

قالب: حقیقی اعداد کا ایک مستطیلی افق اور عمودی قطاری خاکہ جو ہر ایک سے محیط کیا گیا ہو۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

قطار: کسی قالب میں ارکان کی افق بناوٹ۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

کالم: کسی قالب میں ارکان کی عمودی بناوٹ۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

قالب کا مرتبہ: اگر ایک قالب m میں قطاروں کی تعداد m ہو اور کالموں

کی تعداد n ہو تو اس کا مرتبہ $m \times n$ ہوگا۔ مثال: $3 \times 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

مساوی قالب: دو قالب آپس میں مساوی ہوں گے اگر

(i) دونوں کا مرتبہ برابر ہو (ii) دونوں کے متناظر ارکان برابر ہوں۔

مثال: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ اور $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ آپس میں مساوی ہیں۔

قطاری قالب: ایسا قالب جس میں صرف ایک ہی قطار ہو۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

کالمی قالب: ایسا قالب جس میں صرف ایک ہی کالم ہو۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

مستطیلی قالب: ایسا قالب جس میں قطاروں کی تعداد کالموں

کی تعداد کے برابر ہو۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

مربعی قالب: ایسا قالب جس میں قطاروں کی تعداد کالموں کی

تعداد کے برابر ہو۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

صفری قالب: ایسا قالب جس کا ہر رکن صفر ہو۔ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

ٹرانسپوز قالب: اگر کسی قالب کی قطاروں کو کالموں میں تبدیل کر دیا

جائے تو ٹرانسپوز قالب حاصل ہوتا ہے۔ مثال: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

منفی قالب: اگر کسی قالب کے ہر رکن کو اس کے منفی اندراج میں بدل دیا

جائے تو منفی قالب حاصل ہوتا ہے۔ مثال: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow -A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$

سمیٹرک قالب: ایک مربعی قالب A کو سمیٹرک قالب کہا جاتا ہے اگر

$A^t = A$ ۔ مثال: $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = A$

اسکیو سمیٹرک قالب: ایک مربعی قالب A کو اسکیو سمیٹرک قالب کہا جاتا ہے

اگر $A^t = -A$ ۔ مثال: $A = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} = -A$

وتری قالب: ایسا مربع قالب جس میں وتر کے ارکان میں سے کم از کم

ایک رکن غیر صفر ہو اور باقی تمام ارکان صفر ہوں۔ مثال: $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

سکیلر قالب: ایسا مربع قالب جس میں وتر کے تمام ارکان غیر صفر اور

ایک جیسے ہوں اور باقی تمام ارکان غیر صفر ہوں۔ مثال: $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

وحدانی یا فزبی ذاتی قالب: ایسا مربع قالب جس میں وتر کا ہر

رکن 1 ہو اور باقی تمام ارکان صفر ہوں۔ مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

نادر قالب: ایک مربع قالب A نادر قالب ہوگا اگر $|A| = 0$

مثال: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

غیر نادر قالب: ایک مربع قالب A غیر نادر قالب ہوگا اگر $|A| \neq 0$

مثال: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \neq 0$

ناطق اعداد: ایسے اعداد جو P/q کی شکل میں لکھے جاسکیں، جبکہ P اور q

دونوں صحیح اعداد ہوں اور $q \neq 0$ ۔ ان کو Q سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ 5 و $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$

غیر ناطق اعداد: ایسے اعداد جو P/q کی شکل میں نہ لکھے جاسکیں، جبکہ

P اور q صحیح اعداد ہوں اور $q \neq 0$ ۔ ان کو Q' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال: $\sqrt{2}$ ، π ، e ۔

حقیقی اعداد: تمام ناطق اور غیر ناطق اعداد کے سیٹ کو حقیقی سیٹ کہتے ہیں۔

ان کو R سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

ناطق اعداد کی اقسام: (i) اختتام پذیر (ii) غیر اختتام پذیر

اختتام پذیر اعشاری ناطق اعداد: ایسے اعشاری اعداد جن کے اعشاری اعداد

کی تعداد گنتی میں لائی جاسکے۔ مثال: $\frac{3}{8} = 0.375$

غیر اختتام پذیر اعشاری اعداد: ایسے اعشاری اعداد جو غیر اختتام پذیر

ہوں اور جن میں اعشاری اعداد کا ایک بلاک بار بار اعشاری حصہ

میں دہرایا جاتا ہو۔ مثال: $\frac{4}{11} = 0.363636....$

عام لوگار قلم: اس 10 کے لوگار قلم کو عام لوگار قلم یا برنز لوگار قلم کہتے ہیں۔
قدرتی لوگار قلم: اس e کے لوگار قلم کو قدرتی لوگار قلم یا نیپیر لوگار قلم کہتے ہیں۔
خاصہ: کسی عدد کے لوگار قلم کا صحیح عددی حصہ۔

منشیہ: کسی عدد کے لوگار قلم کا کسری حصہ۔
ناطق جملہ: ایسا جملہ جو $\frac{P(x)}{Q(x)}$ کی شکل میں لکھا جاسکے جبکہ $P(x)$ اور $Q(x)$ متغیر

x میں کثیر رتھیاں ہوں اور $Q(x) \neq 0$ ۔
مسئلہ باقی: اگر کسی کثیر رتھی جملے $P(x)$ کو ایک درجہ والے جملے $(x-a)$ پر تقسیم کیا جائے تو $P(a)$ بطور باقی حاصل ہوتا ہے۔

ایک درجہ مساوات: ایک متغیر x میں یک درجہ مساوات کی معیاری شکل درج ذیل ہے۔

$ax + b = 0$ جبکہ $a \neq 0$ اور $a, b \in R$
ایک درجہ غیر مساوات: ایک متغیر x میں یک درجہ غیر مساوات کی معیاری شکل درج ذیل ہے۔

$ax + b < 0$ جبکہ $a \neq 0$ اور $a, b \in R$
قطعہ خط: کسی خط l پر واقع دو مختلف نقاط P اور Q اور ان کے درمیان تمام نقاط پر مشتمل سیٹ۔ اسے $\overline{PQ}$ لکھا جاتا ہے۔

فاصلہ فارمولہ: اگر $P(x_1, y_1)$ اور $Q(x_2, y_2)$ مستوی کے دو نقاط ہوں تو ان کے درمیان فاصلے کا فارمولہ:
 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ایک خط نقاط: وہ نقاط جو ایک ہی خط پر واقع ہوں۔

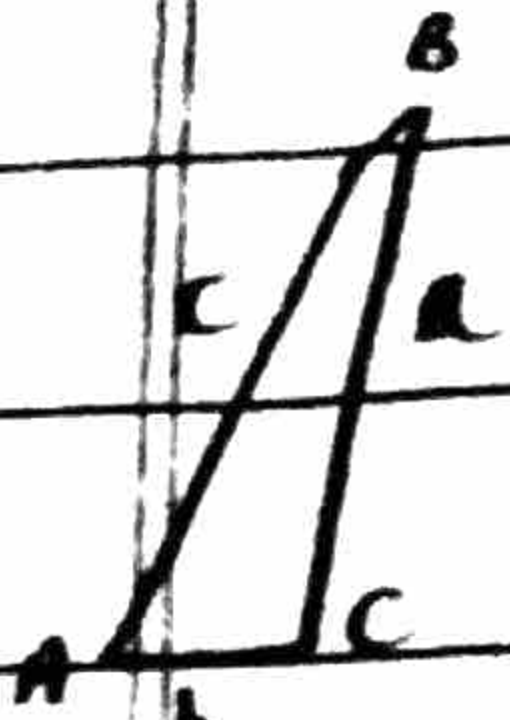
غیر ایک خط نقاط: وہ نقاط جو ایک سے زیادہ خطوط پر واقع ہوں۔

مساوی الاضلاع مثلث: ایسی مثلث جس کے تینوں اضلاع کی لمبائی برابر ہو۔

مساوی الساقین مثلث: ایسی مثلث جس کے دو اضلاع کی لمبائی برابر ہو۔

جبکہ تیسری کی مختلف ہو۔

ثالثی زاویہ مثلث: ایسی مثلث جس کے اندرونی زاویوں میں سے ایک زاویہ قائمہ ہو۔



مثلاً فیثاغورث: کسی قائمہ زاویہ مثلث ABC میں

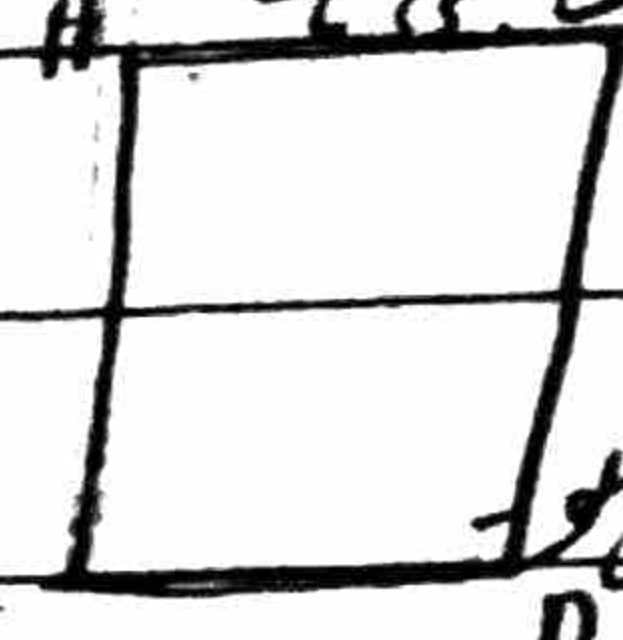
$$|AB|^2 = |BC|^2 + |CA|^2 \quad \text{جبکہ} \quad \angle ACB = 90^\circ$$

مختلف الاضلاع مثلث: ایسی مثلث جس کے تینوں اضلاع کی لمبائی



ایک دوسرے سے مختلف ہو۔

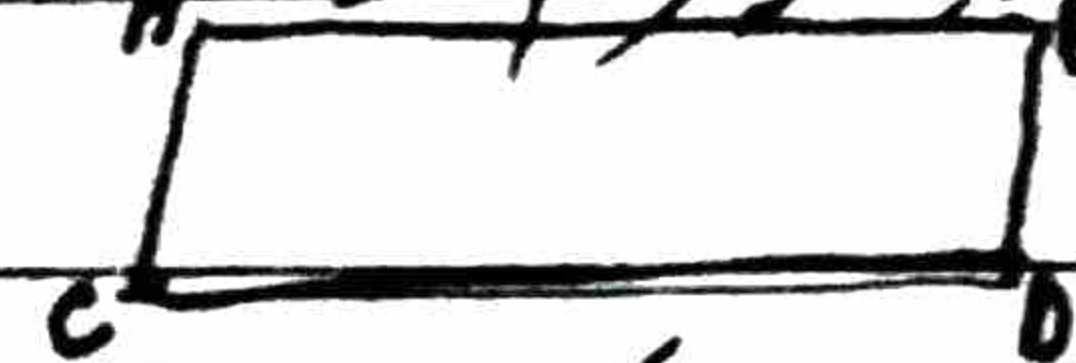
مربع: مستوی میں ایک ایسی بند شکل جو چار غیر ہم خط نقاط سے بنتی ہے



مربع کی لمبائی ہے اگر اس کے

(i) چاروں اضلاع کی لمبائی برابر ہو۔ (ii) ہر کونہ پر زاویہ 90° کا ہو۔

مستطیل: مستوی میں ایک ایسی بند شکل جو چار غیر ہم خط نقاط سے بنتی ہے

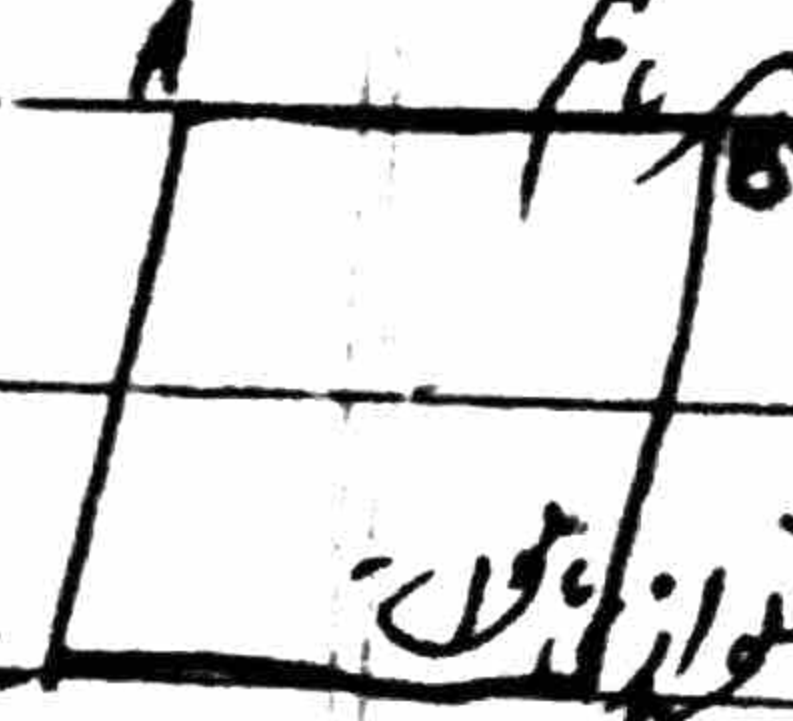


مستطیل کی لمبائی ہے اگر اس کے

(i) آئینے سامنے کے اضلاع کی لمبائی برابر ہو۔ (ii) آئینے سامنے کے اضلاع متوازی ہوں۔

(iii) ہر کونہ پر زاویہ 90° کا ہو۔

متوازی الاضلاع: مستوی میں ایک ایسی بند شکل جو چار غیر ہم خط نقاط سے بنتی ہے



خط نقاط سے بنتی ہے متوازی الاضلاع کی لمبائی ہے اگر اس کے

(i) آئینے سامنے کے اضلاع کی لمبائی برابر ہو۔ (ii) آئینے سامنے کے اضلاع متوازی ہوں۔

