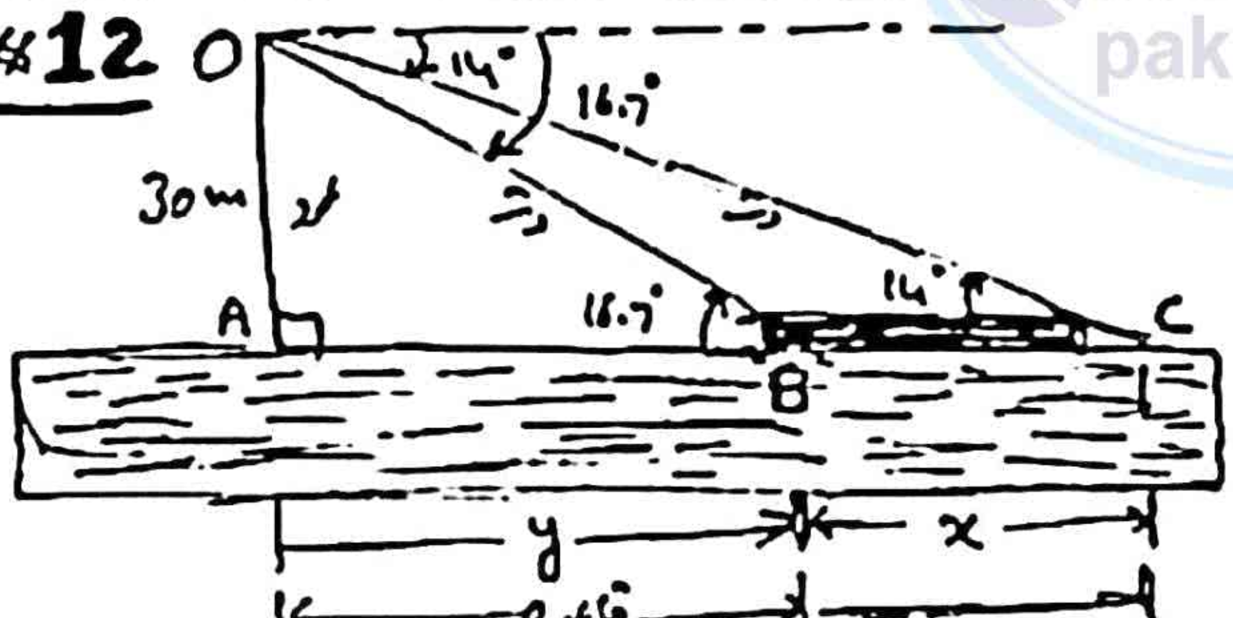
$y = \dfrac{69.282}{0.42265} = 163.92\,m$

$x = 163.92\,m$ لہٰذا $x = y$ چونکہ

پس $m\overline{BC} = y = 163.92\,m$

چٹان کی بلندی $m\overline{CD} = x = 163.92\,m$

Q # 12



دریا کی سطح سے بلندی $= m\overline{AO} =$ عمود $= 30m$

لکڑی کے ٹکڑے کی لمبائی $= m\overline{BC} = x = ?$

فرض کیا $m\overline{AB} = y$

$\theta = 16.7°$ میں ΔAOB

عمود $m\overline{AO} = 30\,m$

قاعدہ $= m\overline{AB} = y$

$\tan\theta = \dfrac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}}$

$\tan 16.7° = \dfrac{30m}{y} \Rightarrow 0.3 = \dfrac{30}{y}$

$y = \dfrac{30}{0.3} = 100 \longrightarrow$ (i)

$\theta = 14°$ میں ΔAOC

عمود $= m\overline{AO} = 30m$

قاعدہ $= m\overline{AC} = x + y$

$\tan\theta = \dfrac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} \Rightarrow \tan 14° = \dfrac{30m}{x+y}$

$0.2493 = \dfrac{30}{x+y} \Rightarrow x + y = \dfrac{30}{0.2493}$

$x + y = 120.3369 \longrightarrow$ (ii)

مساوات (i) سے y کی قیمت مساوات (ii) میں درج کرنے سے

$x + 100 = 120.3369$

$x = 120.3369 - 100 = 20.3369m$

قریباً $20.3369m$ = پس لکڑی کے ٹکڑے کی لمبائی

متفرق مشق 7

Q # 1

(iii) دو قائمہ الزاویوں میں کل کتنے منٹس ہوتے ہیں؟

ایک قائمہ زاویہ $= 90°$

دو قائمہ زاویے $= 2 \times 90° = 180°$

ایک ڈگری $= 1° = 60$ منٹ

ڈگری $180° = 180 \times 60 = 10800$ منٹ

(vi) $\dfrac{\pi}{5} = \dfrac{180^{36}}{5} = 36°$ ریڈین $\because \pi = 360°$

(vii) $15° = 15 \times \dfrac{\pi}{180_{12}} = \dfrac{\pi}{12}$ ریڈین

(viii) قوس کی لمبائی $= l = 50m$, $r = 25m$, $\theta = ?$

$l = r\theta \Rightarrow \theta = \dfrac{l}{r} = \dfrac{50m}{25m} = 2$ ریڈین

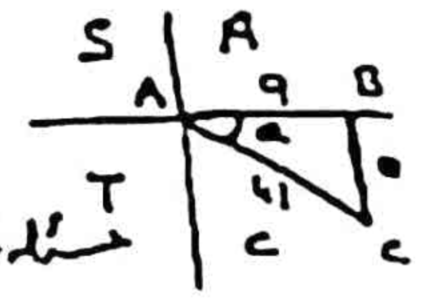
(viii) $l = 56$ میٹر , $\theta = 45° = 45 \times \dfrac{\pi}{180_4} = \dfrac{\pi}{4}$ ریڈین

$r = ?$

$l = r\theta \Rightarrow r = \dfrac{l}{\theta} = \dfrac{56}{\pi/4} = \dfrac{56 \times 4}{\pi}$

$l = \dfrac{56 \times 4}{3.1428} = 71.27\,m$

(ix) $\cos\theta = \dfrac{9}{41}$ $\tan\theta = ?$ θ چوتھے ربع میں واقع ہے



$\cos\theta = \dfrac{\text{قاعدہ}}{\text{وتر}} = \dfrac{9}{41}$

قاعدہ $= 9$, وتر $= 41$

مسئلہ فیثا غورث کی رُو سے

$(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$

$(\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2 - (\text{قاعدہ})^2$

$= (41)^2 - (9)^2 = 1681 - 81 = 1600$

عمود $= \sqrt{1600} = \pm 40$

$\tan\theta = \dfrac{\text{عمود}}{\text{قاعدہ}} = -\dfrac{40}{9}$ چونکہ θ چوتھے ربع میں واقع ہے

(x) $(1 - \sin^2\theta)(1 + \tan^2\theta) = 1$ ثابت کریں۔

$(\cos^2\theta)(\sec^2\theta) = 1$ $\because 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta$

$\cos^2\theta \times \dfrac{1}{\cos^2\theta} = 1$ & $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

$1 = 1$ $\because \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$