

CHAPTER 2

2.1

مشق

Discriminant

① فرق کنندہ معلوم کریں۔

(i) $2x^2 + 3x - 1 = 0$

(ii) $6x^2 - 8x + 3 = 0$

$a = 2, b = 3, c = -1$

$a = 6, b = -8, c = 3$

فرق کنندہ = $b^2 - 4ac$

فرق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (3)^2 - 4(2)(-1)$

$= (-8)^2 - 4(6)(3)$

$= 9 + 8 = 17$

$= 64 - 72 = -8$

(iii) $9x^2 - 30x + 25 = 0$

(iv) $4x^2 - 7x - 2 = 0$

$a = 9, b = -30, c = 25$

$a = 4, b = -7, c = -2$

فرق کنندہ = $b^2 - 4ac$

فرق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (-30)^2 - 4(9)(25)$

$= (-7)^2 - 4(4)(-2)$

$= 900 - 900 = 0$

$= 49 + 32 = 81$

Nature of Roots

روٹس کی اقسام:

(i) اگر > 0 فرق کنندہ اور مکمل مربع ہو تو روٹس ناطق اور نابرابر ہوتے ہیں۔

(i) $25 = 5^2$ (ii) $64 = 8^2$ مثالیں۔

(ii) اگر > 0 فرق کنندہ اور مکمل مربع نہ ہو تو روٹس غیر ناطق اور نابرابر ہوتے ہیں۔

(i) 27 (ii) 34 (iii) 161 مثالیں۔

(iii) اگر فرق کنندہ $= 0$ ہو تو روٹس ناطق اور برابر ہوتے ہیں۔(iv) اگر < 0 فرق کنندہ ہو تو روٹس خیالی یا غیر حقیقی ہوتے ہیں۔

(i) -21 (ii) -131 مثالیں۔

Date NasirDay M T W T F S

Nature Of Roots.