متماثل: دو مثلث متماثل کہلاتے ہیں اگر ان کے درمیان کم از کم ایک

مطابقت ایسی قائم کی جاسکے جس میں باہم مطابقت رکھنے والے اضلاع



اور زاویہ متماثل ہوں۔

ض۔ن۔ض کا مفہوم: دو مثلثوں کی دی ہوئی کسی مطابقت میں

اگر ایک مثلث کے دو اضلاع اور ان کا درمیانی زاویہ دوسری مثلث کے متناظر

دو اضلاع اور ان کے درمیانی زاویہ کے متماثل ہوں تو وہ مثلث متماثل

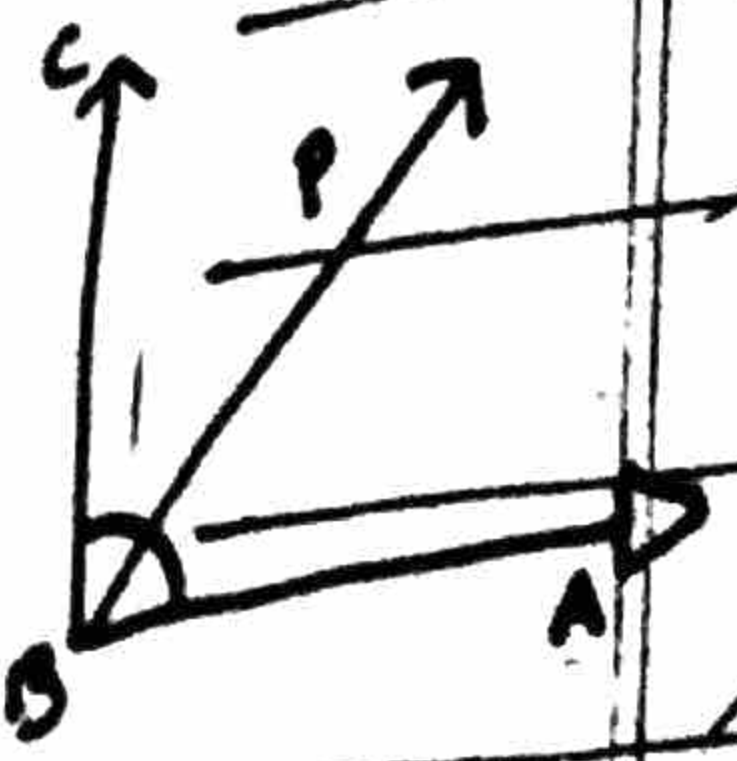
ہوں گی۔

✓ قطعہ خط کا عمودی نامہف: ایک خط لے کسی قطعہ خط کا عمودی نامہف نکالتا

ہے اگر لے قطعہ خط پر عمود بھی ہو اور قطعہ خط کے وسطی نقطہ میں سے بھی گزرا

✓ زاویہ کا نامہف: اگر $\angle ABC$ کے اندر کوئی نقطہ P اس طرح واقع ہو

کہ $\angle ABP = \angle PBC$ تو BP کو ABC کا نامہف کہتے ہیں۔



✓ نسبت: ایسا عددی تعلق جو بتاتا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار

کا کونسا حصہ یا کتنے گنا ہے۔

✓ تناسب: دو نسبتوں کے درمیان برابری کا تعلق۔

✓ متشابه مثلثان: دو مثلثیں متشابه نکلتی ہیں اگر ان کے متناظرہ

متقابل اور ان کے متناظرہ اضلاع متناسب ہوں۔



✓ ہم نقطہ خطوط: تین یا تین سے زیادہ خطوط ہم نقطہ نکلتے ہیں اگر وہ ایک

ہی نقطہ میں سے گزریں۔

✓ مثلث کا محصور اندرونی مرکز: کسی مثلث کے اندرونی زاویوں کے

نامہف جس نقطہ پر ملتے ہیں۔

✓ مثلث کا محاورہ مرکز: ایسا نقطہ ہے جہاں مثلث کے تینوں اضلاع

کے عمودی نامہف ہم نقطہ ہوتے ہیں۔

✓ مثلث کا وسطانیہ: ایسا قطعہ خط ہوتا ہے جو مثلث کے ایک راس

کو بالمتقابل ضلع کے وسطی نقطہ سے مل جائے۔



✓ مثلث کا ارتفاع: مثلث کے کسی ایک راس سے گرایا ہوا قطعہ خط جو

بالمتقابل ضلع پر عمود ہو۔

✓ مثلث کا عمودی مرکز یعنی آہر قوسنٹر: ایک ایسا نقطہ ہے جہاں ہر

مثلث کے تینوں عمود ہم نقطہ ہوتے ہیں۔



CHAPTER # 1

1- مندرجہ ذیل کا مرتبہ معلوم کریں۔

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$
 $C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}$

$D = \begin{bmatrix} a & d \\ b & e \\ c & f \end{bmatrix}$
 $E = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

$$E = 3 - by - 3$$

$$D = 3 - by - 2$$

$$F = [2] \quad G = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2 - by - 3 = \text{مقالہ کا مرتبہ} \quad 1 - by - 1 = \text{مقالہ F کا مرتبہ}$$

3- a, b, c اور d کا تناسب معلوم کریں جو دی ہوئی مساوات کو درست قائم رکھتی ہیں۔

$$\begin{bmatrix} a+c & a+2b \\ c-1 & 4d-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -7 \\ 3 & 2d \end{bmatrix}$$

$$\underline{a+c=0}$$

$$\underline{a + 2b = -7}$$

$$C-1=3$$

$$4d - 6 = 2d$$

$$q + 4 = 0$$

$$-4 + 26 = -7$$

$$r = 3 + 1$$

$$4d - 2d = 6$$

$$Q = -4$$

$$26 = -7 + 4$$

$$C = L$$

$$2d = 6$$

$$2b = -3$$

46

$$b = \frac{-3}{9}$$

$$d = 3$$

Exercise 1.2

4۔ مندرجہ ذیل کے خفّی طالب علم کریں۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

~~$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$~~

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

~~$$-A = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$~~

~~$$-B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$~~

~~$$-C = \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$$~~

5- مندرجہ ذیل کے ٹرانسپوز ماترے معلوم کریں۔

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$B = [5 \ 1 \ -6]$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}^t = [0 \ 1 \ -2]$$

$$B^t = [5 \ 1 \ -6]^t = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$C^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}^t$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}^t$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$E^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}^t$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

6- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ اور $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ تو تعدیلق کریں۔

$$(A^t)^t = A$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A^t)^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = A$$

$$(B^t)^t = B$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(B^t)^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = B$$

Exercise 1.3

2- مندرجہ ذیل کے متعین معلوم کریں۔

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$-A = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$-B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$-C = \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ 1 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ -3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$-E = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

4- مثالوں کی محسوس اور تفہیماتی حل کریں۔

$$(i) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (ii) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+0 & 0+2 \\ 0+3 & 1+0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+0 & 0+2 \\ 0+3 & 1+0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+1 & 2+1 \\ 3+1 & 1+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-1 & 2-1 \\ 3-1 & 1-0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(iii) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad (iv) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+1 & 2+1 & 3+1 \\ -1+2 & -1+2 & -1+2 \\ 0+3 & 1+3 & 2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+1 & 2+0 & 3-2 \\ 2-2 & 3-1 & 1+0 \\ 3+0 & 1+2 & 2-1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

8- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ تو A کے متعلق کریں۔

(i) $A + A^t$ ایک سیمٹرک مائٹریکس ہے۔ (ii) $A - A^t$ ایک سکیو سیمٹرک مائٹریکس ہے۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A - A^t)^t = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= -\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = -(A - A^t)$$

لہذا یہ ایک سکیو سیمٹرک مائٹریکس ہے۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A + A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A + A^t)^t = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}^t$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = A + A^t$$

لہذا یہ ایک سیمٹرک مائٹریکس ہے۔

Exercise 1.4

2۔ اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ اور $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$ ہو تو حاصل کریں۔

(i) AB

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \times 6 + 0 \times 5 \\ -1 \times 6 + 2 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 + 0 \\ -6 + 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(ii) BA

$$= \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

جو نئے پہلے قلاب کے کالم اور دوسرے قلاب کی قطاریں برابر نہیں لہذا BA ممکن نہیں۔

3۔ مندرجہ ذیل ضربی حاصل کریں۔

(i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 4 + 2 \times 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix}$$

(ii) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$

$$= 1 \times 5 + 2 \times (-4)$$

$$= 5 - 8 = -3$$

(iii) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 4 + 2 \times 0 & 1 \times 5 + 2 \times (-4) \\ -3 \times 4 + 0 \times 0 & -3 \times 5 + 0 \times (-4) \\ 6 \times 4 + (-1) \times 0 & 6 \times 5 + (-1) \times (-4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 + 0 & 5 - 8 \\ -12 + 0 & -15 - 0 \\ 24 - 0 & 30 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -12 & -15 \\ 24 & 34 \end{bmatrix}$$

(iv) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} -1 \times 0 + 2 \times 0 & -1 \times 0 + 2 \times 0 \\ 1 \times 0 + 3 \times 0 & 1 \times 0 + 3 \times 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 + 0 & 0 + 0 \\ 0 + 0 & 0 + 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(v) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 1 + 2 \times 3 + 3 \times (-1) & 1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 1 \\ 4 \times 1 + 5 \times 3 + 6 \times (-1) & 4 \times 2 + 5 \times 4 + 6 \times 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + 6 - 3 & 2 + 8 + 3 \\ 4 + 15 - 6 & 8 + 20 + 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 13 \\ 13 & 34 \end{bmatrix}$$

Exercise 1.5

1- درج ذیل ماتریسوں کا قلعہ معلوم کریں۔

$$(i) A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \times 0 - 2 \times 1$$

$$= 0 - 2 = -2$$

$$(ii) B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times (-2) - 2 \times 3$$

$$= -2 - 6 = -8$$

$$(iii) C = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \times 2 - 3 \times 2$$

$$= 6 - 6 = 0$$

$$(iv) D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|D| = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \times 4 - 1 \times 2$$

$$= 12 - 2 = 10$$

2- درج ذیل میں سے بتائیں کون سے نادر اور غیر نادر غالب ہیں۔

$$(i) A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \times 0 - 2 \times 3$$

$$= 0 - 6 = -6 \neq 0$$

لہذا A ایک غیر نادر غالب ہے۔

$$(ii) B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times (-5) - (-3) \times 2$$

$$= -5 + 6 = 1 \neq 0$$

لہذا B ایک غیر نادر غالب ہے۔

$$(iii) C = \begin{bmatrix} 7 & -9 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 7 & -9 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 7 \times 5 - (3) \times (-9)$$

$$= 35 + 27$$

$$= 62 \neq 0$$

لہذا C ایک غیر نادر غالب ہے۔

$$D = \begin{bmatrix} 5 & -10 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|D| = \begin{vmatrix} 5 & -10 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 5 \times 4 - (-2) \times (-10)$$

$$= 20 - 20$$

$$= 0$$

لہذا D ایک نادر غالب ہے۔

3- درج ذیل کے قطری سکوس معلوم کریں (اگر ممکن ہو)۔

$$(i) A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -1 \times 0 - 2 \times 3$$

$$= 0 - 6 = -6 \neq 0$$

$$\text{Adj of } A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{Adj of } A$$

$$= \frac{1}{-6} \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0/-6 & -3/-6 \\ -2/-6 & -1/-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/3 & 1/6 \end{bmatrix}$$

$$(ii) B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times (-5) - (-3) \times 2$$

$$= -5 + 6 = 1 \neq 0$$

$$\text{Adj of } B = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \text{Adj of } B$$

$$= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(iii) C = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -9 \end{bmatrix}$$

$$|C| = \begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 3 & -9 \end{vmatrix}$$

$$= -2 \times (-9) - 3 \times 6$$

$$= 18 - 18 = 0$$

لہذا C کا قطری سکوس ممکن نہیں ہے۔

$$5- جوڑوں سے ثابت کیجئے کہ ایک دوسرے کا قطری سکوس ہے یا نہیں۔$$

$$(i) \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \text{ اور } \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \quad (ii) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ اور } \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \times 7 + 5 \times (-4) & 3 \times (-5) + 5 \times 3 \\ 4 \times 7 + 7 \times (-4) & 4 \times (-5) + 7 \times 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 21 - 20 & -15 + 15 \\ 28 - 28 & -20 + 21 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

یہ دونوں ایک دوسرے کا قطری سکوس ہیں۔

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times (-3) + 2 \times 2 & 1 \times 2 + 2 \times (-1) \\ 2 \times (-3) + 3 \times 2 & 2 \times 2 + 3 \times (-1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 + 4 & 2 - 2 \\ -6 + 6 & 4 - 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

یہ دونوں ایک دوسرے کا قطری سکوس ہیں۔

اعادہ مشق 1

3- اگر $\begin{bmatrix} a+3 & 4 \\ 6 & b-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ تو a اور b کی قیمت معلوم کریں۔

$$\begin{bmatrix} a+3 & 4 \\ 6 & b-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$a+3 = -3, \quad b-1 = 2$$

$$a = -3-3 = -6 \quad b = 2+1 = 3$$

4- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ اور $B = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$ تو معلوم کریں۔

(i) $2A + 3B$

$$= 2 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 & -12 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4+15 & 6-12 \\ 2-6 & 0-3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 19 & -6 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$$

(ii) $-3A + 2B$

$$= -3 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6+10 & -9-8 \\ -3-4 & 0-2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & -17 \\ -7 & -2 \end{bmatrix}$$

5- اگر $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} + X = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ تو X کا لب X معلوم کریں۔

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} + X = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 4-2 & -2-1 \\ -1-3 & -2+3 \end{bmatrix}$$

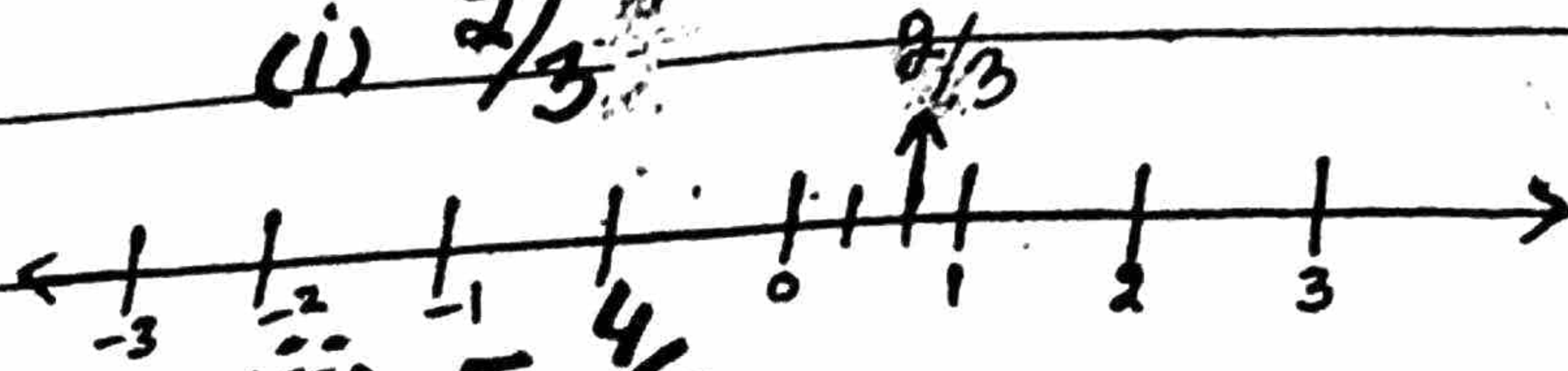
$$X = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

CHAPTER # 2

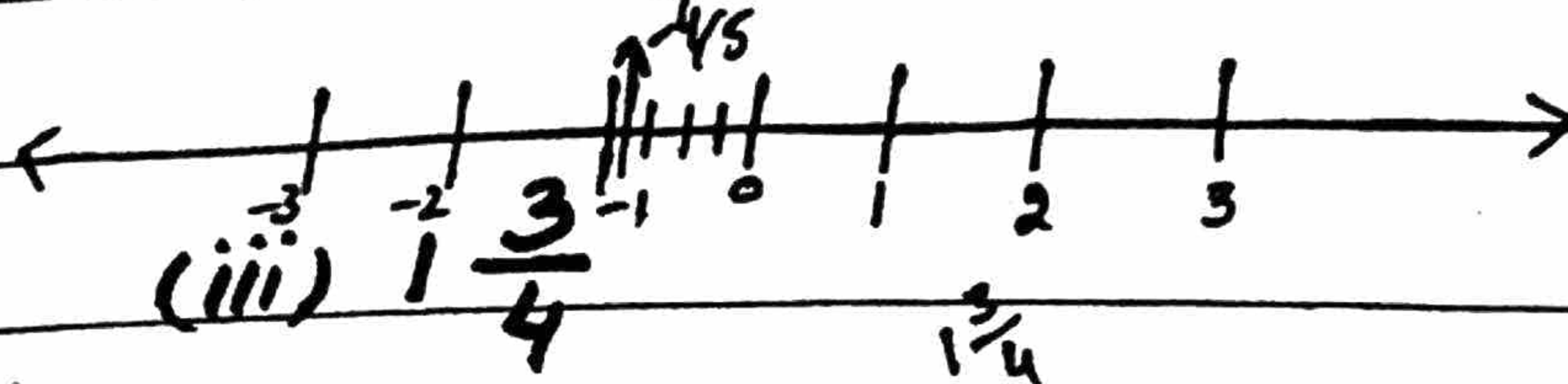
Exercise 2.1

4- درج ذیل کو غیر لائن پر ظاہر کریں۔

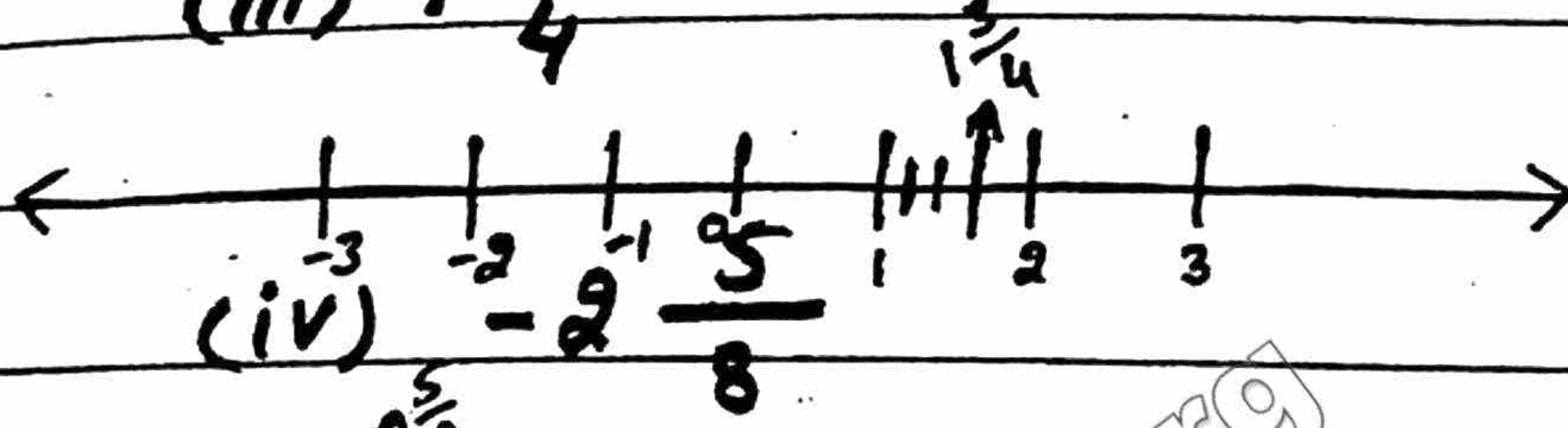
(i) $\frac{2}{3}$



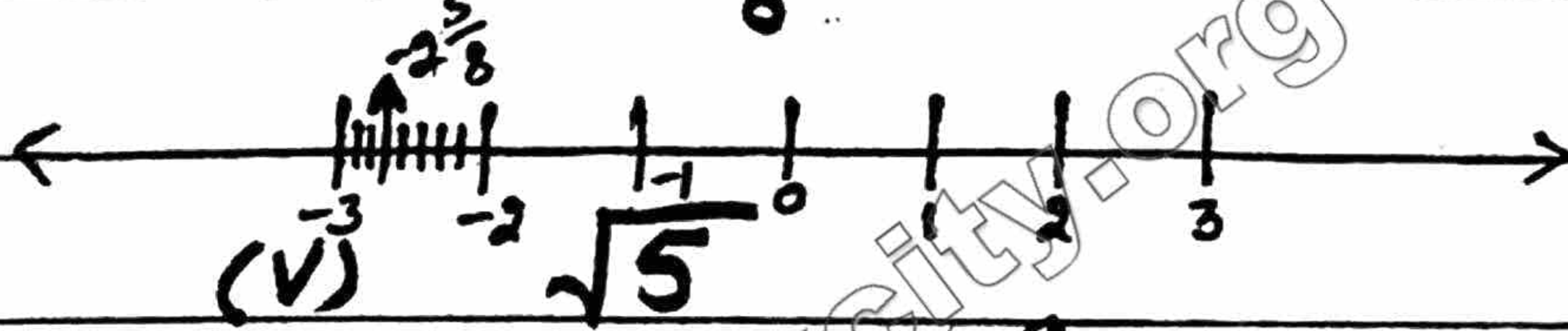
(ii) $-\frac{4}{5}$



(iii) $1\frac{3}{4}$



(iv) $-2\frac{5}{8}$



(v) $\sqrt{5}$



5- $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{9}$ کے درمیان ناطق عدد بتائیں۔

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \text{ اور } \frac{5}{9} \text{ کے درمیان ناطق عدد} &= \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{9} \right) \div 2 \\ &= \left(\frac{27+20}{36} \right) \div 2 \\ &= \frac{47}{36} \times \frac{1}{2} = \frac{47}{72} \end{aligned}$$

6- مندرجہ ذیل اعداد کو $\frac{p}{q}$ میں ظاہر کریں۔ جبکہ p, q صحیح اعداد اور $q \neq 0$ ۔

(i) $0.\bar{5}$

$$\begin{aligned} \text{فرض کیا } x &= 0.\bar{5} \\ x &= 0.5555\ldots \rightarrow (1) \\ (1) \text{ کو } 10 \text{ سے ضرب دیں} \\ 10x &= 5.5555\ldots \rightarrow (2) \\ (2) \text{ سے } (1) \text{ کو منفی کیا} \\ 9x &= 5 \\ x &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

(ii) $0.\bar{13}$

$$\begin{aligned} \text{فرض کیا } x &= 0.\bar{13} \\ x &= 0.131313\ldots \rightarrow (1) \\ (1) \text{ کو } 100 \text{ سے ضرب دیں} \\ 100x &= 13.131313\ldots \rightarrow (2) \\ (2) \text{ سے } (1) \text{ کو منفی کیا} \\ 99x &= 13 \\ x &= \frac{13}{99} \end{aligned}$$

Exercise 2.3

3- عند درجہ ذیل ریڈیکل شکل کو اس کی عام شکل میں تبدیل کریں۔

$$\begin{aligned} (i) \sqrt[3]{-125} \\ &= (-125)^{1/3} \\ &= (-5)^{3 \times 1/3} \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \sqrt[5]{\frac{3}{32}} \\ &= \left(\frac{3}{32}\right)^{1/5} \\ &= \left(\frac{3}{2^5}\right)^{1/5} \\ &= \frac{(3)^{1/5}}{(2^5)^{1/5}} = \frac{\sqrt[5]{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} \\ &= \left(-\frac{8}{27}\right)^{1/3} \\ &= \left(\frac{-2 \times -2 \times -2}{3 \times 3 \times 3}\right)^{1/3} \\ &= \left(\frac{-2^3}{3^3}\right)^{1/3} \\ &= \frac{-2^{3 \times 1/3}}{3^{3 \times 1/3}} = \frac{-2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) \sqrt[4]{32} \\ &= (32)^{1/4} \\ &= (2^4 \times 2)^{1/4} \\ &= (2^4)^{1/4} \times 2^{1/4} = 2\sqrt[4]{2} \end{aligned}$$

Exercise 2.5

1- قیمت معلوم کریں۔

$$\begin{aligned} (i) i^7 \\ &= i^6 \cdot i \\ &= (i^2)^3 \cdot i \\ &= (-1)^3 \cdot i \\ &= -1 \cdot i \\ &= -i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) i^{50} \\ &= (i^2)^{25} \\ &= (-1)^{25} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) i^{12} \\ &= (i^2)^6 \\ &= (-1)^6 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) (-i)^8 \\ &= i^8 \\ &= (i^2)^4 \\ &= (-1)^4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (v) (-i)^5 \\ &= -i^5 \\ &= -i^4 \cdot i \\ &= -(i^2)^2 \cdot i \\ &= -(-1)^2 \cdot i \\ &= -1 \cdot i = -i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vi) i^{27} \\ &= i^{26} \cdot i \\ &= (i^2)^{13} \cdot i \\ &= (-1)^{13} \cdot i \\ &= -1 \cdot i \\ &= -i \end{aligned}$$

2- مندرجہ ذیل اعداد کے کانجوگٹ معلوم کریں۔

(i) $2+3i$ (ii) $3-5i$ (iii) $-i$
 فرض کیا $z = -i$ فرض کیا $z = 3-5i$ فرض کیا $z = 2+3i$
 $\bar{z} = \overline{-i} = i$ $\bar{z} = \overline{3-5i} = 3+5i$ $\bar{z} = \overline{2+3i} = 2-3i$

3- مندرجہ ذیل کے حقیقی اور ایجنری حصے لکھیے۔

(i) $1+i$ (ii) $-1+2i$ (iii) $2+0i$
 = 0 ایجنری & 2 حقیقی = 2 ایجنری & -1 حقیقی = 1 ایجنری & 1 حقیقی

4- x اور y کی قیمت معلوم کریں اگر $x+iy+1 = 4-3i$ ہو۔

$$x+iy+1 = 4-3i$$

$$x+iy = -1+4-3i$$

$$x+iy = 3-3i$$

$$x=3 \text{ \& } iy = -3i \Rightarrow y = -3$$

Exercise 2.6

2- مندرجہ ذیل کو $a+bi$ کی شکل میں حاصل کریں۔

(i) $(2+3i)+(7-2i)$ (ii) $2(5+4i)-3(7+4i)$

$$= 2+3i+7-2i$$

$$= 10+8i-21-12i$$

$$= 9+i$$

$$= -11-4i$$

(iii) $-(-3+5i)-(4+9i)$

$$= 3-5i-4-9i$$

$$= -1-14i$$

3- مندرجہ ذیل کو $a+bi$ کی شکل میں مختل کریں۔

(i) $(-7+3i)(-3+2i)$

$$= -7(-3+2i)+3i(-3+2i)$$

$$= 21-14i-9i+6i^2 = 21-23i+6(-1) = 21-23i-6 = 15-23i$$

$$(ii) (2 - \sqrt{-4})(3 - \sqrt{-4})$$

$$= (2 - 2i)(3 - 2i)$$

$$= 2(3 - 2i) - 2i(3 - 2i)$$

$$= 6 - 4i - 6i + 4i^2$$

$$= 6 - 10i + 4(-1)$$

$$= 6 - 10i - 4 = 2 - 10i$$

$$(iii) (\sqrt{5} - 3i)^2$$

$$= (\sqrt{5})^2 + (3i)^2 - 2\sqrt{5} \cdot 3i$$

$$= 5 + 9i^2 - 6i\sqrt{5}$$

$$= 5 + 9(-1) - 6i\sqrt{5}$$

$$= 5 - 9 - 6i\sqrt{5}$$

$$= -4 - 6i\sqrt{5}$$

$$(iv) (2 - 3i)(3 - 2i)$$

$$= (2 - 3i)(3 + 2i)$$

$$= 2(3 + 2i) - 3i(3 + 2i)$$

$$= 6 + 4i - 9i - 6i^2$$

$$= 6 - 5i - 6(-1) = 6 - 5i + 6 = 12 - 5i$$

4- مندرجہ ذیل کو $a + bi$ کی شکل میں مختصر کریں۔

$$(i) \frac{-2}{1+i}$$

$$= \frac{-2}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i}$$

$$= \frac{-2(1-i)}{1^2 - i^2}$$

$$= \frac{-2(1-i)}{1 - (-1)} = \frac{-2(1-i)}{1+1}$$

$$= \frac{-2(1-i)}{2} = -1 + i$$

$$(ii) \frac{2+3i}{4-i}$$

$$= \frac{2+3i}{4-i} \times \frac{4+i}{4+i}$$

$$= \frac{(2+3i)(4+i)}{4^2 - i^2}$$

$$= \frac{8 + 2i + 12i + 3i^2}{16 - (-1)}$$

$$= \frac{8 + 14i + 3(-1)}{16 + 1} = \frac{8 + 14i - 3}{17}$$

$$(iii) \frac{9-7i}{3+i}$$

$$= \frac{9-7i}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$$

$$= \frac{(9-7i)(3-i)}{3^2 - i^2} = \frac{27 - 9i - 21i + 7i^2}{9 - (-1)}$$

$$= \frac{27 - 30i + 7(-1)}{9 + 1} = \frac{27 - 30i - 7}{10} = \frac{20 - 30i}{10} = 2 - 3i$$

درجہ 2 ذیل کو مختصر کریں۔

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \sqrt[4]{81 y^{-12} x^{-8}} \\ &= (81 y^{-12} x^{-8})^{1/4} \\ &= (3^4 y^{-12} x^{-8})^{1/4} \\ &= (3^4)^{1/4} (y^{-12})^{1/4} (x^{-8})^{1/4} \end{aligned}$$

$$= 3 y^{-3} x^{-2}$$

$$= \frac{3}{y^3 x^2}$$

$$\text{(ii)} \quad \sqrt{25 x^{10n} y^{8m}}$$

$$= (25 x^{10n} y^{8m})^{1/2}$$

$$= (5^2 x^{10n} y^{8m})^{1/2}$$

$$= (5^2)^{1/2} (x^{10n})^{1/2} (y^{8m})^{1/2}$$

$$= 5 x^{5n} y^{4m}$$

$$\text{(iii)} \quad \left(\frac{x^3 y^4 z^5}{x^{-2} y^{-1} z^{-5}} \right)^{1/5}$$

$$= (x^3 x^2 y^4 y^1 z^5 z^5)^{1/5}$$

$$= (x^5 y^5 z^{10})^{1/5} = x y z^2$$

$$\text{(iv)} \quad 5^{2^3} \div (5^2)^3$$

$$= 5^8 \div 5^6$$

$$= 5^{8-6}$$

$$= 5^2 = 25$$

$$\text{(v)} \quad (x^3)^2 \div x^3$$

$$= x^6 \div x^9$$

$$= x^{6-9}$$

$$= x^{-3}$$

$$= \frac{1}{x^3}$$

Exercise 3.1

1- مندرجہ ذیل کو سائنسی ترقیم میں لکھیں۔

(i) 5700

$$= 57 \times 10^2$$

$$= 5.7 \times 10^1 \times 10^2$$

$$= 5.7 \times 10^3$$

(iv) 416.9

$$= 4169 \times 10^{-1}$$

$$= 4.169 \times 10^3 \times 10^{-1}$$

$$= 4.169 \times 10^2$$

(ii) 49,800,000

$$= 498 \times 10^5$$

$$= 4.98 \times 10^2 \times 10^5$$

$$= 4.98 \times 10^7$$

(v) 0.00643

$$= 643 \times 10^{-5}$$

$$= 6.43 \times 10^2 \times 10^{-5}$$

$$= 6.43 \times 10^{-3}$$

(iii) 60,000,000

$$= 6 \times 10^7$$

(vi) 0.0074

$$= 74 \times 10^{-4}$$

$$= 7.4 \times 10^1 \times 10^{-4}$$

$$= 7.4 \times 10^{-3}$$

(vii) $\frac{275,000}{0.0025}$

$$= \frac{275 \times 10^3}{25 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{2.75 \times 10^2 \times 10^3}{2.5 \times 10^1 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{2.75 \times 10^5}{2.5 \times 10^{-3}}$$