② بروٹس کی اقسام معلوم کریں۔

(i) $x^2 - 23x + 120 = 0$

$a = 1, b = -23, c = 120$

فوق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (-23)^2 - 4(1)(120)$

$= 529 - 480 = 49 = 7^2$

روٹس ناٹوق اور نا برابر ہیں۔

(ii) $2x^2 + 3x + 7 = 0$

$a = 2, b = 3, c = 7$

فوق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (3)^2 - 4(2)(7)$

$= 9 - 56 = -47$

روٹس خیالی ہیں۔

(iii) $16x^2 - 24x + 9 = 0$

$a = 16, b = -24, c = 9$

فوق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (-24)^2 - 4(16)(9)$

$= 576 - 576 = 0$

روٹس ناٹوق اور برابر ہیں۔

(iv) $4x^2 - 7x - 2 = 0$

$a = 4, b = -7, c = -2$

فوق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (-7)^2 - 4(4)(-2)$

$= 49 + 156 = 205$

روٹس غیر ناٹوق اور نا برابر ہیں۔

(v) $2x^2 - x + 1 = 0$

$a = 2, b = -1, c = 1$

فوق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (-1)^2 - 4(2)(1)$

$= 1 - 8 = -7$

روٹس خیالی ہیں۔

(vi) $x^2 + 8x + 16 = 0$

$a = 1, b = 8, c = 16$

فوق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (8)^2 - 4(1)(16)$

$= 64 - 64 = 0$

روٹس ناٹوق اور برابر ہیں۔

(vii) $7x^2 + 8x + 1 = 0$

$a = 7, b = 8, c = 1$

فوق کنندہ = $b^2 - 4ac$

$= (8)^2 - 4(7)(1)$

$= 64 - 28 = 36 = 6^2$

Date: Nasir



Day M T W T F S

مشق 2.2

Evaluate

② قیمت معلوم کریں۔

$$(i) (1 - \omega - \omega^2)^7$$

$$= (1 - (\omega + \omega^2))^7$$

$$= (1 - (-1))^7 = (1 + 1)^7$$

$$= (2)^7 = 128$$

$$(ii) (1 - 3\omega - 3\omega^2)^5$$

$$= (1 - 3(\omega + \omega^2))^5$$

$$= (1 - 3(-1))^5 = (1 + 3)^5$$

$$= (4)^5 = 1024$$

$$(iii) (9 + 4\omega + 4\omega^2)^3$$

$$= (9 + 4(\omega + \omega^2))^3$$

$$= (9 + 4(-1))^3$$

$$= (9 - 4)^3$$

$$= (5)^3 = 125$$

$$(iv) (2 + 2\omega - 2\omega^2)(3 - 3\omega + 3\omega^2)$$

$$= (2 + 2\omega - 2\omega^2)(3 + 3\omega^2 - 3\omega)$$

$$= (2(1 + \omega) - 2\omega^2)(3(1 + \omega^2) - 3\omega)$$

$$= (2(1 - \omega^2) - 2\omega^2)(3(-\omega) - 3\omega)$$

$$= (-2\omega^2 - 2\omega^2)(-3\omega - 3\omega)$$

$$= (-4\omega^2)(-6\omega) = 24\omega^3$$

$$= 24(1) = 24$$

$$(v) \omega^{37} + \omega^{38} - 5$$

$$= \omega^{36} \cdot \omega + \omega^{36} \cdot \omega^2 - 5$$

$$= (\omega^3)^{12} \cdot \omega + (\omega^3)^{12} \cdot \omega^2 - 5$$

$$= (1)^{12} \cdot \omega + (1)^{12} \cdot \omega^2 - 5$$

$$= 1 \cdot \omega + 1 \cdot \omega^2 - 5$$

$$= \omega + \omega^2 - 5$$

$$= -1 - 5$$

$$= -6$$

$$(vi) \omega^{-13} + \omega^{-17}$$

$$= \frac{1}{\omega^{13}} + \frac{1}{\omega^{17}}$$

$$= \frac{1}{\omega^{12} \cdot \omega} + \frac{1}{\omega^{15} \cdot \omega^2}$$

$$= \frac{1}{(\omega^3)^4 \cdot \omega} + \frac{1}{(\omega^3)^5 \cdot \omega^2}$$

$$= \frac{1}{(1)^4 \cdot \omega} + \frac{1}{(1)^5 \cdot \omega^2}$$

$$= \frac{1}{1 \cdot \omega} + \frac{1}{1 \cdot \omega^2}$$

$$= \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2} = \omega^2 + \omega$$

Date NasirDay M T W T F S

$$(vii) (-1 + \sqrt{-3})^6 + (-1 - \sqrt{-3})^6 \quad (viii) \left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}\right)^9 + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}\right)^9$$

$$= \left(2 \cdot \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}\right)^6 + \left(2 \cdot \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}\right)^6 = (\omega)^9 + (\omega^2)^9$$

$$= (2\omega)^6 + (2\omega^2)^6 = \omega^9 + \omega^{18}$$

$$= 64\omega^6 + 64\omega^{12} = (\omega^3)^3 + (\omega^3)^6$$

$$= 64(\omega^3)^2 + 64(\omega^3)^4 = (1)^3 + (1)^6$$

$$= 64(1)^2 + 64(1)^4 = 1 + 1 = 2$$

$$= 64(1) + 64(1)$$

$$= 64 + 64 = 128$$

$$(ix) (1 - \omega + \omega^2)^6$$

$$= (1 + \omega^2 - \omega)^6$$

$$= (-\omega - \omega)^6$$

$$= (-2\omega)^6$$

$$= 64\omega^6$$

$$= 64(\omega^3)^2$$

$$= 64(1)^2 = 64(1)$$

$$= 64$$

$$(x) \omega^{37} + \omega^{38} + 1$$

$$= \omega^{36} \cdot \omega + \omega^{36} \cdot \omega^2 + 1$$

$$= (\omega^3)^{12} \cdot \omega + (\omega^3)^{12} \cdot \omega^2 + 1$$

$$= (1)^{12} \cdot \omega + (1)^{12} \cdot \omega^2 + 1$$

$$= (1)\omega + (1)\omega^2 + 1$$

$$= \omega + \omega^2 + 1 = 0$$

Used Formulas

فارمولے جو استعمال ہوئے۔

$$(i) 1 + \omega + \omega^2 = 0$$

$$\Rightarrow 1 + \omega = -\omega^2$$

$$\Rightarrow 1 + \omega^2 = -\omega$$

$$\Rightarrow \omega + \omega^2 = -1$$

$$(ii) \omega^3 = 1$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{\omega}$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\omega^2}$$

Date NasirDay M T W T F SFind Sum of Roots and
Product of Roots

مشق 2.3

① مساواتوں کو حل کیے بغیر مجموعہ اور حاصل ضرب معلوم کریں۔

(i) $x^2 - 5x + 3 = 0$

(ii) $3x^2 + 7x - 11 = 0$

ریشوں کا مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$a = 3, b = 7, c = -11$

$= -(-5) = 5$

ریشوں کا مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

ریشوں کا حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$

$= -\frac{7}{3}$

$= \frac{3}{1} = 3$

ریشوں کا حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{11}{3}$

(iii) $px^2 - qx + r = 0$

(iv) $(a+b)x^2 - ax + b = 0$

$a = p, c = r$

$a = (a+b), b = -a, c = b$

ریشوں کا مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

ریشوں کا مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$= -(-q) = \frac{q}{p}$