2- مندرجہ ذیل کو عام ترقیم میں لکھیں۔

(i) 6×10^{-4}

$$= 0.0006$$

(ii) 5.06×10^{10}

$$= 506 \times 10^2 \times 10^{10}$$

$$= 506 \times 10^{12}$$

$$= 506000000000$$

(iii) 9.018×10^{-6}

$$= 9018 \times 10^{-3} \times 10^{-6}$$

$$= 9018 \times 10^{-9}$$

$$= 0.000009018$$

(iv) 7.865×10^8

$$= 7865 \times 10^3 \times 10^8$$

$$= 7865 \times 10^{11}$$

$$= 786500000000$$

(v) 7.61×10^{-4}

$$= 761 \times 10^{-2} \times 10^{-4}$$

$$= 761 \times 10^{-6}$$

$$= 0.000761$$

$$a^x = y$$

Important

$$-2 \log x = 3.2$$

4- ماحولم کی کس قیمت کے لیے مندرجہ ذیل بیان درست ہوں گے۔

$$(i) \log_3 81 = L \quad (ii) \log_a 6 = 0.5 \quad (iii) \log_5 n = 2 \quad (iv) 10^P = 40$$

$$3^L = 81$$

$$a^{0.5} = 6$$

$$5^2 = n$$

$$\log_{10} P = \log_{10} 40$$

$$3^L = 3^4$$

$$(a^{0.5})^2 = 6^2$$

$$n = 25$$

$$P \log 10 = \log 40$$

$$L = 4$$

$$a = 36$$

$$P(1) = 1.6021$$

$$P = 1.6021$$

5- قیمت معلوم کریں۔

$$(i) \log_2 \frac{1}{128}$$

$$(ii) \log_{512} \text{ to the base } 2 \sqrt{2}$$

$$x = \log_2 \frac{1}{128} \quad \text{فرض کیے}$$

$$x = \log_{512} \quad \text{فرض کیے}$$

$$2^x = \frac{1}{128}$$

$$(2\sqrt{2})^x = 512$$

$$2^x = \frac{1}{2^7}$$

$$(2 \cdot 2^{1/2})^x = 2^9$$

$$2^x = 2^{-7} \Rightarrow x = -7$$

$$2^{3/2}x = 2^9$$

$$\frac{3}{2}x = 9 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$$

6- مندرجہ ذیل میں سے x کی قیمت معلوم کریں۔

$$(i) \log_2 x = 5$$

$$(ii) \log_{81} 9 = x$$

$$(iii) \log_3 x = 4$$

$$2^5 = x$$

$$(8)^x = 9$$

$$(3)^4 = x$$

$$x = 32$$

$$(9)^{2x} = 9^1$$

$$x = 81$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(iv) \log_x 64 = 2$$

$$(v) \log_{64} 8 = \frac{x}{2}$$

$$x^2 = 64$$

$$(64)^{x/2} = 8$$

$$x^2 = 8^2$$

$$(8^2)^{x/2} = 8$$

$$8^x = 8^1$$

$$x = 1$$

Exercise 1

1- مندرجہ ذیل کو لوگارٹھم کے مجموعے یا فرق کی شکل میں لکھیں۔

$$(i) \log(A \times B) \quad (ii) \log \frac{15.2}{30.5} \quad (iii) \log \frac{25 \times 5}{8}$$

$$= \log A + \log B \quad = \log 15.2 - \log 30.5 \quad = \log 25 + \log 5 - \log 8$$

$$(iv) \log^3 \sqrt[3]{\frac{7}{15}} \quad (v) \log \frac{(22)^{1/3}}{5^3}$$

$$= \log \left(\frac{7}{15} \right)^{1/3} \quad = \log (22)^{1/3} - \log 5^3$$

$$= \frac{1}{3} \log \left(\frac{7}{15} \right) \quad = \frac{1}{3} \log 22 - 3 \log 5$$

$$= \frac{1}{3} [\log 7 - \log 15]$$

2- مندرجہ ذیل کو واحد لوگارٹھم کی شکل میں لکھیں۔

$$(i) \log 21 + \log 5 \quad (ii) \log 25 - 2 \log 3$$

$$= \log (21 \times 5) \quad = \log 25 - \log 3^2$$

$$= \log \frac{25}{3^2}$$

$$(iii) 2 \log x - 3 \log y \quad (iv) \log 5 + \log 6 - \log 2$$

$$= \log x^2 - \log y^3 \quad = \log \frac{5 \times 6}{2}$$

$$= \log \frac{x^2}{y^3}$$

3- مندرجہ کی قیمت معلوم کریں۔

$$(i) \log_3 2 \times \log_2 81 \quad (ii) \log_5 3 \times \log_3 25$$

$$= \frac{\log 2}{\log 3} \times \frac{\log 81}{\log 2}$$

$$= \frac{\log 81}{\log 3} \quad = \frac{\log 3}{\log 5} \times \frac{\log 25}{\log 3}$$

$$= \frac{\log 81}{\log 3} \quad = \frac{\log 25}{\log 5}$$

$$= \frac{\log 3^4}{\log 3} \quad = \frac{\log 5^2}{\log 5}$$

$$= \frac{4 \log 3}{\log 3} \quad = \frac{2 \log 5}{\log 5}$$

$$= 4 \quad = 2$$

4- واحد لوگاریتم کی شکل میں لکھیں۔

$$\begin{aligned} & \log x - 2 \log x + 3 \log(x+1) - \log(x^2-1) \\ &= \log x - \log x^2 + \log(x+1)^3 - \log(x^2-1) \\ &= \log x + \log(x+1)^3 - \log x^2 - \log(x^2-1) \\ &= \log \frac{x(x+1)^3}{x^2(x^2-1)} = \log \frac{(x+1)^3}{x(x+1)(x-1)} = \log \frac{(x+1)^2}{x(x-1)} \end{aligned}$$

اعادہ عشق

مندرجہ ذیل میں x کی قیمت معلوم کریں۔

(i) $\log_4 256 = x$	(ii) $\log_{625} 5 = \frac{1}{4}x$	(iii) $\log_{64} x = -\frac{2}{3}$
$4^x = 256$	$(625)^{\frac{1}{4}x} = 5$	$(64)^{-\frac{2}{3}} = x$
$4^x = 4^4$	$(5^4)^{\frac{1}{4}x} = 5$	$(4^3)^{-\frac{2}{3}} = x$
$x = 4$	$5^x = 5^1$	$4^{-2} = x$
	$x = 1$	$\frac{1}{4^2} = x$
		$x = \frac{1}{16}$

مندرجہ ذیل میں x کی قیمت معلوم کریں۔

(i) $\log x = 2.4543$	(ii) $\log x = 0.1821$	(iii) $\log x = 0.0044$
$x = \text{antilog}(2.4543)$	$x = \text{antilog}(0.1821)$	$x = \text{antilog}(0.0044)$
$x = 284.6$	$x = 1.521$	$x = 1.010$

CHAPTER # 4

Exercise 4.1

3- درج ذیل کو مختصر شکل میں لکھیں۔

$$(i) \frac{120x^2y^3z^5}{30x^3yz^2}$$

$$= \frac{4x^2y^3z^5}{x^3yz^2}$$

$$= \frac{4y^2z^3}{x}$$

$$(ii) \frac{8a(x+1)}{2(x^2-1)}$$

$$= \frac{8a(x+1)}{2(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{4a}{(x-1)}$$

$$(iii) \frac{(x+y)^2 - 4xy}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + 2xy - 4xy}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{(x-y)^2}{(x-y)^2} = 1$$

$$(iv) \frac{(x^3-y^3)(x^2-2xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{(x^3-y^3)(x^2-2xy+y^2)}{(x^3-y^3)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{x^2-2xy+y^2}{(x-y)^2}$$

$$(v) \frac{(x+2)(x^2-1)}{(x+1)(x^2-4)}$$

$$= \frac{(x+2)(x+1)(x-1)}{(x+1)(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-1)}{(x-2)}$$

$$(vi) \frac{x^2-4x+4}{2x^2-8}$$

$$= \frac{(x-2)^2}{2(x^2-4)}$$

$$= \frac{(x-2)^2}{2(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-2)}{2(x+2)}$$

$$= \frac{(x-2)}{2(x+2)}$$

4- قیمت معلوم کریں۔

$$\frac{x^3y - 2xz}{xz}$$

$$(i) x=3, y=-1, z=-2$$

$$\frac{x^3y - 2xz}{xz}$$

$$= \frac{(3)^3(-1) - 2(-2)}{(3)(-2)}$$

$$= \frac{27(-1) + 4}{-6}$$

$$= \frac{-27 + 4}{-6} = \frac{-23}{-6} = \frac{23}{6}$$

$$(ii) x=-1, y=-9, z=4$$

$$\frac{x^3y - 2xz}{xz}$$

$$= \frac{(-1)^3(-9) - 2(4)}{(-1)(4)}$$

$$= \frac{-1(-9) - 8}{-4}$$

$$= \frac{9 - 8}{-4} = -\frac{1}{4}$$

5- دیے گئے عمل کی تکمیل کرتے ہوئے فنکشن کریں۔

$$(i) \frac{15}{2x-3y} - \frac{4}{3y-2x}$$

$$= \frac{15}{2x-3y} + \frac{4}{2x-3y}$$

$$= \frac{15 + 4}{(2x-3y)}$$

$$= \frac{19}{(2x-3y)}$$

$$(ii) \frac{1+2x}{1-2x} - \frac{1-2x}{1+2x}$$

$$= \frac{(1+2x)^2 - (1-2x)^2}{(1-2x)(1+2x)}$$

$$= \frac{(1+4x^2+4x) - (1+4x^2-4x)}{(1-4x^2)}$$

$$= \frac{1+4x^2+4x-1-4x^2+4x}{(1-4x^2)}$$

$$= \frac{8x}{(1-4x^2)}$$

$$(iii) (x^2-49) \cdot \frac{5x+2}{x+7}$$

$$= (x+7)(x-7) \cdot \frac{5x+2}{x+7}$$

$$= (x-7)(5x+2)$$

$$(iv) \frac{x^6-y^6}{x^2-y^2} \div (x^4+x^2y+y^4)$$

$$= \frac{x^6-y^6}{x^2-y^2} \times \frac{1}{x^4+x^2y+y^4}$$

$$= \frac{(x^6-y^6)}{(x^6-y^6)} = 1$$

Exercise 4.2

- ص. ۱ (i) $a^2 + b^2$ کی قیمت معلوم کریں اگر $a - b = 6$ اور $a + b = 10$

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$(10)^2 + (6)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$100 + 36 = 2(a^2 + b^2)$$

$$136 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\frac{136}{2} = a^2 + b^2$$

$$68 = a^2 + b^2$$

- ص. ۲ (ii) ab کی قیمت معلوم کریں اگر $a - b = \sqrt{17}$ اور $a + b = 5$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

$$(5)^2 - (\sqrt{17})^2 = 4ab$$

$$25 - 17 = 4ab$$

$$8 = 4ab$$

$$\frac{8}{4} = ab$$

$$2 = ab$$

- ص. ۳ (iii) $a^2 + b^2 + c^2 = 45$ اور $a + b + c = -1$ کی قیمت معلوم کریں $ab + bc + ca$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$(-1)^2 = 45 + 2(ab + bc + ca)$$

$$1 = 45 + 2(ab + bc + ca)$$

$$1 - 45 = 2(ab + bc + ca)$$

$$-44 = 2(ab + bc + ca)$$

$$\frac{-44}{2} = ab + bc + ca$$

$$-22 = ab + bc + ca$$

- ص. ۴ (iv) $m^2 + n^2 + p^2$ کی قیمت معلوم کریں اگر $mn + np + mp = 27$ اور $m + n + p = 10$

$$(m+n+p)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2(mn + np + mp)$$

$$(10)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2(27)$$

$$100 = m^2 + n^2 + p^2 + 54$$

$$46 = m^2 + n^2 + p^2$$

14- تجزی کریں۔

$$(i) x^3 - y^3 - x + y$$

$$= x^3 - y^3 - (x - y)$$

$$= (x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x - y)$$

$$= (x - y)[(x^2 + xy + y^2) - 1]$$

$$(ii) 8x^3 - \frac{1}{27y^3}$$

$$= (2x)^3 - \left(\frac{1}{3y}\right)^3$$

$$= \left(2x - \frac{1}{3y}\right)\left((2x)^2 + 2x \cdot \frac{1}{3y} + \left(\frac{1}{3y}\right)^2\right)$$

$$= \left(2x - \frac{1}{3y}\right)\left(4x^2 + \frac{2x}{3y} + \frac{1}{9y^2}\right)$$