$= -\frac{(-a)}{(a+b)} = \frac{a}{(a+b)}$

ریشوں کا حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$

ریشوں کا حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$

$= \frac{r}{p}$

$= \frac{b}{(a+b)}$

(v) $(l+m)x^2 + (m+n)x + n - l = 0$

$a = l+m, b = m+n, c = n-l$

ریشوں کا مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

$= -\frac{(m+n)}{l+m}$

ریشوں کا حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{n-l}{l+m}$

(vi) $7x^2 - 5mx + 9n = 0$

$a = 7, b = -5m, c = 9n$

ریشوں کا مجموعہ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-5m)}{7} = \frac{5m}{7}$

ریشوں کا حاصل ضرب $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{9n}{7}$

Date NasirDay M T W T F S

مشق 2.5

Quadratic Equation Having Following Roots
 ① مندرجہ ذیل روٹس والی دو درجی مساوات لکھیں۔

(i) 1, 5

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = 1 + 5 = 6$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (1)(5) = 5$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

(ii) 4, 9

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = 4 + 9 = 13$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (4)(9) = 36$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

(iii) -2, 3

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = -2 + 3 = 1$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (-2)(3) = -6$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - x + (-6) = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

(iv) 0, -3

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = 0 - 3 = -3$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (0)(-3) = 0$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - (-3)x + 0 = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

(v) $1+i, 1-i$

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = 1+i + 1-i = 2$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (1+i)(1-i) = 1 - i^2$$

$$= 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 2x + 2 = 0$$

(vi) $3+\sqrt{2}, 3-\sqrt{2}$

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = 3+\sqrt{2} + 3-\sqrt{2} = 6$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$$

$$= (3)^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

(vii) -1, -7

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = -1 - 7 = -8$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (-1)(-7) = 7$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - (-8)x + 7 = 0$$

$$x^2 + 8x + 7 = 0$$

(viii) 2, -6

$$S = \text{روٹس کا مجموعہ} = 2 - 6 = -4$$

$$P = \text{روٹس کا حاصل ضرب} = (2)(-6) = -12$$

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - (-4)x + (-12) = 0$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Day **M T W T F S**

مشق 2.6 Find Quotient and Remainder

① ترکیبی تقسیم کو استعمال کرتے ہوئے حاصل قسمت اور باقی معلوم کریں۔

(i) $(x^2 + 7x - 1) \div (x + 1)$

(ii) $(4x^3 - 5x + 15) \div (x + 3)$

$a = -1$ سے $x - a$

$a = -3$ سے $x - a$

$P(x) = x^2 + 7x - 1$

$P(x) = 4x^3 + 0x^2 - 5x + 15$

	1	7	-1
-1	↓	-1	-6
	1	6	-7

	4	0	-5	15
-3	↓	-12	36	-93
	4	-12	31	-78

حاصل قسمت = $x + 6$

حاصل قسمت = $4x^2 - 12x + 31$

باقی = -7

باقی = -78

(iii) $(x^3 + x^2 - 3x + 2) \div (x - 2)$

$a = 2$ سے $x - a$

$P(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$

	1	-3	2
2	↓	2	6
	1	3	8

حاصل قسمت = $x^2 + 3x + 8$

باقی = 8

(iv) $(5x^4 + x^3 - 3x) \div (x - 2)$

$a = 2$ سے $x - a$

$P(x) = 5x^4 + x^3 + 0x^2 - 3x + 0$

	5	1	0	-3	0
2	↓	10	22	44	82
	5	11	22	41	82

حاصل قسمت = $5x^3 + 11x^2 + 22x + 41$

باقی = 82

Date NasirDay **M T W T F S**

یونٹ 2 اعادہ مشتق اہم سوالات: Ch#2 Review Ex
 (i) ثابت کریں کہ اکائی کے تمام جذور المکعب کا مجموعہ صفر ہوتا ہے۔

$$1, \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} \text{ اور } \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} \text{ اکائی کے جذور المکعب ہیں۔}$$

$$\text{تمام ادس کا مجموعہ} = 1 + \omega + \omega^2$$

$$= 1 + \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} + \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$$

$$= \frac{2 + (-1+\sqrt{-3}) + (-1-\sqrt{-3})}{2}$$

$$= \frac{2 - 1 + \sqrt{-3} - 1 - \sqrt{-3}}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

(ii) اگر $\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ ہو تو ω^2 معلوم کریں۔

$$\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$$

$$\omega^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^2 = \frac{(-1+\sqrt{-3})^2}{4}$$

$$= \frac{1 + (-3) - 2\sqrt{-3}}{4} = \frac{1 - 3 - 2\sqrt{-3}}{4}$$

$$= \frac{-2 - 2\sqrt{-3}}{4} = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$$

(iii) اکائی کے غیر حقیقی جذور المکعب کا حاصل ضرب معلوم کریں۔

اکائی کے دو غیر حقیقی جذور المکعب ہیں۔ $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ اور $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$

$$\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right) = \frac{(-1)^2 - (\sqrt{-3})^2}{4}$$

$$= \frac{1 - (-3)}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$