Exercise 4.3

1- در ذیل کو مختصر ترین شکل میں لکھیں۔

$$(i) \sqrt{180}$$

$$= \sqrt{3^2 \times 2^2 \times 5}$$

$$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{2^2} \times \sqrt{5}$$

$$= 3 \times 2 \times \sqrt{5}$$

$$= 6\sqrt{5}$$

$$(ii) 3\sqrt{162}$$

$$= 3\sqrt{3^2 \times 3^2 \times 2}$$

$$= 3 \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{2}$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times \sqrt{2}$$

$$= 27\sqrt{2}$$

$$(iii) \frac{3}{4} \sqrt[4]{128}$$

$$= \frac{3}{4} \sqrt[4]{2^3 \times 2^3 \times 2}$$

$$= \frac{3}{4} \times \sqrt[4]{2^3} \times \sqrt[4]{2^3} \times \sqrt[4]{2}$$

$$= \frac{3}{4} \times 2 \times 2 \times \sqrt[4]{2}$$

$$= 3\sqrt[4]{2}$$

$$(iv) \sqrt[5]{96x^6y^7z^8}$$

$$= \sqrt[5]{3 \times 2^5 \times x^5 \times y^5 \times y^2 \times z^5 \times z^3}$$

$$= \sqrt[5]{2^5 \times x^5 \times y^5 \times z^5 \times 3xy^2z^3}$$

$$= \sqrt[5]{2^5 \times x^5 \times y^5 \times z^5} \times \sqrt[5]{3xy^2z^3}$$

$$= 2xyz \sqrt[5]{3xy^2z^3}$$

2- مختصر کریں۔

$$(i) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times 3 \times 3}}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$(ii) \frac{\sqrt{21}\sqrt{9}}{\sqrt{63}}$$

$$= \frac{\sqrt{3 \times 7} \sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{3 \times 3 \times 7}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$(iii) \frac{4}{5} \sqrt[3]{125}$$

$$= \frac{4}{5} \sqrt[3]{5^3}$$

$$= \frac{4}{5} \times 5$$

$$= 4$$

$$(iv) \sqrt[5]{243 x^5 y^{10} z^{15}}$$

$$= \sqrt[5]{(3)^5 \cdot x^5 \cdot y^{10} \cdot z^{15}}$$

$$= \sqrt[5]{3^5} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot \sqrt[5]{y^{10}} \cdot \sqrt[5]{z^{15}}$$

$$= 3 x y^2 z^3$$

$$(v) \sqrt{21} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3 \times 7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3}$$

$$= (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{7})^2$$

$$= 3 \times 7 = 21$$

3- مختلف کریں۔

$$(i) \sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 4\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{3^2 \times 5} - 3\sqrt{2^2 \times 5} + 4\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{2^2} \times \sqrt{5} + 4\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{5} - 3 \times 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$(ii) \sqrt{3}(2\sqrt{3} + 3\sqrt{3})$$

$$= \sqrt{3}(5\sqrt{3})$$

$$= (\sqrt{3})^2 \times 5$$

$$= 3 \times 5$$

$$= 15$$

4- مختلف کریں۔

$$(i) (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})$$

$$= (3)^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= 9 - 3$$

$$= 6$$

$$(ii) (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$$

$$= (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{3}$$

$$= 5 + 3 + 2\sqrt{15}$$

$$= 8 + 2\sqrt{15}$$

$$(iii) (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$$

$$= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= 5 - 3 = 2$$

$$(iv) \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= (\sqrt{2})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= 2 - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6-1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$(v) (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$= ((\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$= (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$$

$$= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4$$

Exercise 4.4

1. مندرجہ ذیل محروم کو ناطق بنائیں۔

(i) $\frac{3}{4\sqrt{3}}$

$$= \frac{3}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3 \times \sqrt{3}}{4(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4 \times 3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(ii) $\frac{14}{\sqrt{98}}$

$$= \frac{14}{\sqrt{98}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{98}}$$

$$= \frac{14 \times \sqrt{98}}{(\sqrt{98})^2}$$

$$= \frac{14\sqrt{98}}{98}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times 7^2}}{7}$$

$$= \frac{7 \times \sqrt{2}}{7} = \sqrt{2}$$

(iii) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 \times (\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$$

(iv) $\frac{6}{\sqrt{8}\sqrt{27}}$

$$= \frac{6}{\sqrt{8}\sqrt{27}} \times \frac{\sqrt{8}\sqrt{27}}{\sqrt{8}\sqrt{27}}$$

$$= \frac{6(\sqrt{8}\sqrt{27})}{(\sqrt{8})^2(\sqrt{27})^2}$$

$$= \frac{6\sqrt{2^2 \times 2} \cdot \sqrt{3^2 \times 3}}{(8)(27)}$$

$$= \frac{6 \times 2 \times \sqrt{2} \cdot 3 \times \sqrt{3}}{(8)(27)} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

(v) $\frac{1}{3+2\sqrt{5}}$

$$= \frac{1}{3+2\sqrt{5}} \times \frac{3-2\sqrt{5}}{3-2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{3-2\sqrt{5}}{(3)^2 - (2\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{3-2\sqrt{5}}{9 - (4 \times 5)}$$

$$= \frac{3-2\sqrt{5}}{9-20} = \frac{3-2\sqrt{5}}{-11}$$

(vi) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 1 - 2\sqrt{3}}{3-1}$$

$$= \frac{3+1-2\sqrt{3}}{2} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2}$$

(vii) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$$= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{5+3+2\sqrt{15}}{5-3}$$

$$= \frac{8+2\sqrt{15}}{2} = \frac{2(4+\sqrt{15})}{2}$$

$$= (4+\sqrt{15})$$

3- (i) اگر $x = 2 - \sqrt{3}$ ہو تو $\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کریں۔

جساکہ $x = 2 - \sqrt{3}$ تو

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3}}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

(ii) اگر $x = 4 - \sqrt{17}$ ہو تو $\frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کریں۔

جساکہ $x = 4 - \sqrt{17}$ تو

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4 - \sqrt{17}}$$

$$= \frac{1}{4 - \sqrt{17}} \times \frac{4 + \sqrt{17}}{4 + \sqrt{17}}$$

$$= \frac{4 + \sqrt{17}}{(4)^2 - (\sqrt{17})^2} = \frac{4 + \sqrt{17}}{16 - 17} = -(4 + \sqrt{17})$$

(iii) اگر $x = \sqrt{3} + 2$ ہو تو $x + \frac{1}{x}$ کی قیمت معلوم کریں۔

جساکہ $x = \sqrt{3} + 2$ تو

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + 2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3} + 2} \times \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} - 2}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 2}{(\sqrt{3})^2 - (2)^2} = \frac{\sqrt{3} - 2}{3 - 4} = -(\sqrt{3} - 2)$$

$$= 2 - \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + 2 + 2 - \sqrt{3}$$

$$= 4$$

Exercise 5.1

درج ذیل کی تجزی کر۔ *1

$$(i) 2abc - 4abx + 2abd$$

$$= 2ab(c - 2x + d)$$

$$(ii) 9xy - 12x^2y + 18y^2$$

$$= 3xy(3 - 4x + 6y)$$

$$(iii) -3x^2y - 3x + 9xy^2$$

$$= 3x(-xy - 1 + 3y^2)$$

$$(iv) 5abc^3 - 10a^2b^3c - 20a^3bc^2$$

$$= 5abc(bc^2 - 2ab^2 - 4a^2c)$$

$$(v) 3x^3y(x - 3y) - 7x^2y^2(x - 3y)$$

$$= (3x^3y - 7x^2y^2)(x - 3y)$$

$$= x^2y(3x - 7y)(x - 3y)$$

$$(i) 5ax - 3ay - 5bx + 3by$$

$$= 5ax - 5bx - 3ay + 3by$$

$$= 5x(a - b) - 3y(a - b)$$

$$= (a - b)(5x - 3y)$$

$$(ii) 3xy + 2y - 12x - 8$$

$$= 3xy - 12x + 2y - 8$$

$$= 3x(y - 4) + 2(y - 4)$$

$$= (y - 4)(3x + 2)$$

$$(iii) x^3 + 3x^2y - 2xy^2 - 6y^3$$

$$= x^3 - 2x^2y + 3xy^2 - 6y^3$$

$$= x^2(x - 2y) + 3y^2(x - 2y)$$

$$= (x - 2y)(x^2 + 3y^2)$$

$$(iv) (x^2 - y^2)z + (y^2 - z^2)x$$

$$= x^2z - y^2z + xy^2 - xz^2$$

$$= x^2z + xy^2 - y^2z - xz^2$$

$$= x(xz + y^2) - z(y^2 + xz)$$

$$= (xz + y^2)(x - z)$$

$$(i) 144a^2 + 24a + 1$$

$$= (12a)^2 + 2(12a)(1) + (1)^2$$

$$= (12a + 1)^2$$

$$(ii) \frac{a^2}{b^2} - 2 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$= \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2$$

$$(iii) (x + y)^2 - 14z(x + y) + 49z^2$$

$$= (x + y)^2 - 2(x + y)(7z) + (7z)^2$$

$$= (x + y - 7z)^2$$

$$(i) 3x^2 - 75y^2$$

$$= 3(x^2 - 25y^2)$$

$$= 3(x^2 - (5y)^2)$$

$$= 3(x+5)(x-5)$$

$$(iii) 128am^2 - 242an^2$$

$$= 2a(64m^2 - 121n^2)$$

$$= 2a((8m)^2 - (11n)^2)$$

$$= 2a(8m+11n)(8m-11n)$$

$$(ii) x(x-1) - y(y-1) \quad * 4$$

$$= x^2 - x - y^2 + y$$

$$= x^2 - y^2 - x + y$$

$$= (x^2 - y^2) - (x - y)$$

$$= (x+y)(x-y) - (x-y)$$

$$= (x-y)(x+y-1)$$

$$(iv) 3x - 243x^3$$

$$= 3x(1 - 81x^2)$$

$$= 3x(1^2 - (9x)^2) = 3x(1+9x)(1-9x)$$

$$(i) x^2 - y^2 - 6y - 9$$

$$= x^2 - (y^2 + 6y + 9)$$

$$= x^2 - ((y)^2 + 2(y)(3) + (3)^2)$$

$$= (x^2 - (y+3)^2)$$

$$= (x+y+3)(x-y-3)$$

$$(ii) x^2 - a^2 + 2a - 1 \quad * 5$$

$$= x^2 - (a^2 - 2a + 1)$$

$$= x^2 - ((a)^2 - 2(a)(1) + (1)^2)$$

$$= (x^2 - (a-1)^2)$$

$$= (x+a-1)(x-a+1)$$

$$(iii) 4x^2 - y^2 - 2y - 1$$

$$= 4x^2 - (y^2 + 2y + 1)$$

$$= (2x)^2 - ((y)^2 + 2(y)(1) + (1)^2)$$

$$= (2x)^2 - (y+1)^2$$

$$= (2x+y+1)(2x-y-1)$$

$$(iv) 25x^2 - 10x + 1 - 36z^2$$

$$= (5x)^2 - 2(5x)(1) + (1)^2 - (6z)^2$$

$$= (5x-1)^2 - (6z)^2$$

$$= (5x-1+6z)(5x-1-6z)$$

$$(i) x^2 + 14x + 48$$

$$= x^2 + 6x + 8x + 48$$

$$= x(x+6) + 8(x+6)$$

$$= (x+6)(x+8)$$

$$(ii) 4x^2 + 12x + 5 \quad * 6$$

$$= 4x^2 + 10x + 2x + 5$$

$$= 2x(x+5) + 1(2x+5)$$

$$= (x+5)(2x+1)$$

$$(iii) x^2 - 21x + 108$$

$$= x^2 - 12x - 9x + 108$$

$$= x(x-12) - 9(x-12)$$

$$= (x-12)(x-9)$$

$$(v) x^2 - 11x - 42$$

$$= x^2 + 3x - 14x - 42$$

$$= x(x+3) - 14(x+3)$$

$$= (x+3)(x-14)$$

$$(iv) 5x^2 - 16x - 21$$

$$= 5x^2 - 21x + 5x - 21$$

$$= x(5x-21) + 1(5x-21)$$

$$= (5x-21)(x+1)$$

$$(vi) 30x^2 + 7x - 15$$

$$= 30x^2 + 25x - 18x - 15$$

$$= 5x(6x+5) - 3(6x+5)$$

$$= (6x+5)(5x-3)$$

Exercise 6.1

1- مندرجہ ذیل کا عام اور اعظم معلوم کریں۔

$$(i) 39x^7y^3z, 91x^5y^6z^7$$

$$39x^7y^3z = 13 \times 3 \times x^7y^3z$$

$$91x^5y^6z^7 = 13 \times 7 \times x^5y^6z^7$$

$$\text{اعظم} = 13x^5y^3z$$

$$(ii) 102x^2y^2z, 85x^2y^2z, 187xyz^2$$

$$102x^2y^2z = 17 \times 6 \times x^2y^2z$$

$$85x^2y^2z = 17 \times 5 \times x^2y^2z$$

$$187xyz^2 = 17 \times 11 \times xyz^2$$

$$\text{اعظم} = 17xyz$$

$$(iii) x^2 + 5x + 6, x^2 - 4x - 12$$

$$x^2 + 5x + 6 = x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$= x(x+3) + 2(x+3)$$

$$= (x+3)(x+2)$$

$$x^2 - 4x - 12 = x^2 - 6x + 2x - 12$$

$$= x(x-6) + 2(x-6)$$

$$= (x-6)(x+2)$$

$$\text{اعظم} = (x+2)$$

مندرجہ ذیل کا خود اضافہ اہل حل کریں۔

(i) $39x^7y^3z, 91x^5y^6z^7$ (ii) $102x^2y^2z, 85x^2y^2z, 187x^2y^2z$

$39x^7y^3z = 3 \times 13 \times x^7y^3z$ $102x^2y^2z = 2 \times 3 \times 17x^2y^2z$

$91x^5y^6z^7 = 7 \times 13 \times x^5y^6z^7$ $85x^2y^2z = 5 \times 17x^2y^2z$

مشترک اجزاء = $13x^5y^3z$ $187x^2y^2z = 11 \times 17x^2y^2z$

غیر مشترک اجزاء = $3 \times 7 \times x^2y^3z^6$ مشترک اجزاء = $17x^2y^2z$

خود اضافہ = $2 \times 3 \times 5x^2y^2z$ غیر مشترک اجزاء = $17x^2y^2z$

$= 13x^5y^3z \times 3 \times 7 \times x^2y^3z^6$

$= 273x^7y^6z^7$

خود اضافہ اہل = $17x^2y^2z \times 2 \times 3 \times 5x^2y^2z$

$= 5610x^4y^4z^2$

CHAPTER 7

Exercise 7.2

1- مندرجہ ذیل مساواتوں کو حل کریں۔

(i) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}x = x + \frac{1}{6}$ (ii) $\frac{x-3}{3} - \frac{x-2}{2} = -1$

دونوں طرف '6' سے ضرب دینے سے

$6(\frac{2}{3}x) - 6(\frac{1}{2}x) = 6x + 6(\frac{1}{6})$ $6(\frac{x-3}{3}) - 6(\frac{x-2}{2}) = -6$

$4x - 3x = 6x + 1$ $2(x-3) - 3(x-2) = -6$

$x = 6x + 1$ $2x - 6 - 3x + 6 = -6$

$6x - x = -1 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$ $-x = -6 \Rightarrow x = 6$

2- مندرجہ ذیل مساواتوں کو حل کریں۔

(i) $\sqrt{3x+4} = 2$ (ii) $\sqrt[3]{2x-4} - 2 = 0$

دونوں طرف مربع لینے سے

$3x + 4 = 4$ $\sqrt[3]{2x-4} = 2$

$3x = 4 - 4 \Rightarrow 3x = 0$ $2x - 4 = 8$

$x = 0$ $2x = 8 + 4$

$2x = 12 \Rightarrow x = 6$

$$(iii) \sqrt{x-3} - 7 = 0$$

$$\sqrt{x-3} = 7$$

دونوں طرف مربع لیتے ہیں

$$x-3 = 49$$

$$x = 49+3$$

$$x = 52$$

$$(iv) 2\sqrt{t+4} = 5$$

دونوں طرف مربع لیتے ہیں

$$4(t+4) = 25$$

$$4t+16 = 25$$

$$4t = 25-16$$

$$4t = 9$$

$$t = \frac{9}{4}$$

$$(v) \sqrt[3]{2x+3} = \sqrt[3]{x-2}$$

دونوں طرف مکعب لیتے ہیں

$$(2x+3) = x-2$$

$$2x-x = -2-3$$

$$x = -5$$

$$(vi) \sqrt[3]{2-t} = \sqrt[3]{2t-28}$$

دونوں طرف مکعب لیتے ہیں

$$2-t = 2t-28$$

$$-t-2t = -28-2$$

$$-3t = -30$$

$$t = \frac{30}{3} = 10$$

$$(vii) \sqrt{2t+6} - \sqrt{2t-5} = 0$$

$$\sqrt{2t+6} = \sqrt{2t-5}$$

دونوں طرف مربع لیتے ہیں

$$2t+6 = 2t-5$$

$$2t-2t = -5-6 \Rightarrow 0 = -11, \text{ حل } = \{ \}$$

Exercise 7.2

-2 حل کریں۔

$$(i) |3x-5| = 4$$

$$3x-5 = \pm 4$$

$$3x-5=4 \text{ \& } 3x-5=-4$$

$$3x = 4+5$$

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

$$3x = -4+5$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$(ii) |2x+5| = 11$$

$$2x+5 = \pm 11$$

$$2x+5=11 \text{ \& } 2x+5=-11$$

$$2x = 11-5$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$2x = -11-5$$

$$2x = -16$$

$$x = \frac{-16}{2}$$

$$x = -8$$

$$(iii) \frac{1}{2}|3x+2|-4=11$$

$$\frac{1}{2}|3x+2|=11+4$$

$$\frac{1}{2}|3x+2|=15$$

$$|3x+2|=30$$

$$3x+2=\pm 30$$

$$3x+2=30 \text{ \& } 3x+2=-30$$

$$3x=30-2$$

$$3x=28$$

$$x=\frac{28}{3}$$

$$3x=-30-2$$

$$3x=-32$$

$$x=-\frac{32}{3}$$

$$(iv) |3+2x|=16x-71$$

$$3+2x=\pm(16x-71)$$

$$3+2x=16x-71 \text{ \& } 3+2x=-(16x-71)$$

$$2x-16x=-71-3$$

$$-14x=-74$$

$$x=\frac{11}{4}$$

$$3+2x=-16x+71$$

$$2x+16x=71-3$$

$$18x=68$$

$$x=\frac{34}{9}$$

$$x=\frac{34}{9}$$

Exercise 7.3

1- مندرجہ ذیل غیر مساواتوں کو حل کریں۔

$$(i) 3x+1 \leq 5x-4$$

$$3x-5x \leq -4-1$$

$$-2x \leq -5$$

$$2x \geq 5$$

$$x \geq \frac{5}{2}$$

$$\text{حل } P = \{x | x \geq \frac{5}{2}\}$$

$$(ii) 4x-10.3 \leq 21x-1.8$$

$$4x-21x \leq -1.8+10.3$$

$$-17x \leq 8.5$$

$$17x \geq -8.5$$

$$x \geq \frac{-8.5}{17} \Rightarrow 0.5$$

$$\text{حل } P = \{x | x \geq \frac{-8.5}{17}\}$$

2- مندرجہ ذیل غیر مساواتوں کو حل کریں۔

$$(i) -4 \leq 3x+5 \leq 8$$

$$-4-5 \leq 3x \leq 8-5$$

$$-9 \leq 3x \leq 3$$

$$-\frac{9}{3} \leq x \leq \frac{3}{3}$$

$$-3 \leq x \leq 1$$

$$\text{حل } P = \{x | -3 \leq x \leq 1\}$$

$$(ii) -5 \leq \frac{4-3x}{2} \leq 1$$

$$-10 \leq 4-3x \leq 2$$

$$-10-4 \leq -3x \leq 2-4$$

$$-14 \leq -3x \leq -2$$

$$14 \geq 3x \geq 2$$

$$\frac{14}{3} \geq x \geq \frac{2}{3}$$

$$\text{حل } P = \{x | \frac{2}{3} \leq x \leq \frac{14}{3}\}$$

$$(iii) -6 < \frac{x-2}{4} < 6$$

$$-24 < x-2 < 24$$

$$-24+2 < x < 24+2$$

$$-22 < x < 26$$

$$\text{حل: } P = \{x | -22 < x < 26\}$$

$$(iv) 3 \geq \frac{7-x}{2} \geq 1$$

$$6 \geq 7-x \geq 2$$

$$6-7 \geq -x \geq 2-7$$

$$-1 \geq -x \geq -5$$

$$1 \leq x \leq 5$$

$$\text{حل: } P = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$$

$$(v) 3x-10 \leq 5 < x+3$$

$$3x-10 \leq 5 \text{ \& } 5 < x+3$$

$$3x \leq 5+10 \quad 5-3 < x$$

$$3x \leq 15 \quad 2 < x$$

$$x \leq \frac{15}{3}$$

$$x \leq 5$$

$$\text{حل: } P = \{x | 5 \geq x > 2\}$$

Exercise 8.1

1- رابع کا تعین کیجئے۔

$$P(-4, 3)$$

دوسرا ربع

$$Q(-5, -2)$$

تیسرا ربع

$$R(2, 2)$$

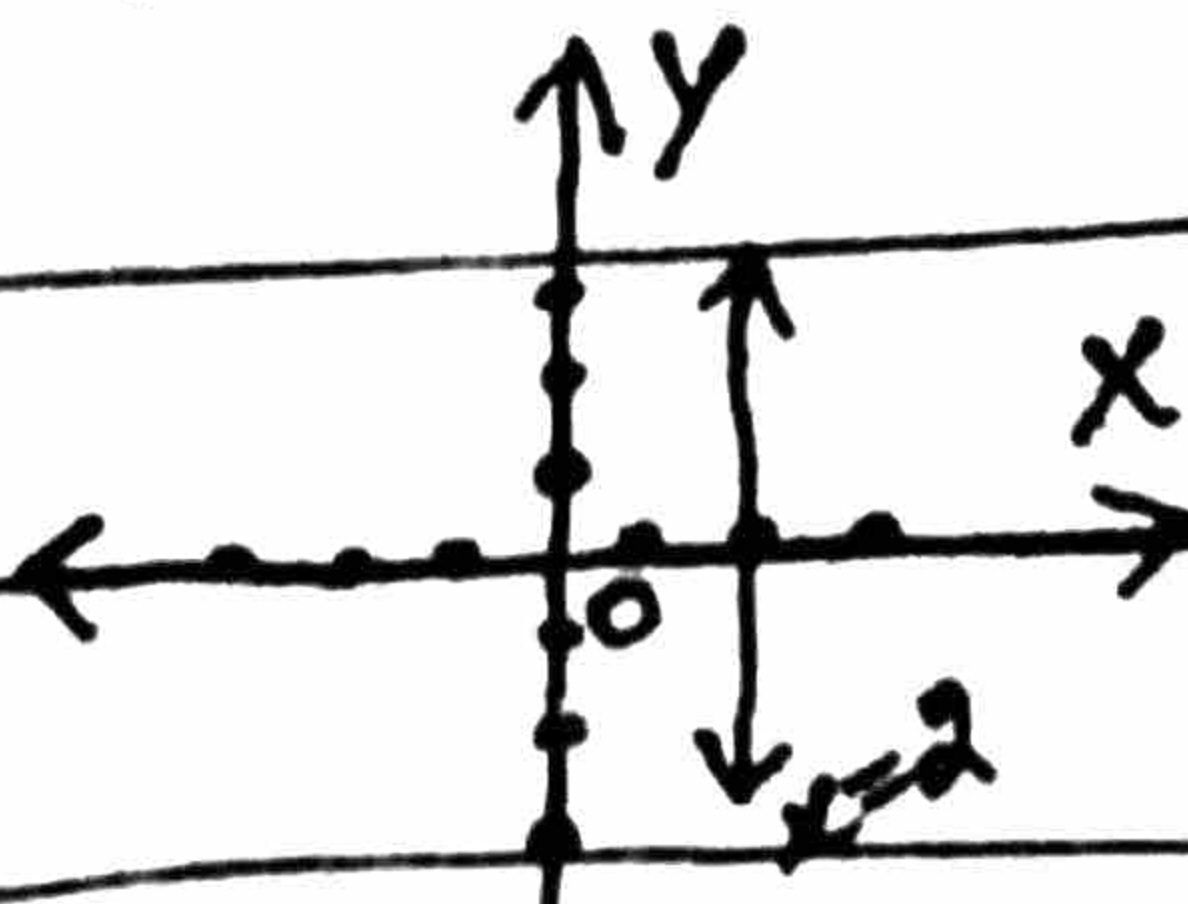
پہلا ربع

$$S(2, -6)$$

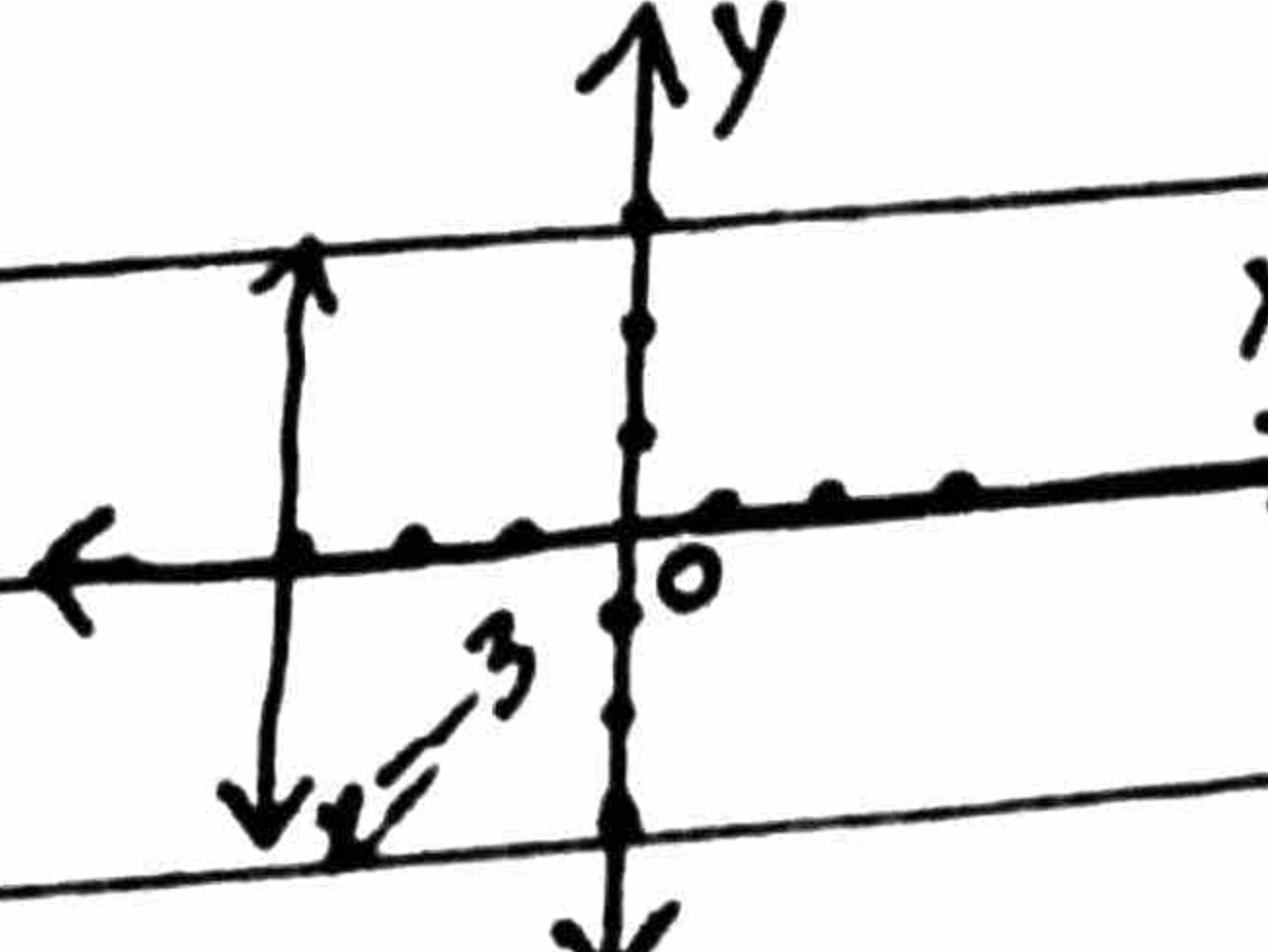
چوتھا ربع

2- نیچے دی ہوئی ہر مساوات کا گراف بنائیں۔

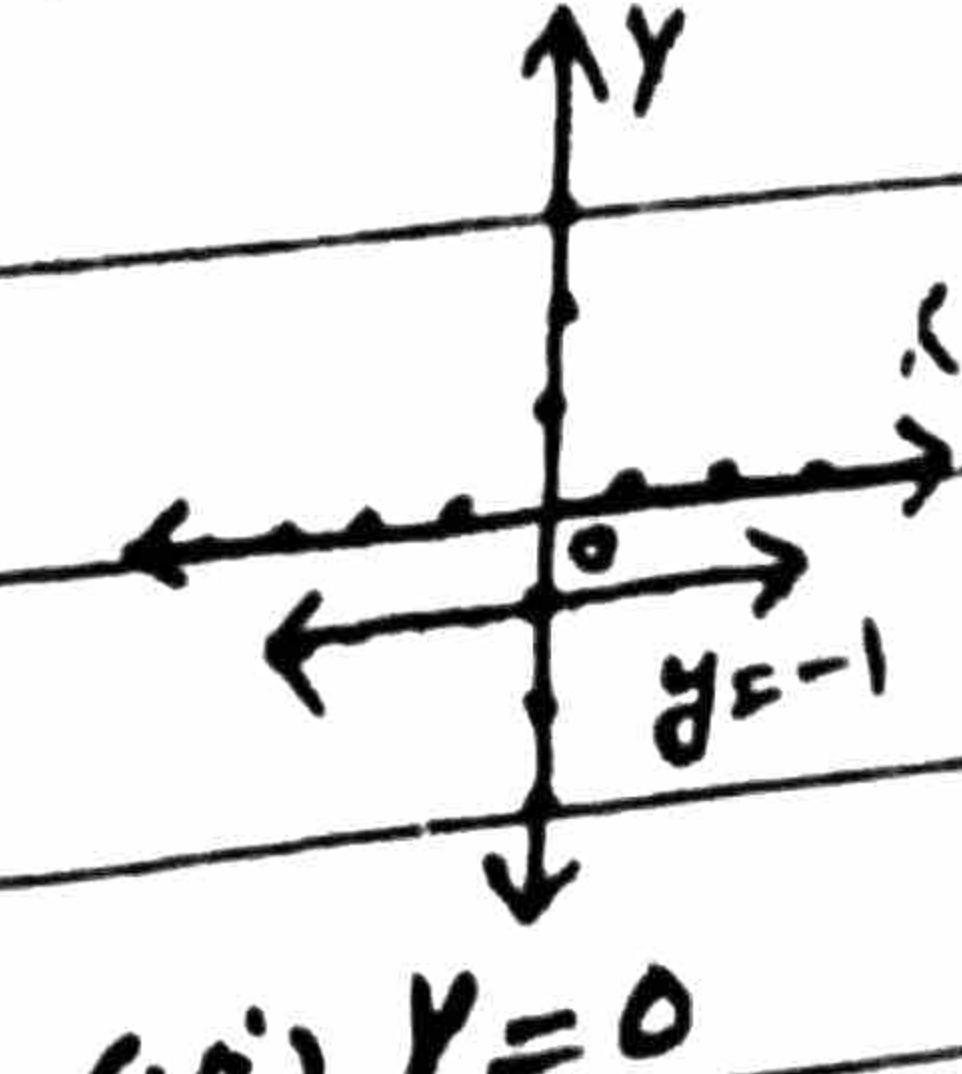
$$(i) x = 2$$



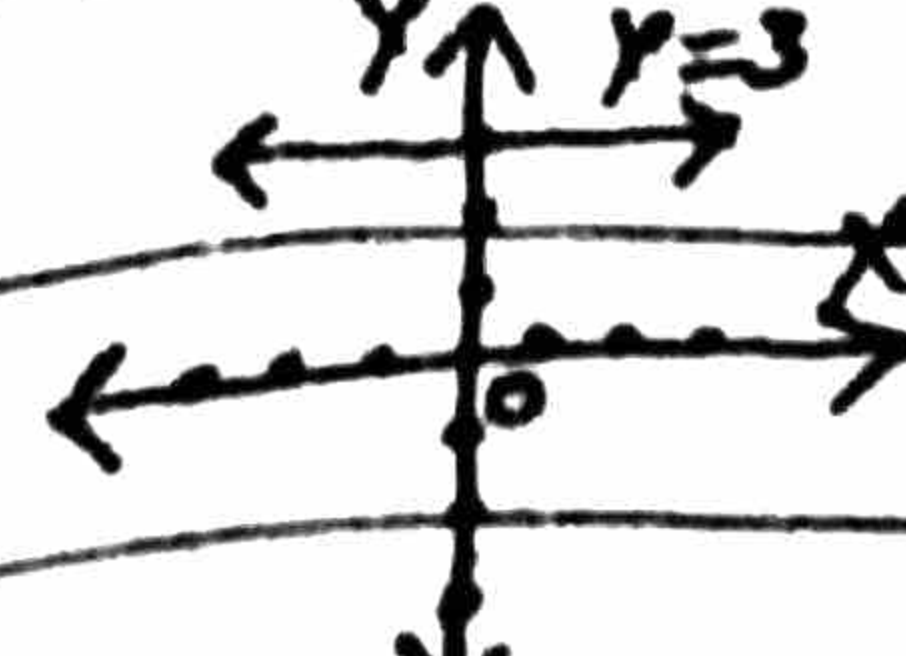
$$(ii) x = -3$$



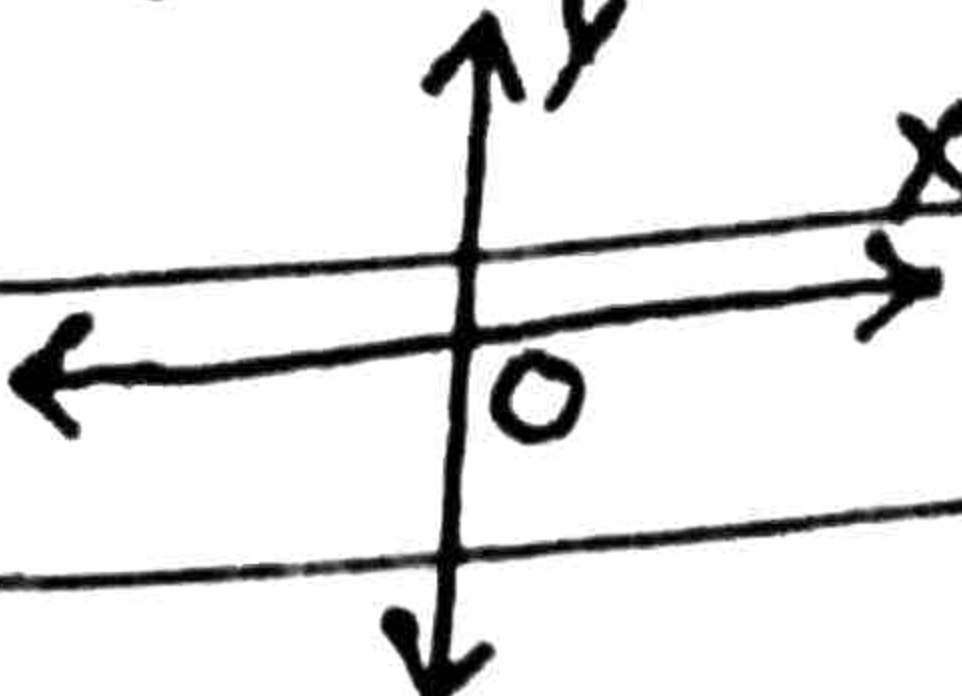
$$(iii) y = -1$$



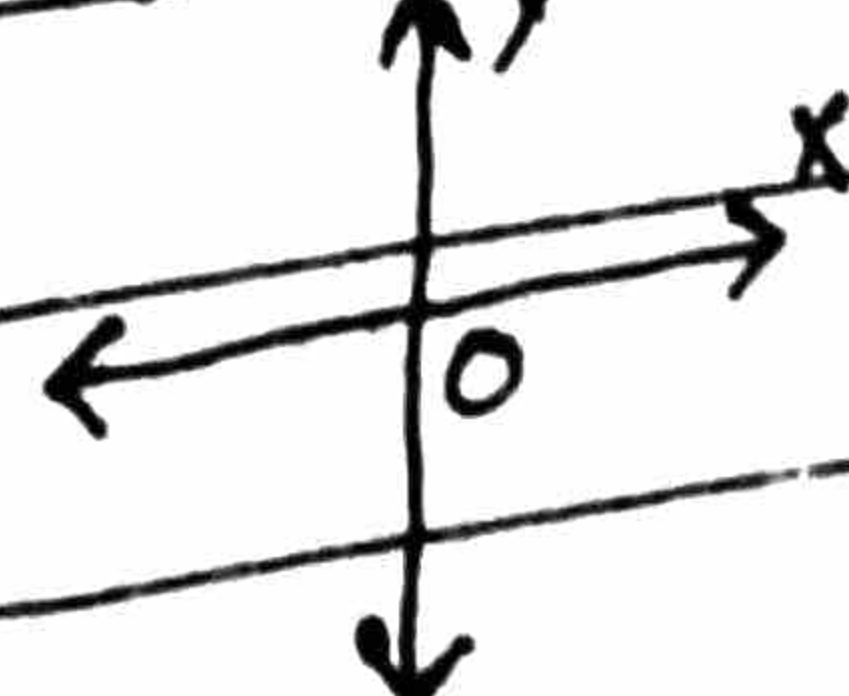
$$(iv) y = 3$$



$$(v) x = 0$$



$$(vi) y = 0$$



3- یکا دی ہوئی لائن (i) x- محور کے متوازی ہے (ii) y- محور کے متوازی ہے۔

(i) $2x - 1 = 3$

$2x = 3 + 1$

$2x = 4$

$x = \frac{4}{2}$

$x = 2$

y- کے متوازی ہے

(ii) $2y + 3 = 2$

$2y = 2 - 3$

$2y = -1$

$y = -\frac{1}{2}$ x- کے متوازی ہے

(iii) $x + y = 0$

$x = -y$

x- کے متوازی ہے y- کے

(iv) $2x - 2y = 0$

$2x = 2y$

x- کے متوازی ہے y- کے $x = y$

4- دی ہوئی مساواتوں کو $y = mx + c$ میں ظاہر کرنے کے بعد m اور c کی قیمت معلوم کریں۔

(i) $2x + 3y - 1 = 0$

$3y = -2x + 1$

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

موازنہ کرنے سے

$\Rightarrow m = -\frac{2}{3}$ و $c = \frac{1}{3}$

(ii) $x - 2y = -2$

$-2y = -x - 2$

$2y = x + 2$

$y = \frac{1}{2}x + 1$

موازنہ کرنے سے

$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$ و $c = 1$

(iii) $2x = y + 3$

$y = 2x - 3$

موازنہ کرنے سے

$\Rightarrow m = 2, c = -3$

5- تصدیق کیجئے کہ دیئے گئے نقاط لائن پر واقع ہیں یا نہیں $2x - y + 1 = 0$

(i) (2, 3)

$2x - y + 1 = 0$

دیکھئے: نقاط مساوات میں درج کرنے سے

$2(2) - 3 + 1 = 0$

$4 - 3 + 1 = 0$

$2 \neq 0$

(ii) (0, 0)

$2x - y + 1 = 0$

$2(0) - 0 + 1 = 0$

$0 - 0 + 1 = 0$

$1 \neq 0$

لائن پر واقع نہیں ہیں۔

(iii) (-1, 1)

$2x - y + 1 = 0$

$2(-1) - (1) + 1 = 0$

$-2 - 1 + 1 = 0$

$-2 \neq 0$

لائن پر واقع نہیں ہیں۔

لائن پر واقع نہیں ہیں۔

نوٹ: اگر $0 = 0$ ہوگا تو نقاط لائن پر واقع ہوں گے۔

Exercise 9.1

1- درج ذیل نقاط کے درمیان فاصلہ معلوم کریں۔

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(i) $A(9, 2), B(7, 2)$

$$|AB| = \sqrt{(7-9)^2 + (2-2)^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + (0)^2}$$

$$= \sqrt{4+0} \Rightarrow \sqrt{4} \Rightarrow 2$$

(ii) $A(2, -6), B(3, -6)$

$$|AB| = \sqrt{(3-2)^2 + (-6-(-6))^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (-6+6)^2}$$

$$= \sqrt{1+0} \Rightarrow \sqrt{1} \Rightarrow 1$$

(iii) $A(-8, 1), B(6, 1)$

$$|AB| = \sqrt{(6-(-8))^2 + (1-1)^2}$$

$$= \sqrt{(6+8)^2 + (0)^2}$$

$$= \sqrt{(14)^2 + (0)^2}$$

$$= \sqrt{196+0} \Rightarrow \sqrt{196}$$

$$= \sqrt{14^2} \Rightarrow 14$$

(iv) $A(-4, \sqrt{2}), B(-4, -3)$

$$|AB| = \sqrt{(-4-(-4))^2 + (-3-\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{(-4+4)^2 + (-3-\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{(0)^2 + (3+\sqrt{2})^2}$$

$$= (3)^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}$$

$$= 9+2+6\sqrt{2} \Rightarrow 11+6\sqrt{2}$$

2- اگر P ایک ایسا نقطہ ہو جس کا x-محور و y-محور پر Q اور P کے درمیان فاصلہ معلوم کریں۔

(i) $a=9, b=7$

$$P(9, 0), Q(0, 7)$$

$$|PQ| = \sqrt{(0-9)^2 + (7-0)^2}$$

$$= \sqrt{(-9)^2 + (7)^2}$$

$$= \sqrt{81+49} \Rightarrow \sqrt{130}$$

(ii) $a=2, b=3$

$$P(2, 0), Q(0, 3)$$

$$|PQ| = \sqrt{(0-2)^2 + (3-0)^2}$$

$$= \sqrt{(-2)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{4+9} \Rightarrow \sqrt{13}$$

(iii) $a=\sqrt{2}, b=1$

$$P(\sqrt{2}, 0), Q(0, 1)$$

$$|PQ| = \sqrt{(0-\sqrt{2})^2 + (1-0)^2}$$

$$= \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + (1)^2} \Rightarrow \sqrt{2+1} \Rightarrow \sqrt{3}$$

Exercise 9.3

1- مندرجہ ذیل کا درمیانی نقطہ معلوم کریں۔

$$R(x, y) = R\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

(i) $A(9, 2), B(7, 2)$

(ii) $A(2, -6), B(3, -6)$

$$R(x, y) = R\left(\frac{9+7}{2}, \frac{2+2}{2}\right)$$

$$R(x, y) = R\left(\frac{2+3}{2}, \frac{-6-6}{2}\right)$$

$$= R\left(\frac{16}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

$$= R\left(\frac{5}{2}, \frac{-12}{2}\right)$$

$$= R(8, 2)$$

$$= R\left(\frac{5}{2}, -6\right)$$

(iii) $A(-8, 1), B(6, 1)$

(iv) $A(-4, 9), B(-4, -3)$

$$R(x, y) = R\left(\frac{-8+6}{2}, \frac{1+1}{2}\right)$$

$$R(x, y) = R\left(\frac{-4-4}{2}, \frac{9-3}{2}\right)$$

$$= R\left(\frac{-2}{2}, \frac{2}{2}\right)$$

$$= R\left(\frac{-8}{2}, \frac{6}{2}\right)$$

$$= R(-1, 1)$$

$$= R(-4, 3)$$

(v) $A(3, -11), B(3, -4)$

(vi) $A(0, 0), B(0, -5)$

$$R(x, y) = R\left(\frac{3+3}{2}, \frac{-11-4}{2}\right)$$

$$R(x, y) = R\left(\frac{0+0}{2}, \frac{0-5}{2}\right)$$

$$= R\left(\frac{6}{2}, \frac{-15}{2}\right)$$

$$= R\left(\frac{0}{2}, \frac{-5}{2}\right)$$

$$= R\left(3, \frac{-15}{2}\right)$$

$$= R\left(0, \frac{-5}{2}\right)$$

مثلثان کے اضلاع کی لمبائیاں درج ذیل ہیں۔ تعین کریں کہ یہ
 قائمہ الزاویہ مثلث ہیں۔

(i) $a = 5\text{cm}$, $b = 12\text{cm}$, $c = 13\text{cm}$

مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$$

$$(13)^2 = (5)^2 + (12)^2$$

$$169 = 25 + 144$$

$$169 = 169$$

یہ ایک قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔

(ii) $a = 9\text{cm}$, $b = 12\text{cm}$, $c = 15\text{cm}$

مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$$

$$(15)^2 = (9)^2 + (12)^2$$

$$225 = 81 + 144$$

$$225 = 225$$

یہ قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔

(iii) $a = 1.5\text{cm}$, $b = 2\text{cm}$, $c = 2.5\text{cm}$

مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے

$$(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$$

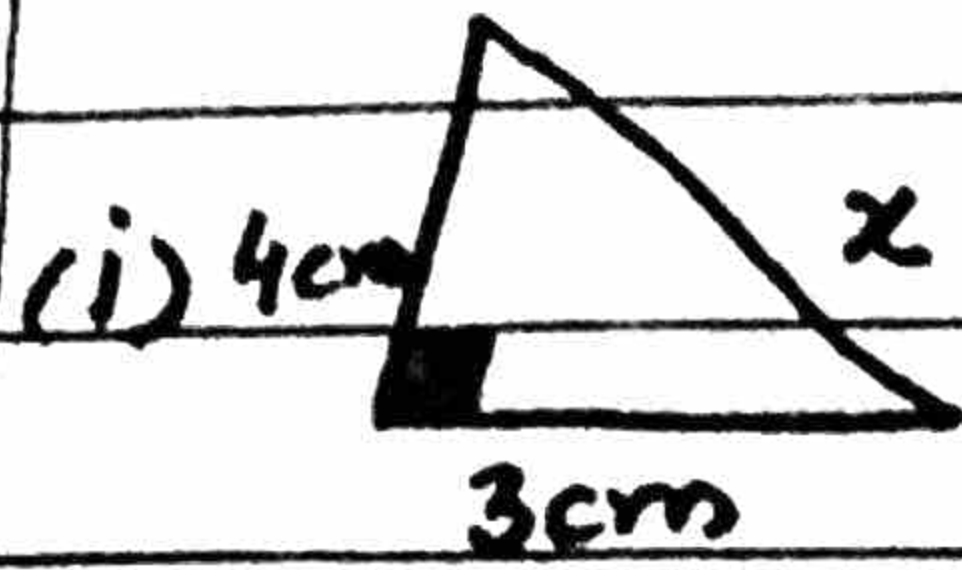
$$(2.5)^2 = (1.5)^2 + (2)^2$$

$$6.25 = 2.25 + 4$$

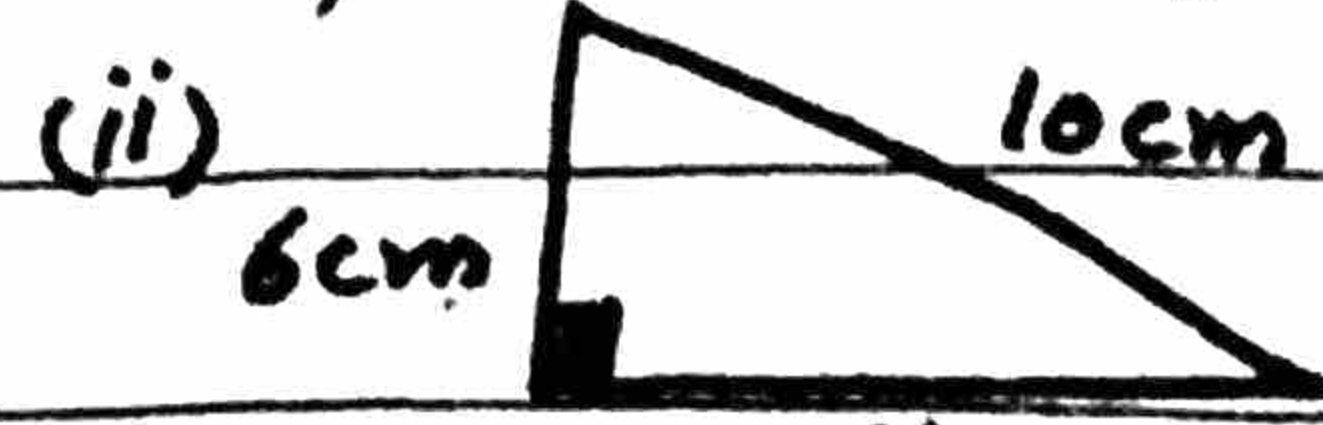
$$6.25 = 6.25$$

نوٹ: جب سے بڑی لمبائی وتر ہوگی۔

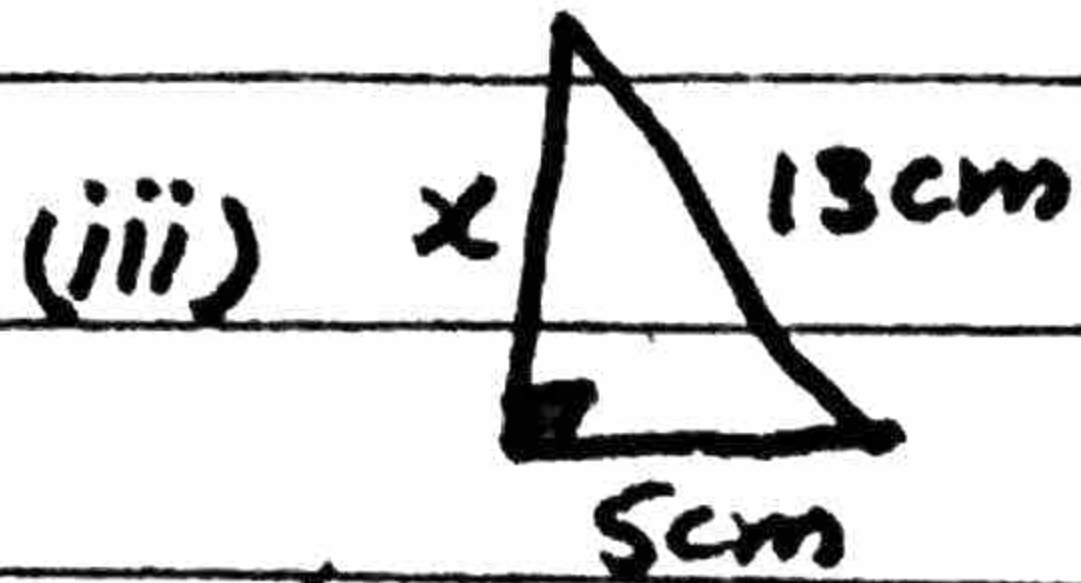
☆ نامعلوم x کی قیمت معلوم کریں۔



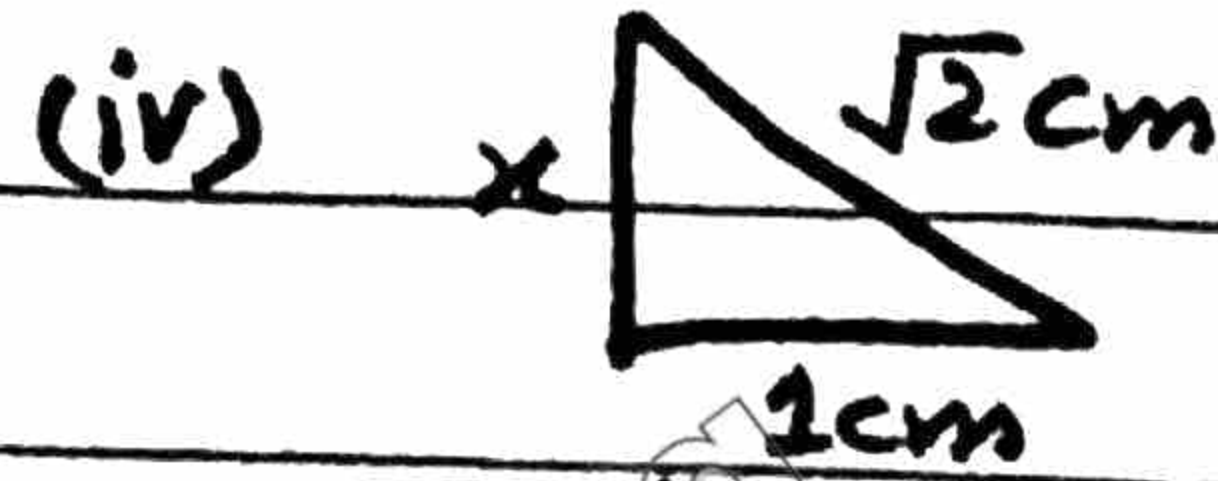
مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$
 $(x)^2 = (3)^2 + (4)^2$
 $x^2 = 9 + 16$
 $x^2 = 25$
 $x = 5$



مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$
 $(10)^2 = (x)^2 + (6)^2$
 $100 = x^2 + 36$
 $100 - 36 = x^2$
 $64 = x^2$
 $x = 8$



مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$
 $(13)^2 = (5)^2 + (x)^2$
 $169 = 25 + x^2$
 $x^2 = 169 - 25$
 $x^2 = 144$
 $x = 12$



مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے
 $(\text{وتر})^2 = (\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2$
 $(\sqrt{2})^2 = (1)^2 + (x)^2$
 $2 = 1 + x^2$
 $x^2 = 2 - 1$
 $x^2 = 1$
 $x = 1$

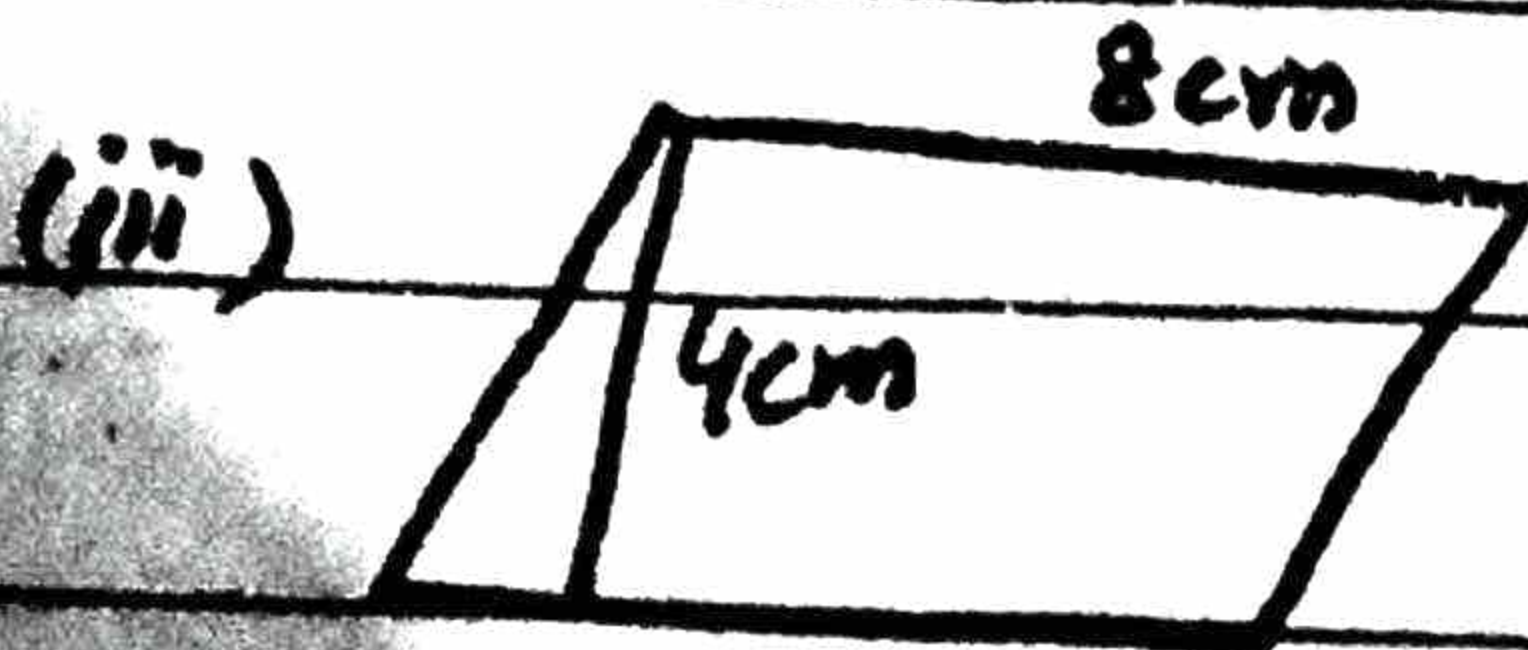
☆ مندرجہ ذیل اشکال کا رقبہ معلوم کریں۔



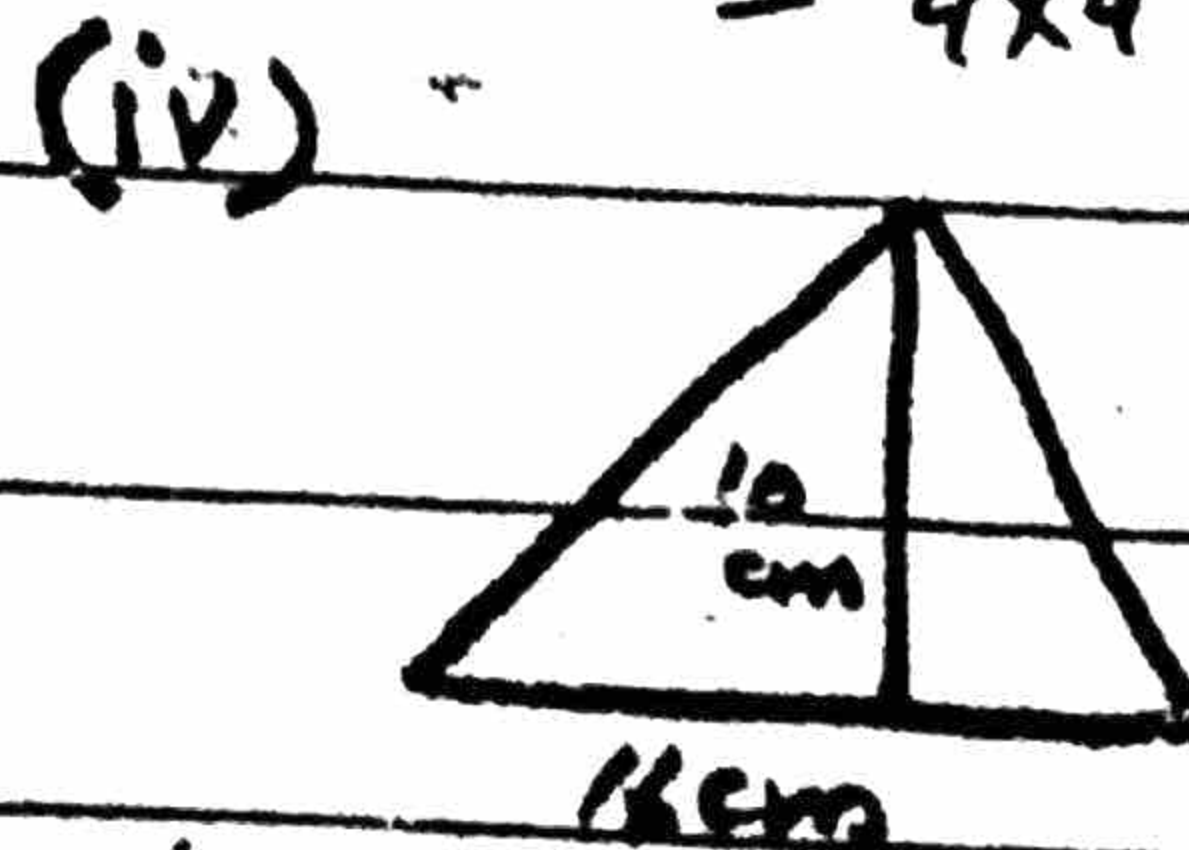
ضلعائی شکل کا رقبہ = $6 \times 3 = 18 \text{ cm}^2$



مربعی شکل کا رقبہ = $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$



مربعی شکل کا رقبہ = $4 \times 8 = 32 \text{ cm}^2$



مربعی شکل کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 16 \times 10 = 80 \text{ cm}^2$